

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-x} \right)$ (với $x > 0; x \neq 1$).

1) Rút gọn biểu thức P.

2) Tính giá trị của biểu thức P khi: $x = 7 - 4\sqrt{3}$.

Câu 2. (2,0 điểm)

1) Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1): y = (m^2 - 1)x + 2m$ (m là tham số) và $(d_2): y = 3x + 4$. Tìm các giá trị của tham số m để các đường thẳng (d_1) và (d_2) song song với nhau.

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 + 2(m-2)x + m^2 - 4m = 0$ (1) (với x là ẩn số).

1) Giải phương trình (1) khi $m = 1$.

2) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

điều kiện: $\frac{3}{x_1} + x_2 = \frac{3}{x_2} + x_1$.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn (O). Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

1) Chứng minh tứ giác AFHE nội tiếp.

2) Tia AD cắt đường tròn (O) ở K ($K \neq A$). Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt đường thẳng FD tại M. AM cắt đường tròn (O) tại I ($I \neq A$).

Chứng minh: $MC^2 = MI \cdot MA$ và tam giác CMD cân.

3) MD cắt BI tại N. Chứng minh ba điểm C, N, K thẳng hàng.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn: $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

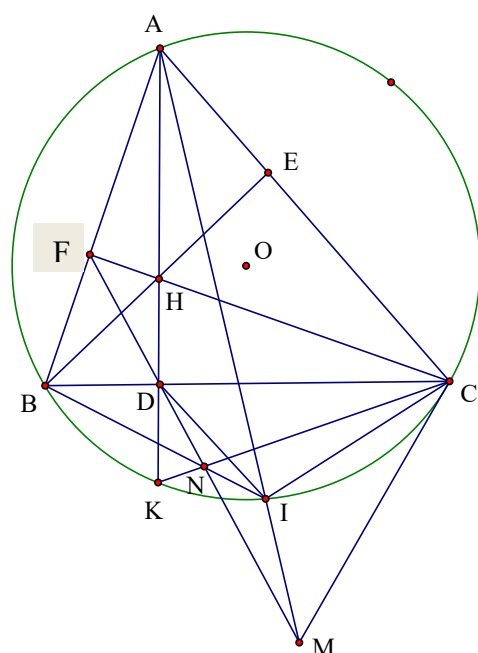
biểu thức: $Q = \frac{x+1}{1+y^2} + \frac{y+1}{1+z^2} + \frac{z+1}{1+x^2}$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Câu1 (2,0đ)	1	$A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-x} \right) \quad (\text{với } x > 0; x \neq 1)$ $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ $= \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}-1+2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} = \frac{x+1}{\sqrt{x}};$ <p>Vậy : $A = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$ (với $x > 0; x \neq 1$)</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	2	<p>Ta có : $x = 7 - 4\sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})^2$ (thỏa mãn $x > 0; x \neq 1$) Suy ra :</p> $\sqrt{x} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3} \quad (\text{Vì } 2 - \sqrt{3} > 0, \text{ do } 2 > \sqrt{3})$ <p>Thay x và \sqrt{x} vào biểu thức A, ta được : $A = \frac{8 - 4\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{4(2 - \sqrt{3})}{2 - \sqrt{3}} = 4$</p> <p>Vậy khi $x = 7 - 4\sqrt{3}$ thì $A = 4$.</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu2 (2,0đ)	1	$(d_1) // (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 3 \\ 2m \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$ <p>Vậy $m = -2$ thỏa mãn bài toán.</p>	1,0đ
	2	$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 12 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ <p>Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (3; 2)$</p>	0,75đ 0,25đ
Câu3 (2,0đ)	1	<p>Phương trình: $x^2 + 2(m-2)x + m^2 - 4m = 0$ (1)</p> <p>Thay $m = 1$ vào phương trình (1) ta được phương trình:</p> $x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + x - 3 = 0 \Leftrightarrow x(x-3) + (x-3) = 0$ $\Leftrightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$ <p>Vậy với $m = 1$ thì tập nghiệm của phương trình là: $S = \{-1; 3\}$</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	2	$x^2 + 2(m-2)x + m^2 - 4m = 0 \quad (1)$ <p>có $\Delta' = (m-2)^2 - m^2 + 4m = m^2 - 4m + 4 - m^2 + 4m = 4 > 0 \quad \forall m$</p> <p>Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.</p> <p>Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m-2) = -2m + 4 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 4m \end{cases}$</p>	0,25đ 0,25đ

		<p>Phương trình có hai nghiệm $x_1 \neq 0; x_2 \neq 0$ khi $x_1 x_2 \neq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m \neq 0$ $\Leftrightarrow m \neq 0$ và $m \neq 4$</p> <p>Theo đề bài ta có: $\frac{3}{x_1} + x_2 = \frac{3}{x_2} + x_1$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{3}{x_1} - \frac{3}{x_2} - x_1 + x_2 = 0$ ($x_1 x_2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0; m \neq 4$) $\Leftrightarrow 3\left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right) + (x_2 - x_1) = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow 3\left(\frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2}\right) + (x_2 - x_1) = 0 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)\left(\frac{3}{x_1 x_2} + 1\right) = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{3}{x_1 x_2} + 1 = 0$ (Do $x_1 \neq x_2 \Rightarrow x_2 - x_1 \neq 0$)</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{3}{m^2 - 4m} + 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m - m + 3 = 0 \Leftrightarrow m(m - 3) - (m - 3)$</p> <p>$\Leftrightarrow (m - 3)(m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3(tm) \\ m = 1(tm) \end{cases}$</p> <p>Vậy $m = 1; m = 3$ là các giá trị thỏa mãn bài toán.</p>	0,25đ
			0,25đ
Câu4 (3,0đ)			
	1	<p>Do BE là đường cao nên $\widehat{AEH} = 90^\circ$ Do CF là đường cao nên $\widehat{AFH} = 90^\circ$ nên $\widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 180^\circ$ suy ra tứ giác AFHE nội tiếp.</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	2	<p>Chứng minh được $\Delta MIC \sim \Delta MCA$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MI}{MC} = \frac{MC}{MA}$ $\Rightarrow MC^2 = MI \cdot MA$.</p> <p>Ta có $\widehat{CAB} = \widehat{MCB}$ (góc nội tiếp và góc giữa tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BC)</p> <p>Chứng minh được tứ giác ACDF nội tiếp nên $\widehat{CAB} = \widehat{CDM}$ Do đó $\widehat{MCD} = \widehat{CDM} \Rightarrow \Delta CMD$ cân tại M.</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
			0,25đ

	3	Ta có: $\widehat{NDC} = \widehat{MCD} = \widehat{CAB} \Rightarrow \widehat{NIC} + \widehat{NDC} = 180^\circ$ \Rightarrow tứ giác CIND nội tiếp $\Rightarrow \widehat{NCI} = \widehat{NDI}$. Do $MD^2 = MC^2 = MI.MA$ và \widehat{IMD} chung $\Rightarrow \Delta MDI \sim \Delta MAD$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{MDI} = \widehat{DAM}$ hay $\widehat{KAI} = \widehat{NDI}$ Từ $\widehat{KAI} = \widehat{KCI} \Rightarrow \widehat{KCI} = \widehat{NDI}$. Mà $\widehat{NCI} = \widehat{NDI} \Rightarrow \widehat{KCI} = \widehat{NCI}$ suy ra hai tia CK và CN trùng nhau. Suy ra ba điểm C, N, K thẳng hàng.	0,25đ
			0,25đ
			0,25đ
			0,25đ
Câu5 (1,0đ)		$Q = \frac{x+1}{1+y^2} + \frac{y+1}{1+z^2} + \frac{z+1}{1+x^2} = \left(\frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2} \right) + \left(\frac{1}{1+y^2} + \frac{1}{1+z^2} + \frac{1}{1+x^2} \right) = M + N$ <p>Xét $M = \frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2}$, áp dụng kỹ thuật Côsi ngược dấu ta có:</p> $\frac{x}{1+y^2} = \frac{x(1+y^2) - xy^2}{1+y^2} = x - \frac{xy^2}{1+y^2} \geq x - \frac{xy^2}{2y} = x - \frac{xy}{2}.$ <p>Tương tự: $\frac{y}{1+z^2} \geq y - \frac{yz}{2}; \frac{z}{1+x^2} \geq z - \frac{zx}{2};$</p> <p>Suy ra $M = \frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2} \geq x + y + z - \frac{xy + yz + zx}{2} = 3 - \frac{xy + yz + zx}{2}.$</p> <p>Lại có: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \Rightarrow (x + y + z)^2 \geq 3(xy + yz + zx) \Rightarrow xy + yz + zx \leq 3$</p> <p>Suy ra: $M \geq 3 - \frac{xy + yz + zx}{2} \geq 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}.$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z.$</p> <p>Xét: $N = \frac{1}{1+y^2} + \frac{1}{1+z^2} + \frac{1}{1+x^2}$, ta có:</p> $3 - N = \left(1 - \frac{1}{1+y^2} \right) + \left(1 - \frac{1}{1+z^2} \right) + \left(1 - \frac{1}{1+x^2} \right)$ $= \frac{y^2}{1+y^2} + \frac{z^2}{1+z^2} + \frac{x^2}{1+x^2} \leq \frac{y^2}{2y} + \frac{z^2}{2z} + \frac{x^2}{2x} = \frac{x + y + z}{2} = \frac{3}{2}.$ <p>Suy ra: $N \geq 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}.$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1$</p> <p>Từ đó suy ra: $Q \geq 3.$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1.$</p> <p>Vậy $Q_{\min} = 3 \Leftrightarrow x = y = z = 1.$</p>	0,25đ
			0,25đ
			0,25đ
			0,25đ

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa. Bài hình nếu vẽ hình sai thì không chấm bài đó.