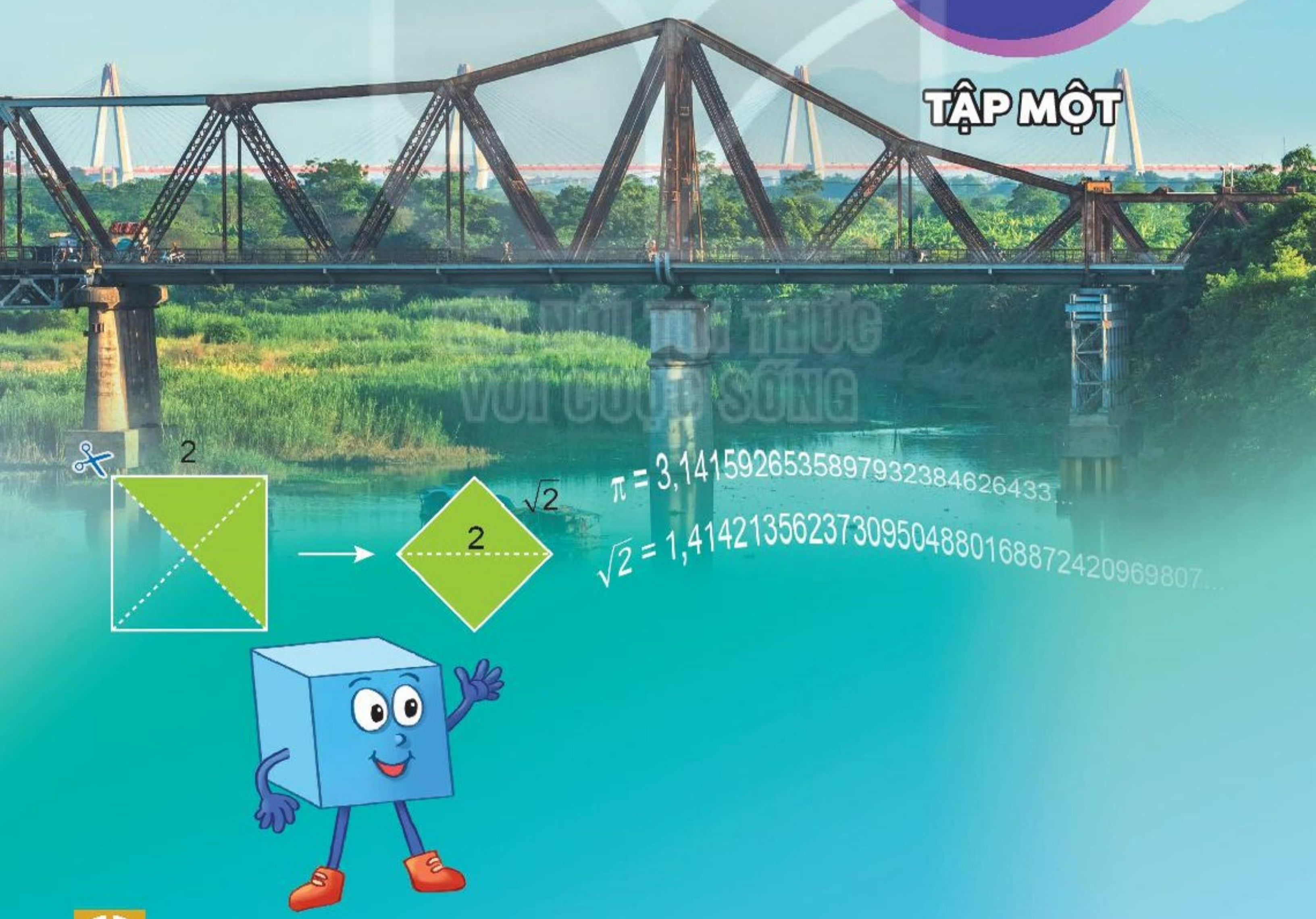
KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

HÀ HUY KHOÁI (Tổng Chủ biên)
NGUYỄN HUY ĐOAN (Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG
DOÃN MINH CƯỜNG – TRẦN PHƯƠNG DUNG – SĨ ĐỨC QUANG
LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

TOÁN 7

TẬP MỘT



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HÀ HUY KHOÁI (Tổng Chủ biên)
NGUYỄN HUY ĐOAN (Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG – DOÃN MINH CƯỜNG
TRẦN PHƯƠNG DUNG – SĨ ĐỨC QUANG – LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

TOÁN 7

TẬP MỘT

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

1. Mỗi bài học được thiết kế gồm:

- Phần **Định hướng**: Chỉ rõ các thuật ngữ, khái niệm và các kiến thức, kĩ năng mà các em cần chú ý trong bài học.
- Phần **Mở đầu**: Thường là một bài toán hay một tình huống có liên quan đến nội dung mới của bài học.
- Phần **Hình thành kiến thức mới**: Gồm các hoạt động *Tìm tòi – Khám phá* ( ) và *Đọc hiểu – Nghe hiểu* ( ) cùng với *Chú ý* hay *Nhận xét*.

– Kiến thức trọng tâm được đặt trong khung màu vàng.

– Câu hỏi ( ) giúp đánh giá kết quả sau hoạt động *Đọc hiểu – Nghe hiểu*.

- Phần **Luyện tập và củng cố**: Gồm *Ví dụ*, *Luyện tập*, *Thực hành* để hình thành và phát triển các kĩ năng gắn với kiến thức mới vừa học.
- Phần **Vận dụng**: Gồm các hoạt động *Vận dụng*, *Tranh luận* ( ) và *Thử thách nhỏ* ( ) để giải quyết các tình huống, vấn đề trong thực tiễn và mở rộng kiến thức.

2. Các em sẽ được đồng hành với anh Pi, các bạn Tròn, Vuông trong các bài học để việc học hấp dẫn hơn nhé.

3. Các em có thể tham khảo thêm mục *Em có biết?* để mở rộng hiểu biết của mình. Cuối sách là *Bảng tra cứu thuật ngữ* và *Bảng giải thích thuật ngữ*.

Hãy bảo quản, giữ gìn sách giáo khoa để dành tặng các em học sinh lớp sau!

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh yêu quý!

Trên tay các em là cuốn sách TOÁN 7 (tập một) bộ sách giáo khoa *"Kết nối tri thức với cuộc sống"* của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

Bộ sách TOÁN 7 gồm hai tập, được biên soạn theo định hướng phát triển phẩm chất và năng lực cho học sinh.

Với thông điệp *"Kết nối tri thức với cuộc sống"*, các kiến thức trong sách sẽ đến với các em một cách tự nhiên, bắt nguồn từ thực tế đời sống và giúp các em biết cách giải quyết những vấn đề đặt ra trong cuộc sống.

Thông điệp đó còn nhắc nhở các em thực hiện tốt lời Bác Hồ dạy: "Học đi đôi với hành". Muốn làm được điều đó, các em vừa phải mở mang, củng cố kiến thức; vừa phải rèn luyện, nâng cao kĩ năng. *Kiến thức* và *kĩ năng* là hai nhân tố quan trọng để các em phát triển năng lực của mình.

Với cách thể hiện phong phú và lôi cuốn, hình thức trình bày hấp dẫn và thân thiện, TOÁN 7 sẽ giúp các em học Toán được dễ dàng. TOÁN 7 còn là người bạn đồng hành cùng các em khám phá vẻ đẹp của Toán học, qua đó các em ngày càng yêu Toán hơn.

Chúc các em học tập chăm chỉ và thành công!

MỤC LỤC

Chương I SỐ HỮU TỈ

SỐ HỌC

Hệ sinh thái trên Trái Đất đang dần bị phá huỷ. Cứ sau ba giây, thế giới mất diện tích rừng đủ để che phủ một sân bóng đá. Trong thế kỉ qua, hơn $\frac{1}{2}$ vùng đất ngập nước bị phá huỷ; khoảng 50% rạn san hô đã biến mất và có thể tới hơn 90% rạn san hô sẽ biến mất vào năm 2050, ngay cả khi sự nóng lên toàn cầu được giới hạn ở mức tăng 1,5 °C.

Mất hệ sinh thái sẽ gây ra hiệu ứng nhà kính, khiến Trái Đất ngày càng nóng lên, từ đó sẽ gây ra các thảm hoạ thiên nhiên thảm khốc.

(Theo *Báo cáo của Liên Hợp Quốc nhân ngày Môi trường thế giới*, 5-5-2021)

Bài 1 TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Số hữu tỉ	• Nhận biết số hữu tỉ, tập hợp các số hữu tỉ $\mathbb{Q}$, số đối của số hữu tỉ, thứ tự trong tập hợp các số hữu tỉ. • Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số. • So sánh hai số hữu tỉ.

Chỉ số WHtR (Waist to Height Ratio) của một người trưởng thành, được tính bằng tỉ số giữa số đo vòng bụng và số đo chiều cao (cùng một đơn vị đo). Chỉ số này được coi là một công cụ đo lường sức khoẻ hữu ích vì có thể dự báo được các nguy cơ béo phì, mắc bệnh tim mạch,.... Bảng bên cho biết nguy cơ thừa cân, béo phì của một người đàn ông trưởng thành dựa vào chỉ số WHtR.

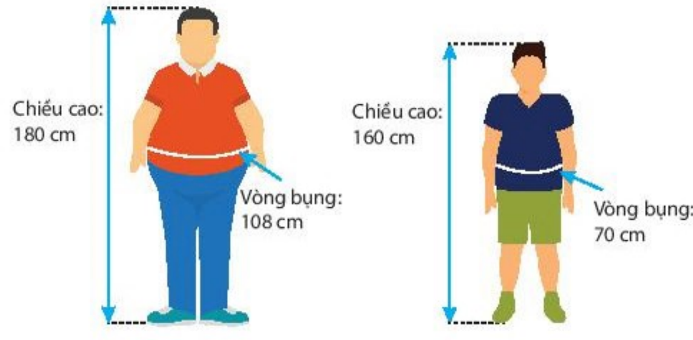
(Theo *hospimedica.com*)

Gầy	Chỉ số WHtR nhỏ hơn hoặc bằng 0,42
Tốt	Chỉ số WHtR lớn hơn 0,42 và nhỏ hơn hoặc bằng 0,52
Hơi béo	Chỉ số WHtR lớn hơn 0,52 và nhỏ hơn hoặc bằng 0,57
Thừa cân	Chỉ số WHtR lớn hơn 0,57 và nhỏ hơn hoặc bằng 0,63
Béo phì	Chỉ số WHtR lớn hơn 0,63

Ông An cao 180 cm, vòng bụng 108 cm.

Ông Chung cao 160 cm, vòng bụng 70 cm.

Theo em, nếu tính theo chỉ số WHtR, sức khoẻ của ông An hay ông Chung tốt hơn?



Ông An *Ông Chung*

1 KHÁI NIỆM SỐ HỮU TỈ VÀ BIỂU DIỄN SỐ HỮU TỈ TRÊN TRỤC SỐ

Số hữu tỉ là gì?

HĐ1 Tính chỉ số WHtR của ông An và ông Chung.

HĐ2 Ta có thể viết $1,5 = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = ...$

Tương tự, em hãy viết ba phân số bằng nhau và bằng:

a) $-2,5$; b) $2\frac{3}{4}$.

Các phân số bằng nhau là các cách viết khác nhau của cùng một số, số đó gọi là *số hữu tỉ*. Như vậy, chỉ số WHtR của ông An, ông Chung và các số cho trong HĐ2 là các số hữu tỉ.

> Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.
>
> Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là $\mathbb{Q}$.

Chú ý. Mỗi số hữu tỉ đều có một số đối. Số đối của số hữu tỉ m là số hữu tỉ $-m$.

Ví dụ 1 Các số -7; $0,6$; $-1,2$; $1\frac{4}{5}$ có là số hữu tỉ không? Vì sao?

Giải. Các số -7; $0,6$; $-1,2$; $1\frac{4}{5}$ là các số hữu tỉ vì chúng đều viết được dưới dạng phân số:

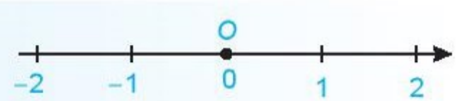
$$-7 = \frac{-7}{1};\quad 0,6 = \frac{6}{10};\quad -1,2 = \frac{-12}{10};\quad 1\frac{4}{5} = \frac{9}{5}.$$

Luyện tập 1 Giải thích vì sao các số 8; $-3,3$; $3\frac{2}{3}$ đều là các số hữu tỉ. Tìm số đối của mỗi số đó.

Nhận xét. Vì các số thập phân đã biết đều viết được dưới dạng phân số thập phân nên chúng đều là các số hữu tỉ. Tương tự, số nguyên, hỗn số cũng là các số hữu tỉ.

Cách biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

Ta đã biết cách biểu diễn các số nguyên trên trục số. Chẳng hạn, Hình 1.1 cho ta hình ảnh các số nguyên -2; -1; 1 và 2 được biểu diễn trên trục số.

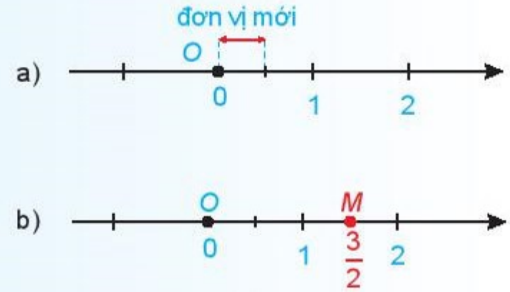


Hình 1.1

• Tương tự số nguyên, ta có thể biểu diễn các số hữu tỉ trên trục số. Chẳng hạn, để biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{2}$ ta làm như sau:

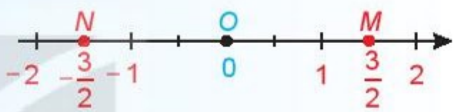
– Chia đoạn thẳng đơn vị (chẳng hạn đoạn từ 0 đến 1) thành hai đoạn bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng $\frac{1}{2}$ đơn vị cũ) (H.1.2a).

– Số hữu tỉ $\frac{3}{2}$ được biểu diễn bởi điểm *M* (nằm sau gốc *O*) và cách *O* một đoạn bằng 3 đơn vị mới (H.1.2b).



Hình 1.2

Tương tự, số hữu tỉ $-\frac{3}{2}$ được biểu diễn bởi điểm *N* (nằm trước gốc *O*) và cách *O* một đoạn bằng 3 đơn vị mới (H.1.3). Do đó *OM* = *ON*.



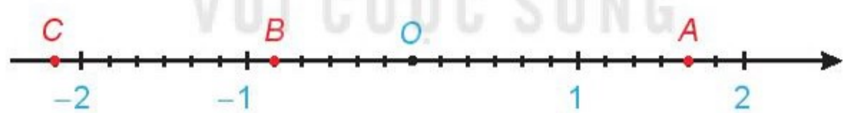
Hình 1.3

• Số hữu tỉ $\mathbf{\frac{3}{2} = 1{,}5}$ nên 1,5 cũng được biểu diễn bởi điểm *M*;

Số hữu tỉ $\mathbf{-\frac{3}{2} = -\frac{6}{4}}$ nên $-\frac{6}{4}$ cũng được biểu diễn bởi điểm *N* (H.1.3).

• Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ *a* được gọi là điểm *a*.

Mỗi điểm *A*, *B*, *C* trên trục số Hình 1.4 biểu diễn số hữu tỉ nào?

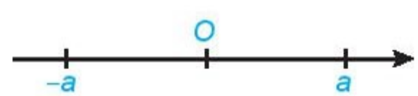


Hình 1.4

Luyện tập 2

Biểu diễn các số hữu tỉ $\frac{5}{4}$ và $\frac{-5}{4}$ trên trục số.

Nhận xét. Trên trục số, hai điểm biểu diễn của hai số hữu tỉ đối nhau *a* và −*a* nằm về hai phía khác nhau so với điểm *O* và có cùng khoảng cách đến *O* (H.1.5).



Hình 1.5

2 THỨ TỰ TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ

Thứ tự trong tập hợp các số hữu tỉ

HĐ3 Viết các số hữu tỉ sau dưới dạng phân số rồi so sánh:

a) $-1,5$ và $\frac{5}{2}$; b) $-0,375$ và $-\frac{5}{8}$.

HĐ4 Biểu diễn hai số hữu tỉ $-1,5$ và $\frac{5}{2}$ trên trục số. Em hãy cho biết điểm $-1,5$ nằm trước hay nằm sau điểm $\frac{5}{2}$ trên trục số.

- Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bất kì bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.
- Với hai số hữu tỉ a, b bất kì, ta luôn có hoặc $a = b$ hoặc $a < b$ hoặc $a > b$.

Cho ba số hữu tỉ a, b, c. Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$ (*tính chất bắc cầu*).

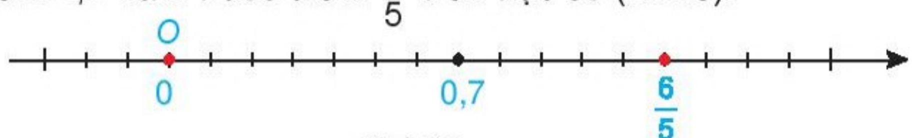
- Trên trục số, nếu $a < b$ thì điểm a nằm trước điểm b.

Chú ý. Trên trục số, các điểm nằm trước gốc O biểu diễn *số hữu tỉ âm* (tức số hữu tỉ nhỏ hơn 0); các điểm nằm sau gốc O biểu diễn *số hữu tỉ dương* (tức số hữu tỉ lớn hơn 0). Số 0 không là số hữu tỉ dương, cũng không là số hữu tỉ âm.

Ví dụ 2 So sánh $0,7$ và $\frac{6}{5}$. Từ đó cho biết điểm $0,7$ nằm trước hay nằm sau điểm $\frac{6}{5}$ trên trục số.

Giải. Ta có $0,7 = \frac{7}{10}$ và $\frac{6}{5} = \frac{12}{10}$. Vì $\frac{7}{10} < \frac{12}{10}$ nên $0,7 < \frac{6}{5}$.

Do đó điểm $0,7$ nằm trước điểm $\frac{6}{5}$ trên trục số (H.1.6).



Hình 1.6

Nhận xét. Ta có thể sử dụng tính chất bắc cầu để so sánh $0,7$ và $\frac{6}{5}$ bằng cách như sau:

Vì $0,7 < 1$ và $1 < \frac{6}{5}$ nên $0,7 < \frac{6}{5}$.

Luyện tập 3 Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

$$5\frac{1}{4};\ -2;\ 3,125;\ -\frac{3}{2}.$$

Vận dụng

Em hãy giải *bài toán mở đầu*.

BÀI TẬP

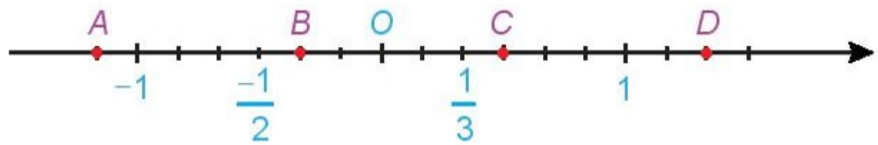
1.1. Hãy cho biết tính đúng, sai của mỗi khẳng định sau:

a) $0,25 \in \mathbb{Q}$; b) $-\frac{6}{7} \in \mathbb{Q}$; c) $-235 \notin \mathbb{Q}$.

1.2. Tìm số đối của các số hữu tỉ sau:

a) $-0,75$; b) $6\frac{1}{5}$.

1.3. Các điểm *A*, *B*, *C*, *D* (H.1.7) biểu diễn những số hữu tỉ nào?



Hình 1.7

1.4. a) Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $-0,625$?

$\frac{5}{-8}$; $\frac{10}{16}$; $\frac{20}{-32}$; $\frac{-10}{16}$; $\frac{-25}{40}$; $\frac{35}{-48}$.

b) Biểu diễn số hữu tỉ $-0,625$ trên trục số.

Nếu hai số hữu tỉ được viết dưới dạng số thập phân thì ta so sánh trực tiếp, không cần đưa về dạng phân số.

1.5. So sánh:

a) $-2,5$ và $-2,125$; b) $-\frac{1}{10\,000}$ và $\frac{1}{23\,456}$.

1.6. Tuổi thọ trung bình dự kiến của những người sinh năm 2019 ở một số quốc gia được cho trong bảng sau:

Quốc gia	Australia	Pháp	Tây Ban Nha	Anh	Mỹ
Tuổi thọ trung bình dự kiến	83	82,5	$83\frac{1}{5}$	$81\frac{2}{5}$	$78\frac{1}{2}$

(Theo *Báo cáo của Tổ chức Y tế Thế giới, 2020*)

Sắp xếp các quốc gia theo tuổi thọ trung bình dự kiến từ nhỏ đến lớn.

Bài 2 CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

Kiến thức, kĩ năng

- Thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia trong $\mathbb{Q}$.
- Vận dụng các tính chất của các phép toán và quy tắc dấu ngoặc để tính viết, tính nhẩm, tính nhanh một cách hợp lí.
- Giải quyết một số bài toán thực tế dùng số hữu tỉ.

Giả sử một khinh khí cầu bay lên từ mặt đất theo chiều thẳng đứng với vận tốc 0,8 m/s trong 50 giây. Sau đó nó giảm dần độ cao với vận tốc $\frac{5}{9}$ m/s. Hỏi sau 27 giây kể từ khi hạ độ cao, khinh khí cầu cách mặt đất bao nhiêu mét?

1 CỘNG VÀ TRỪ HAI SỐ HỮU TỈ

Cách cộng và trừ hai số hữu tỉ

HĐ1 Nhắc lại quy tắc cộng và trừ hai phân số rồi thực hiện phép tính:

a) $\frac{-7}{8}+\frac{5}{12}$; b) $\frac{-5}{7}-\frac{8}{21}$.

Mỗi số hữu tỉ đều viết được dưới dạng phân số với mẫu dương.

HĐ2 Viết các hỗn số và số thập phân trong phép tính sau dưới dạng phân số rồi thực hiện phép tính:

a) $0,25+1\frac{5}{12}$; b) $-1,4-\frac{3}{5}$.

Ta có thể cộng, trừ hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số.

Ví dụ 1 Tính: a) $\frac{2}{-3}+2,5+\frac{1}{3}+1\frac{1}{2}$; b) $-0,5+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$; c) $(-9,15)+8,09$.

Giải. a) $\frac{2}{-3}+2,5+\frac{1}{3}+1\frac{1}{2}$

$=\frac{-2}{3}+\frac{5}{2}+\frac{1}{3}+\frac{3}{2}$ ← viết số hữu tỉ dưới dạng phân số có mẫu dương

$=\frac{-2}{3}+\frac{1}{3}+\frac{5}{2}+\frac{3}{2}$ ← tính chất giao hoán

Phép cộng số hữu tỉ cũng có tính chất giao hoán, kết hợp giống phép cộng phân số.

$= \left(\dfrac{-2}{3}+\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{5}{2}+\dfrac{3}{2}\right)$ ← tính chất kết hợp

$= \dfrac{-1}{3}+4=\dfrac{11}{3}$;

b) $-0,5+\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{-1}{2}+\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}$ ← viết số hữu tỉ dưới dạng phân số

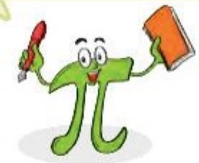
$= \left(\dfrac{-1}{2}+\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{2}{3}$ ← tính chất giao hoán, kết hợp

$= 0+\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{3}$; ← cộng với số 0

c) $(-9,15) + 8,09 = -(9,15 - 8,09) = -1,06$.

Hai số đối nhau luôn có tổng bằng 0:

$a + (-a) = 0$.



Chú ý. Nếu hai số hữu tỉ đều được cho dưới dạng số thập phân thì ta áp dụng quy tắc cộng và trừ đối với số thập phân.

Luyện tập 1 Tính:

a) $(-7)-\left(-\dfrac{5}{8}\right)$; b) $-21,25 + 13,3$.

Nhận xét. Trong tập các số hữu tỉ $\mathbb{Q}$, ta cũng có quy tắc dấu ngoặc tương tự như trong tập các số nguyên $\mathbb{Z}$.

Ví dụ 2 Tính: $\dfrac{8}{9}-\left[\dfrac{7}{4}-\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{3}\right)\right]$.

Giải. $\dfrac{8}{9}-\left[\dfrac{7}{4}-\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{3}\right)\right]=\dfrac{8}{9}-\dfrac{7}{4}+\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{3}\right)$ ← bỏ dấu ngoặc có dấu "–" đằng trước dấu ngoặc vuông

$=\dfrac{8}{9}-\dfrac{7}{4}+\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{3}$ ← bỏ dấu ngoặc có dấu "+" đằng trước

$=\left(\dfrac{8}{9}-\dfrac{2}{3}\right)-\left(\dfrac{7}{4}-\dfrac{3}{4}\right)$ ← đặt dấu ngoặc có dấu "–" đằng trước

$=\left(\dfrac{8}{9}-\dfrac{6}{9}\right)-1=\dfrac{2}{9}-1=-\dfrac{7}{9}$.

Chú ý. Đối với một tổng trong $\mathbb{Q}$, ta có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tuỳ ý như các tổng trong $\mathbb{Z}$.

Luyện tập 2 Bỏ dấu ngoặc rồi tính các tổng sau:

a) $\dfrac{9}{10}-\left(\dfrac{6}{5}-\dfrac{7}{4}\right)$; b) $6,5+\left[0,75-(8,25-1,75)\right]$.

Vận dụng 1

Khoai tây là thức ăn chính của người châu Âu và là một món ăn ưa thích của người Việt Nam. Trong 100 gam khoai tây khô có 11 gam nước; 6,6 gam protein; 0,3 gam chất béo; 75,1 gam glucid và các chất khác.

(Theo Viện Dinh dưỡng Quốc gia)

Em hãy cho biết khối lượng các chất khác trong 100 gam khoai tây khô.

2 NHÂN VÀ CHIA HAI SỐ HỮU TỈ

Cách nhân và chia hai số hữu tỉ

HĐ3 Viết các hỗn số và số thập phân trong các phép tính sau dưới dạng phân số rồi thực hiện phép tính:

a) $0{,}36 \cdot \dfrac{-5}{9}$; b) $\dfrac{-7}{6} : 1\dfrac{5}{7}$.

Ta có thể nhân, chia hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc nhân, chia phân số.

Ví dụ 3 Tính: a) $\dfrac{6}{7} \cdot 0{,}25$; b) $-2{,}4 : \dfrac{6}{5}$.

Giải. a) $\dfrac{6}{7} \cdot 0{,}25 = \dfrac{6}{7} \cdot \dfrac{25}{100} = \dfrac{6}{7} \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{6}{28} = \dfrac{3}{14}$; b) $-2{,}4 : \dfrac{6}{5} = \dfrac{-24}{10} : \dfrac{6}{5} = \dfrac{-12}{5} \cdot \dfrac{5}{6} = \dfrac{-60}{30} = -2$.

Luyện tập 3

Tính: a) $\left(-\dfrac{9}{13}\right) \cdot \left(-\dfrac{4}{5}\right)$; b) $-0{,}7 : \dfrac{3}{2}$.

Phép nhân các số hữu tỉ cũng có các tính chất của phép nhân phân số.

Luyện tập 4

Tính một cách hợp lí: $\dfrac{7}{6} \cdot 3\dfrac{1}{4} + \dfrac{7}{6} \cdot (-0{,}25)$.

Chú ý. Nếu hai số hữu tỉ đều được cho dưới dạng số thập phân thì ta có thể áp dụng quy tắc nhân và chia đối với số thập phân, chẳng hạn:

$$1{,}25 \cdot (-4{,}6) = -(1{,}25 \cdot 4{,}6) = -5{,}75;$$
$$7{,}8 : (-0{,}13) = -(7{,}8 : 0{,}13) = -60.$$

Ví dụ 4

Trở lại *bài toán mở đầu*, trong 50 giây đầu, khinh khí cầu bay lên cách mặt đất là:

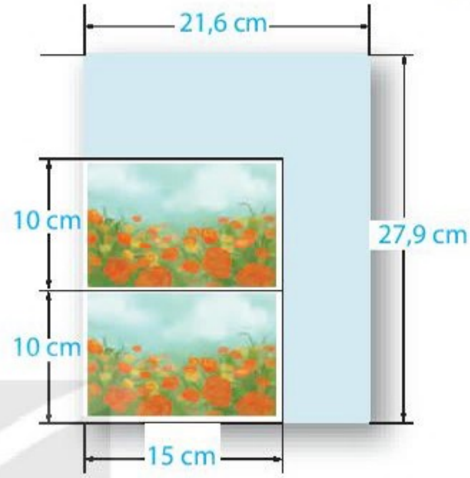
$$0,8 \cdot 50 = 40 \text{ (m)}.$$

Sau 27 giây, khinh khí cầu giảm độ cao là: $\frac{5}{9} \cdot 27 = 15$ (m).

Vậy sau 27 giây, khinh khí cầu cách mặt đất là: $40 - 15 = 25$ (m).

Vận dụng 2

Có hai tấm ảnh kích thước 10 cm × 15 cm được in trên giấy ảnh kích thước 21,6 cm × 27,9 cm như Hình 1.8. Nếu cắt ảnh theo đúng kích thước thì diện tích phần giấy ảnh còn lại là bao nhiêu?



Hình 1.8

BÀI TẬP

1.7. Tính:

a) $\frac{-6}{18} + \frac{18}{27}$; b) $2,5 - \left(-\frac{6}{9}\right)$; c) $-0,32 \cdot (-0,875)$; d) $(-5) : 2\frac{1}{5}$.

1.8. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\left(8 + 2\frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right) - (5 + 0,4) - \left(3\frac{1}{3} - 2\right)$; b) $\left(7 - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) : \left(5 - \frac{1}{4} - \frac{5}{8}\right)$.

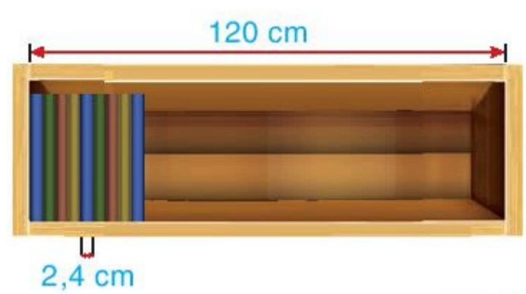
1.9. Em hãy tìm cách "nối" các số ở những chiếc lá trong Hình 1.9 bằng dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia và dấu ngoặc để được một biểu thức có giá trị đúng bằng số ở bông hoa.

Hình 1.9

1.10. Tính một cách hợp lí.

$$0,65 \cdot 78 + 2\frac{1}{5} \cdot 2\,020 + 0,35 \cdot 78 - 2,2 \cdot 2\,020.$$

1.11. Ngăn đựng sách của một giá sách trong thư viện dài 120 cm (xem hình bên). Người ta dự định xếp các cuốn sách dày khoảng 2,4 cm vào ngăn này. Hỏi ngăn sách đó có thể để được nhiều nhất bao nhiêu cuốn sách như vậy?



LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1 Tính một cách hợp lí.

a) $A=\frac{37}{5}+(-0,7)+\frac{5}{2}+(-4,3)$;   b) $\boldsymbol{B}=\frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{37}{10}\right)+\frac{17}{2}\cdot\left(-\frac{37}{10}\right)$.

Giải

a) $A=7,4+(-0,7)+2,5+(-4,3)=(7,4+2,5)+\left[(-0,7)+(-4,3)\right]$

$=9,9+(-5)=4,9$.

b) $B=\left(\frac{3}{2}+\frac{17}{2}\right)\cdot\left(-\frac{37}{10}\right)=10\cdot\left(-\frac{37}{10}\right)=-37$.

Ví dụ 2

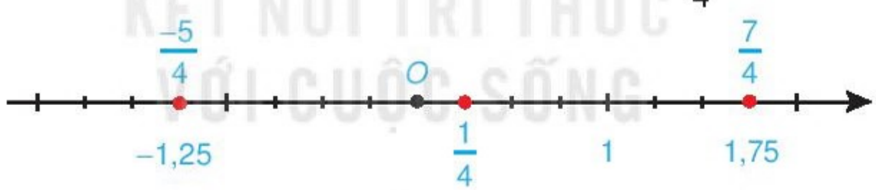
a) Biểu diễn các số hữu tỉ 1,75; –1,25 và $\frac{1}{4}$ trên trục số.

b) Sắp xếp các số hữu tỉ trên theo thứ tự từ nhỏ đến lớn dựa vào trục số đã vẽ.

Giải

a) Ta viết $1,75=\frac{7}{4}$; $-1,25=\frac{-5}{4}$.

Chia đoạn thẳng đơn vị thành bốn đoạn bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng $\frac{1}{4}$ đơn vị cũ). Khi đó các số hữu tỉ 1,75; –1,25; $\frac{1}{4}$ được biểu diễn như sau:



Hình 1.10

b) Trên trục số Hình 1.10, –1,25 nằm trước $\frac{1}{4}$ và $\frac{1}{4}$ nằm trước 1,75.

Do đó $-1,25<\frac{1}{4}<1,75$.

BÀI TẬP

1.12. So sánh:

a) $\frac{123}{7}$ và 17,75;   b) $-\frac{65}{9}$ và $-7,125$.

1.13. Bảng sau cho biết các điểm đông đặc và điểm sôi của sáu nguyên tố được gọi là khí hiếm.

Khí hiếm	Điểm đông đặc (°C)	Điểm sôi (°C)
Argon (A-gon)	−189,2	−185,7
Helium (Hê-li)	−272,2	−268,6
Neon (Nê-on)	−248,67	−245,72
Krypton (Kríp-tôn)	−156,6	−152,3
Radon (Ra-đôn)	−71,0	−61,8
Xenon (Xê-nôn)	−111,9	−107,1

(Theo *britannica.com*)

a) Khí hiếm nào có điểm đông đặc nhỏ hơn điểm đông đặc của Krypton?

b) Khí hiếm nào có điểm sôi lớn hơn điểm sôi của Argon?

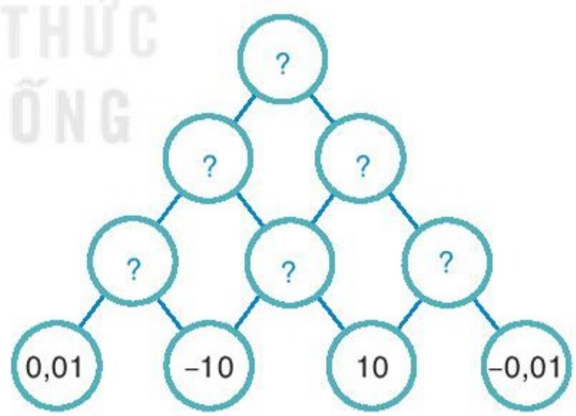
c) Hãy sắp xếp các khí hiếm theo thứ tự điểm đông đặc tăng dần;

d) Hãy sắp xếp các khí hiếm theo thứ tự điểm sôi giảm dần.

1.14. Theo Đài khí tượng thuỷ văn tỉnh Lào Cai, ngày 10-01-2021, nhiệt độ thấp nhất tại thị xã Sa Pa là $-0{,}7\ ^\circ C$; nhiệt độ tại thành phố Lào Cai khoảng $9{,}6\ ^\circ C$. Hỏi nhiệt độ tại thành phố Lào Cai cao hơn nhiệt độ tại thị xã Sa Pa bao nhiêu độ C?

(Theo *vietnamplus.vn*)

1.15. Thay mỗi dấu "?" bằng số thích hợp để hoàn thiện sơ đồ Hình 1.11, biết số trong mỗi ô ở hàng trên bằng tích của hai số trong hai ô kề nó ở hàng dưới.



Hình 1.11

1.16. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \left(2 - \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{8}\right) : \left(1 - \dfrac{3}{2} - \dfrac{3}{4}\right)$;

b) $B = 5 - \dfrac{1 + \dfrac{1}{3}}{1 - \dfrac{1}{3}}$.

1.17. Tính một cách hợp lí: $1{,}2 \cdot \dfrac{15}{4} + \dfrac{16}{7} \cdot \dfrac{-85}{8} - 1{,}2 \cdot 5\dfrac{3}{4} - \dfrac{16}{7} \cdot \dfrac{-71}{8}$.

Bài 3 LUỸ THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Luỹ thừa • Cơ số • Số mũ	• Mô tả phép tính luỹ thừa với số mũ tự nhiên của một số hữu tỉ. • Thực hiện tính tích, thương hai luỹ thừa cùng cơ số, luỹ thừa của luỹ thừa.

Trái Đất, ngôi nhà chung của tất cả chúng ta có khoảng 71% diện tích bề mặt được bao phủ bởi nước. Nếu gom hết toàn bộ lượng nước trên Trái Đất để đổ đầy vào một bể chứa hình lập phương thì kích thước cạnh của bể phải lên tới 1 111,34 km.

(Theo *usgs.gov*)

Muốn biết lượng nước trên Trái Đất là khoảng bao nhiêu kilômét khối, ta cần tính 1 111,34 × 1 111,34 × 1 111,34. Biểu thức này có thể viết gọn hơn dưới dạng luỹ thừa giống như luỹ thừa của một số tự nhiên mà em đã học ở lớp 6.

1 LUỸ THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN

Luỹ thừa với số mũ tự nhiên

HĐ1 Viết các tích sau dưới dạng luỹ thừa rồi chỉ ra cơ số và số mũ của luỹ thừa đó.

a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$;   b) $5 \cdot 5 \cdot 5$.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ thừa số}}$$
$(a, n \in \mathbb{N}, n > 1)$

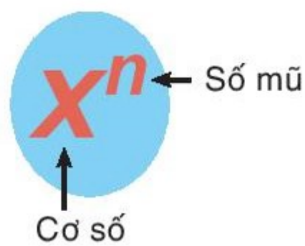
HĐ2 Thực hiện phép tính:

a) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$;   b) $(-0,5) \cdot (-0,5)$;   c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$.

HĐ3 Hãy viết các biểu thức trong HĐ2 dưới dạng luỹ thừa tương tự như luỹ thừa của số tự nhiên.

Với số hữu tỉ x, ta cũng có định nghĩa sau:

> **Luỹ thừa bậc n** của một số hữu tỉ x, kí hiệu x^n, là tích của n thừa số x (n là số tự nhiên lớn hơn 1):
>
> $$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n \text{ thừa số}} \quad (x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1).$$
>
> x^n đọc là x mũ n hoặc x luỹ thừa n hoặc luỹ thừa bậc n của x.
>
> x gọi là **cơ số**, n gọi là **số mũ**.
>
> *Quy ước:* $x^0 = 1$ $(x \neq 0)$; $x^1 = x$.



Ví dụ 1 Tính: a) $(-3)^3$; b) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$.

Giải. a) $(-3)^3 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3) = -27$; b) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1\cdot1\cdot1\cdot1}{3\cdot3\cdot3\cdot3} = \frac{1}{81}$.

Luyện tập 1 Tính:

a) $\left(-\frac{4}{5}\right)^4$; b) $(0{,}7)^3$.

Ví dụ 2 Tính và so sánh: a) $2^2\cdot3^2$ và $(2\cdot3)^2$; b) $\frac{(-14)^2}{7^2}$ và $\left(\frac{-14}{7}\right)^2$.

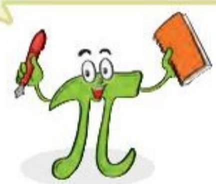
Giải. a) $2^2\cdot3^2 = 4\cdot9 = 36$ và $(2\cdot3)^2 = 6^2 = 36$ nên $2^2\cdot3^2 = (2\cdot3)^2$.

b) $\frac{(-14)^2}{7^2} = \frac{196}{49} = 4$ và $\left(\frac{-14}{7}\right)^2 = (-2)^2 = 4$ nên $\frac{(-14)^2}{7^2} = \left(\frac{-14}{7}\right)^2$.

Chú ý. Luỹ thừa của một tích bằng tích các luỹ thừa;

Luỹ thừa của một thương bằng thương các luỹ thừa.

- $(x\cdot y)^n = x^n\cdot y^n$.
- $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$ $(y \neq 0)$.

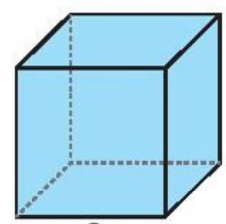


Luyện tập 2 Tính:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\cdot3^{10}$; b) $(-125)^3 : 25^3$; c) $(0{,}08)^3\cdot10^3$.

Vận dụng

Viết công thức tính thể tích của hình lập phương cạnh *a* dưới dạng luỹ thừa. Từ đó viết biểu thức luỹ thừa để tính toàn bộ lượng nước trên Trái Đất trong *bài toán mở đầu* (đơn vị kilômét khối).



a

2 NHÂN VÀ CHIA HAI LUỸ THỪA CÙNG CƠ SỐ

Cách tính nhân và chia hai luỹ thừa cùng cơ số

HĐ4 Tính và so sánh:

a) $(-3)^2\cdot(-3)^4$ và $(-3)^6$; b) $0{,}6^3 : 0{,}6^2$ và $0{,}6$.

- Khi nhân hai luỹ thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng hai số mũ.

$$x^m\cdot x^n = x^{m+n}.$$

- Khi chia hai luỹ thừa cùng cơ số khác 0, ta giữ nguyên cơ số và lấy số mũ của luỹ thừa bị chia trừ số mũ của luỹ thừa chia.

$$x^m : x^n = x^{m-n}\ (x \neq 0, m \geq n).$$

$(-3)^2\cdot(-3)^4$
$= (-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot\ldots$
$= \ldots$

Ví dụ 3 Tính: a) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$; b) $(-5)^5 : (-5)^5$.

Giải. a) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{5+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^8 = \frac{256}{6\ 561}$; b) $(-5)^5 : (-5)^5 = (-5)^{5-5} = (-5)^0 = 1$.

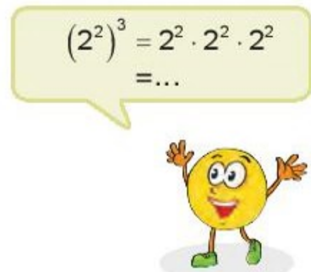
Luyện tập 3 Viết kết quả của các phép tính sau dưới dạng luỹ thừa.

a) $(-2)^3 \cdot (-2)^4$; b) $(0,25)^7 : (0,25)^3$.

3 LUỸ THỪA CỦA LUỸ THỪA

Tính luỹ thừa của luỹ thừa

HĐ5 Viết số $\left(2^2\right)^3$ dưới dạng luỹ thừa cơ số 2 và số $\left[(-3)^2\right]^2$ dưới dạng luỹ thừa cơ số -3.



Khi tính luỹ thừa của một luỹ thừa, ta giữ nguyên cơ số và nhân hai số mũ.

$$\left(x^m\right)^n = x^{m \cdot n}.$$

Ví dụ 4 Tính: $\left[(-5)^3\right]^7$.

Giải. $\left[(-5)^3\right]^7 = (-5)^{3 \cdot 7} = (-5)^{21}$.

Luyện tập 4 Viết các số $\left(\frac{1}{4}\right)^8$; $\left(\frac{1}{8}\right)^3$ dưới dạng luỹ thừa cơ số $\frac{1}{2}$.

Thử thách nhỏ

Cho hình vuông như Hình 1.12. Em hãy thay mỗi dấu "?" bằng một luỹ thừa của 2, biết tích các luỹ thừa trên mỗi hàng, mỗi cột và mỗi đường chéo đều bằng nhau.

2^3	?	?
?	2^4	?
?	2^6	2^5

Hình 1.12

BÀI TẬP

1.18. Viết các số 125; 3 125 dưới dạng luỹ thừa của 5.

1.19. Viết các số $\left(\frac{1}{9}\right)^5$; $\left(\frac{1}{27}\right)^7$ dưới dạng luỹ thừa cơ số $\frac{1}{3}$.

1.20. Thay mỗi dấu "?" bởi một luỹ thừa của 3, biết rằng từ ô thứ ba, luỹ thừa cần tìm là tích của hai luỹ thừa ở hai ô liền trước.

3^0	3^1	?	?	?	?	?

1.21. Không sử dụng máy tính, hãy tính:

a) $(-3)^8$, biết $(-3)^7 = -2\,187$;

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{12}$, biết $\left(-\frac{2}{3}\right)^{11} = \frac{-2\,048}{177\,147}$.

1.22. Viết các biểu thức sau dưới dạng luỹ thừa của một số hữu tỉ.

a) $15^8 \cdot 2^4$;

b) $27^5 : 32^3$.

1.23. Tính:

a) $\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(2+\frac{3}{7}\right)$;

b) $4 : \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^3$.

1.24. Khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời bằng khoảng $1,5 \cdot 10^8$ km. Khoảng cách từ Mộc tinh đến Mặt Trời khoảng $7,78 \cdot 10^8$ km. Hỏi khoảng cách từ Mộc tinh đến Mặt Trời gấp khoảng bao nhiêu lần khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời?

(Theo *solarsystem.nasa.gov*)

1.25. Bảng thống kê dưới đây cho biết số lượt khách quốc tế đến thăm Việt Nam trong năm 2019.

Quốc gia	Số lượt khách đến thăm
Hàn Quốc	$4,3 \cdot 10^6$
Hoa Kỳ	$7,4 \cdot 10^5$
Pháp	$2,9 \cdot 10^5$
Ý	$7 \cdot 10^4$

(Theo *Viện Nghiên cứu Phát triển Du lịch*)

Em hãy sắp xếp tên các quốc gia theo thứ tự số lượng khách đến thăm Việt Nam từ nhỏ đến lớn.

EM CÓ BIẾT?

LUỸ THỪA VỚI SỐ MŨ ÂM

Cùng với luỹ thừa với số mũ tự nhiên, người ta còn xét cả luỹ thừa với số mũ nguyên âm của một số khác 0. Ta định nghĩa $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$, với n là số nguyên dương, $x \neq 0$.

Ví dụ: $\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$; $\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$.

Luỹ thừa với số mũ nguyên âm của 10 thường được dùng để viết những số rất nhỏ cho thuận tiện. Ví dụ, phần lớn vi khuẩn có kích thước là 1 micromét, tức 10^{-6} m. Đơn vị đo thời gian nhỏ nhất là yocto giây, 1 yocto giây = 10^{-24} giây.

(Theo *chemistryviews.org*)

Bài 4 THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH. QUY TẮC CHUYỂN VẾ

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Quy tắc chuyển vế	• Mô tả thứ tự thực hiện các phép tính. • Mô tả quy tắc chuyển vế. • Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với các phép tính về số hữu tỉ.

Biết cân ở trạng thái cân bằng (H.1.13), hỏi quả bưởi nặng bao nhiêu kilôgam?

Hình 1.13

1 THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH

Thứ tự thực hiện các phép tính

HĐ Em hãy nhắc lại thứ tự thực hiện các phép tính đối với các số tự nhiên rồi tính:

a) $10+36:2\cdot 3$; b) $\left[5+2\cdot\left(9-2^3\right)\right]:7$.

Thứ tự thực hiện phép tính đối với các số tự nhiên vẫn đúng đối với các số hữu tỉ.

- Với các biểu thức chỉ có phép cộng và phép trừ hoặc chỉ có phép nhân và phép chia ta thực hiện các phép tính từ trái sang phải.
- Với các biểu thức không có dấu ngoặc, ta thực hiện theo thứ tự:

  Luỹ thừa → Nhân và chia → Cộng và trừ

- Với các biểu thức có dấu ngoặc, ta thực hiện trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau.

$$(\ ) \rightarrow [\ ] \rightarrow \{\ \}.$$

Ví dụ 1 Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $1{,}2-3^2+7{,}5:3$; b) $9{,}8+1{,}5\cdot 6+(6{,}8-2):3$.

Giải

a) $1{,}2-3^2+7{,}5:3=1{,}2-9+2{,}5$ ← thực hiện phép tính luỹ thừa, nhân, chia trước

$=-7{,}8+2{,}5=-5{,}3$;

b) $9{,}8+1{,}5\cdot 6+(6{,}8-2):3=9{,}8+9+4{,}8:3$ ← thực hiện trong ngoặc trước

$=18{,}8+1{,}6=20{,}4$.

Luyện tập 1 Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right):\frac{5}{4}+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right):\frac{5}{2}$;

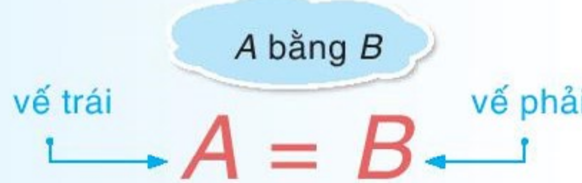
b) $\frac{5}{9}:\left(\frac{1}{11}-\frac{5}{22}\right)+\frac{7}{4}\cdot\left(\frac{1}{14}-\frac{2}{7}\right)$.

2 QUY TẮC CHUYỂN VẾ

Đẳng thức

Từ Hình 1.13 trong *bài toán mở đầu*, nếu gọi x là số cân nặng của quả bưởi thì ta có $5,1 + x = 7$.

Ta nói $5,1 + x = 7$ là một đẳng thức, trong đó $5,1 + x$ là vế trái, 7 là vế phải của đẳng thức.



Chẳng hạn, $a \cdot a = a^2$ và $2,7 - 8,1 = -5,4$ là những đẳng thức.

Khi biến đổi các đẳng thức, ta thường áp dụng các tính chất sau:

Nếu $a = b$ thì: $b = a$; $a + c = b + c$.

Chỉ ra vế trái, vế phải của đẳng thức $2 \cdot (b + 1) = 2b + 2$.

Ví dụ 2 a) Tìm a, biết $a + 6 = -9$; b) Tìm b, biết $b - 8 = -3$.

Giải. a) Từ đẳng thức $a + 6 = -9$, ta có:

$$\begin{aligned} a + 6 + (-6) &= -9 + (-6)\\ a + [6 + (-6)] &= -15\\ a + 0 &= -15\\ a &= -15; \end{aligned}$$

b) Từ đẳng thức $b - 8 = -3$, ta có:

$$\begin{aligned} b - 8 + 8 &= -3 + 8\\ b - (8 - 8) &= 5\\ b - 0 &= 5\\ b &= 5. \end{aligned}$$

Quy tắc chuyển vế

Từ Ví dụ 2, ta thấy $a = -9 - 6$ và $b = -3 + 8$.

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó: dấu "+" đổi thành dấu "−" và dấu "−" đổi thành dấu "+".

- Nếu $a + b = c$ thì $a = c - b$.
- Nếu $a - b = c$ thì $a = c + b$.

Ví dụ 3 Tìm x, biết:

a) $x + \frac{1}{2} = -\frac{6}{7}$;

b) $x - \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$.

Giải

a) $x+\frac{1}{2}=-\frac{6}{7}$

$x=-\frac{6}{7}-\frac{1}{2}$ ← quy tắc chuyển vế

$x=-\frac{12}{14}-\frac{7}{14}$

$x=-\frac{19}{14}$. Vậy $x=-\frac{19}{14}$.

b) $x-\frac{3}{4}=\frac{9}{8}$

$x=\frac{9}{8}+\frac{3}{4}$ ← quy tắc chuyển vế

$x=\frac{9}{8}+\frac{6}{8}$

$x=\frac{15}{8}$. Vậy $x=\frac{15}{8}$.

Luyện tập 2

Tìm x, biết:

a) $x+7,25=15,75$;

b) $\left(-\frac{1}{3}\right)-x=\frac{17}{6}$.

Vận dụng

Vào dịp tết Nguyên đán, bà của An gói bánh chưng cho gia đình. Nguyên liệu để làm bánh gồm gạo nếp, đậu xanh, thịt lợn và lá dong. Mỗi cái bánh chưng sau khi gói nặng khoảng 0,8 kg gồm 0,5 kg gạo; 0,125 kg đậu xanh; 0,04 kg lá dong, còn lại là thịt. Hỏi khối lượng thịt trong mỗi cái bánh là khoảng bao nhiêu?

BÀI TẬP

1.26. Tìm x, biết:

a) $x+0,25=\frac{1}{2}$;

b) $x-\left(-\frac{5}{7}\right)=\frac{9}{14}$.

1.27. Tìm x, biết:

a) $x-\left(\frac{5}{4}-\frac{7}{5}\right)=\frac{9}{20}$;

b) $9-x=\frac{8}{7}-\left(-\frac{7}{8}\right)$.

1.28. Tính một cách hợp lí.

a) $-1,2+(-0,8)+0,25+5,75-2021$;

b) $-0,1+\frac{16}{9}+11,1+\frac{-20}{9}$.

1.29. Bỏ dấu ngoặc rồi tính các tổng sau:

a) $\frac{17}{11}-\left(\frac{6}{5}-\frac{16}{11}\right)+\frac{26}{5}$;

b) $\frac{39}{5}+\left(\frac{9}{4}-\frac{9}{5}\right)-\left(\frac{5}{4}+\frac{6}{7}\right)$.

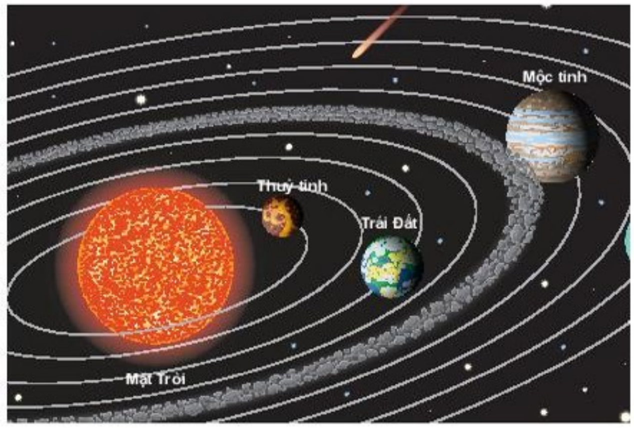
1.30. Để làm một cái bánh, cần $2\frac{3}{4}$ cốc bột. Lan đã có $1\frac{1}{2}$ cốc bột. Hỏi Lan cần thêm bao nhiêu cốc bột nữa để vừa đủ làm được một cái bánh?

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Năm ánh sáng là đơn vị chiều dài sử dụng để đo khoảng cách trong thiên văn học. Một năm ánh sáng là độ dài quãng đường mà ánh sáng đi được trong một năm và bằng khoảng 9 460 000 000 000 km.

(Theo *exoplanets.nasa.gov*)



Đó là một con số rất lớn, nên người ta dùng luỹ thừa để viết gọn lại.

a) Hãy viết gọn một năm ánh sáng theo luỹ thừa của 10.

b) Khoảng cách từ Mộc tinh đến Trái Đất thay đổi theo từng ngày trong năm. Khoảng cách gần nhất khoảng 588 000 000 km, khoảng cách xa nhất khoảng 968 000 000 km.

(Theo *space.com*)

Em hãy tính khoảng cách gần nhất và xa nhất từ Mộc tinh đến Trái Đất theo đơn vị năm ánh sáng.

Giải. a) Ta có 9 460 000 000 000 km = $9,46 \cdot 10^{12}$ km.

b) Khoảng cách ngắn nhất từ Mộc tinh đến Trái Đất là $5,88 \cdot 10^8$ km.

Do đó khoảng cách này tính theo năm ánh sáng là:

$$\frac{5,88 \cdot 10^8}{9,46 \cdot 10^{12}} = \frac{588}{9\,460\,000} = \frac{147}{2\,365\,000} \text{ (năm ánh sáng)}.$$

Khoảng cách xa nhất từ Mộc tinh đến Trái Đất là $9,68 \cdot 10^8$ km.

Do đó khoảng cách này tính theo năm ánh sáng là:

$$\frac{9,68 \cdot 10^8}{9,46 \cdot 10^{12}} = \frac{968}{9\,460\,000} = \frac{11}{107\,500} \text{ (năm ánh sáng)}.$$

Ví dụ 2 Tính một cách hợp lí: $A = 12,4 \cdot 6\frac{1}{4} + (-12,4) \cdot (-2,5)^2$.

Giải. Ta có $A = 12,4 \cdot 6\frac{1}{4} + (-12,4) \cdot (-2,5)^2 = 12,4 \cdot 6,25 + (-12,4) \cdot 6,25$

$$= [12,4 + (-12,4)] \cdot 6,25 = 0 \cdot 6,25 = 0.$$

BÀI TẬP

1.31. Tìm x, biết:

a) $2x + \frac{1}{2} = \frac{7}{9}$;   b) $\frac{3}{4} - 6x = \frac{7}{13}$.

1.32. Diện tích mặt nước của một số hồ nước ngọt lớn nhất trên thế giới được cho trong bảng sau. Em hãy sắp xếp chúng theo thứ tự diện tích từ nhỏ đến lớn.

Hồ	Diện tích (m^2)
Baikal (Nga)	$3{,}17 \cdot 10^{10}$
Caspian (Châu Âu, Châu Á)	$3{,}71 \cdot 10^{11}$
Ontario (Bắc Mỹ)	$1{,}896 \cdot 10^{10}$
Michigan (Mỹ)	$5{,}8 \cdot 10^{10}$
Superior (Bắc Mỹ)	$8{,}21 \cdot 10^{10}$
Victoria (Châu Phi)	$6{,}887 \cdot 10^{10}$
Erie (Bắc Mỹ)	$2{,}57 \cdot 10^{10}$
Vostok (Nam Cực)	$1{,}56 \cdot 10^{10}$
Nicaragua	$8{,}264 \cdot 10^{9}$

(Theo *visualcapitalist.com*)

1.33. Tính một cách hợp lí.

a) $A = 32{,}125 - (6{,}325 + 12{,}125) - (37 + 13{,}675)$;

b) $B = 4{,}75 + \left(\frac{-1}{2}\right)^3 + 0{,}5^2 - 3 \cdot \frac{-3}{8}$;

c) $C = 2\,021{,}2345 \cdot 2\,020{,}1234 + 2\,021{,}2345 \cdot (-2\,020{,}1234)$.

1.34. Đặt một cặp dấu ngoặc "()" để được biểu thức đúng.

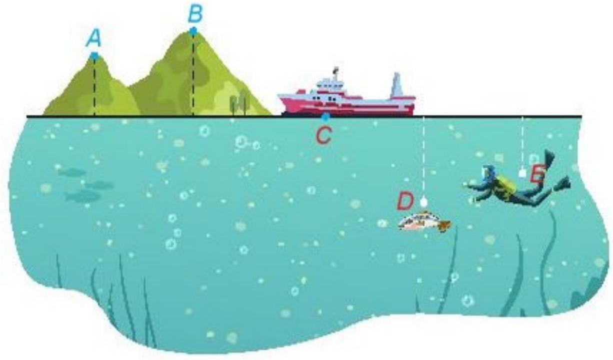
$$2{,}2 - 3{,}3 + 4{,}4 - 5{,}5 = 0.$$

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

1.35. Hình 1.14 mô phỏng vị trí của năm điểm A, B, C, D, E so với mực nước biển. Biết rằng độ cao (tính theo đơn vị kilômét) so với mực nước biển của mỗi điểm là một trong các số sau:

$$\frac{33}{12};\ \frac{79}{30};\ -\frac{25}{12};\ -\frac{5}{6};\ 0.$$

Quan sát hình và cho biết độ cao của mỗi điểm.



Hình 1.14

1.36. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\dfrac{3^{12}+3^{15}}{1+3^{3}}$;

b) $2:\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{2}{3}\right)^{2}+0,125^{3}\cdot 8^{3}-(-12)^{4}:6^{4}$.

1.37. Chị Trang đang có ba tháng thực tập tại Mỹ. Gần hết thời gian thực tập, chị Trang và bạn có kế hoạch tổ chức một bữa tiệc chia tay trước khi về nước. Chị ấy dự định mua 4 cái bánh pizza, mỗi cái giá 10,25 USD. Chị Trang có phiếu giảm giá 1,5 USD cho mỗi cái bánh pizza, hãy tính tổng số tiền chị ấy dùng để mua bánh.

Đồng đô la Mỹ, viết tắt là USD (United States dollar), là đơn vị tiền tệ chính thức của Hoa Kỳ.

1.38. Bố của Hà chuẩn bị đi công tác bằng máy bay. Theo kế hoạch, máy bay sẽ cất cánh lúc 14 giờ 40 phút. Bố của Hà cần phải có mặt ở sân bay trước ít nhất 2 giờ để làm thủ tục, biết rằng đi từ nhà Hà đến sân bay mất khoảng 45 phút. Hỏi bố của Hà phải đi từ nhà muộn nhất là lúc mấy giờ để đến sân bay cho kịp giờ bay?

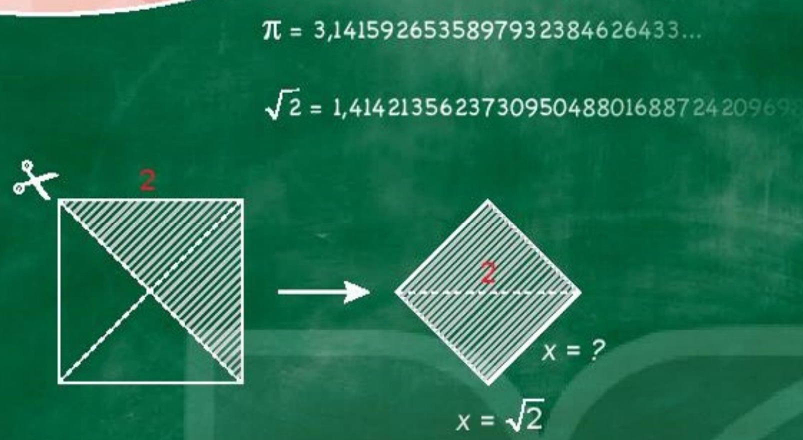
GÓC CÔNG NGHỆ

Ta có thể sử dụng loại máy tính cầm tay thích hợp để thực hiện các phép tính với số hữu tỉ. Chẳng hạn:

Tính	Ấn các phím	Kết quả
$(-1,7)+(-2,9)$	(−) 1 • 7 + (−) 2 • 9 =	−4,6
$\left(-\dfrac{16}{5}\right)-(-0,8)$	(−) ▭ 1 6 ▼ 5 ▶ − (−) 0 • 8 =	−2,4
$4,1\cdot\left(-\dfrac{8}{5}\right)$	4 • 1 × (−) ▭ 8 ▼ 5 =	−6,56
$(-3,45):(-2,3)$	(−) 3 • 4 5 ÷ (−) 2 • 3 =	1,5
$0,5\cdot(-2,1)+1,5:(-0,3)$	0 • 5 × (−) 2 • 1 + 1 • 5 ÷ (−) 0 • 3 =	−6,05

Chương II SỐ THỰC

SỐ HỌC

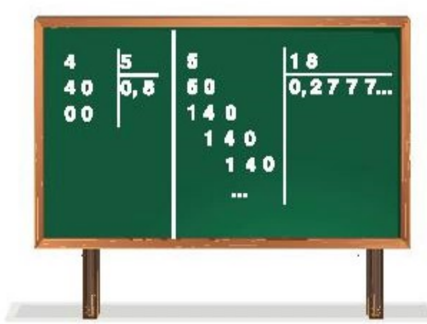


Chúng ta đã biết mỗi đoạn thẳng đều có một độ dài, được biểu thị bởi một số. Trong chương này, chúng ta sẽ thấy có những đoạn thẳng mà độ dài của nó không thể biểu thị bằng một *số hữu tỉ*. Điều này cho thấy có một loại số mới, đó là *số vô tỉ*. *Số vô tỉ* và *số hữu tỉ* được gọi chung là *số thực*. Chúng ta cùng tìm hiểu về loại số này!

Bài 5 LÀM QUEN VỚI SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Số thập phân hữu hạn • Số thập phân vô hạn tuần hoàn • Chu kì • Độ chính xác	• Nhận biết số thập phân hữu hạn và số thập phân vô hạn tuần hoàn. • Làm tròn số căn cứ vào độ chính xác cho trước.

Tớ thực hiện phép chia để viết $\frac{4}{5}$ dưới dạng số thập phân được kết quả bằng 0,8.



Mình cũng đặt tính chia $\frac{5}{18}$ mà sao mãi không ra kết quả nhỉ?

Số thập phân vô hạn tuần hoàn

• Khi chia 5 cho 18, ta thấy phép chia không bao giờ chấm dứt và nếu cứ tiếp tục chia thì trong thương 0,2777..., chữ số 7 được lặp lại mãi. Ta nói phân số $\frac{5}{18}$ viết được dưới dạng số thập phân là 0,2777.... Tương tự, ta có $-\frac{17}{11} = -1{,}545454....$ Các số 0,2777...; −1,545454... là những số thập phân vô hạn tuần hoàn.

- Số 0,2777... được viết gọn là 0,2(7). Kí hiệu (7) được hiểu là chữ số 7 được lặp lại vô hạn lần. Số 7 được gọi là **chu kì** của số thập phân vô hạn tuần hoàn 0,2(7). Tương tự, −1,545454... có chu kì là 54 và được viết gọn là −1,(54).
- Các số thập phân đã học như 0,8; 1,25; ... còn được gọi là **số thập phân hữu hạn**.

? Kết quả của phép chia 1 cho 9 là số thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn?

Ví dụ 1 Chu kì của số thập phân vô hạn tuần hoàn có thể có nhiều hơn một chữ số, chẳng hạn:

a) $\frac{7}{22} = 0{,}31818... = 0{,}3(18)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kì là 18.

b) $\frac{-7}{22} = -\frac{7}{22} = -0{,}3(18)$.

7	2 2
7 0	0, 3 1 8 1 8 ...
0 4 0	
1 8 0	
0 0 4 0	
1 8 0	
0 0 4	
...	

Luyện tập 1 Viết các phân số $\frac{1}{4}; -\frac{2}{11}$ dưới dạng số thập phân rồi cho biết số nhận được là số thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn.

Chỉ ra chu kì rồi viết gọn nếu đó là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Chú ý

Mọi số hữu tỉ đều viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.

Làm tròn số thập phân căn cứ vào độ chính xác cho trước

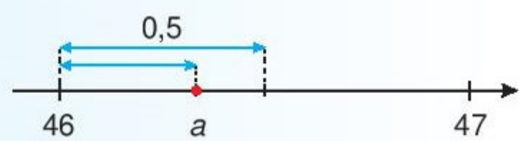
Ở lớp 6, các em đã học cách làm tròn số thập phân hữu hạn đến một hàng nào đó. Ta cũng làm tròn số thập phân vô hạn theo cách tương tự. Chẳng hạn, nếu làm tròn $a = 46{,}333...$ đến hàng đơn vị thì được kết quả là 46; nếu làm tròn $b = -1{,}27(534)$ đến hàng phần trăm thì kết quả là −1,28. Ta viết $46{,}333... \approx 46$; $-1{,}27(534) \approx -1{,}28$ (kí hiệu "≈" đọc là *xấp xỉ*).

46,333...

46

Chữ số sau hàng làm tròn là 3 < 5

Trên trục số Hình 2.1, ta thấy khoảng cách từ điểm 46 đến điểm $a = 46{,}333...$ nhỏ hơn 0,5 (bằng một nửa khoảng cách từ điểm 46 đến điểm 47). Ta cũng nói rằng 46 là kết quả làm tròn của $a = 46{,}333...$ với **độ chính xác** 0,5.



Hình 2.1

Tổng quát, ta có:

> Khi làm tròn số đến một hàng nào đó, kết quả làm tròn có độ chính xác bằng một nửa đơn vị hàng làm tròn.

Chú ý. Muốn làm tròn số thập phân với độ chính xác cho trước, ta có thể xác định hàng làm tròn thích hợp bằng cách sử dụng bảng bên.

Hàng làm tròn	Độ chính xác
trăm	50
chục	5
đơn vị	0,5
phần mười	0,05
phần trăm	0,005

Ví dụ 2 Làm tròn số 12 591,27 với độ chính xác: a) 50; b) 0,05.

Giải

a) Để kết quả làm tròn có độ chính xác là 50, ta làm tròn số đến hàng trăm.

Áp dụng quy tắc làm tròn số ta được 12 591,27 ≈ 12 600.

b) Để kết quả làm tròn có độ chính xác là 0,05, ta làm tròn số đến hàng phần mười, được kết quả là: 12 591,27 ≈ 12 591,3.

Luyện tập 2 Làm tròn số 3,14159 với độ chính xác 0,005.

Vận dụng

Ước lượng kết quả phép tính 31,(81) · 4,9 bằng cách làm tròn hai thừa số đến hàng đơn vị.

BÀI TẬP

2.1. Trong các số thập phân sau, số nào là số thập phân hữu hạn? Số nào là số thập phân vô hạn tuần hoàn?

0,1; −1,(23); 11,2(3); −6,725.

2.2. Sử dụng chu kì, hãy viết gọn số thập phân vô hạn tuần hoàn 0,010101...

2.3. Tìm chữ số thập phân thứ năm của số 3,2(31) và làm tròn số 3,2(31) đến chữ số thập phân thứ năm.

2.4. Số 0,1010010001000010... (viết liên tiếp các số 10, 100, 1 000, 10 000,... sau dấu phẩy) có phải là số thập phân vô hạn tuần hoàn hay không?

2.5. Làm tròn số 3,14159...

a) đến chữ số thập phân thứ ba; b) với độ chính xác 0,005.

EM CÓ BIẾT?

Người ta đã chứng minh được rằng:

- Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Chẳng hạn:

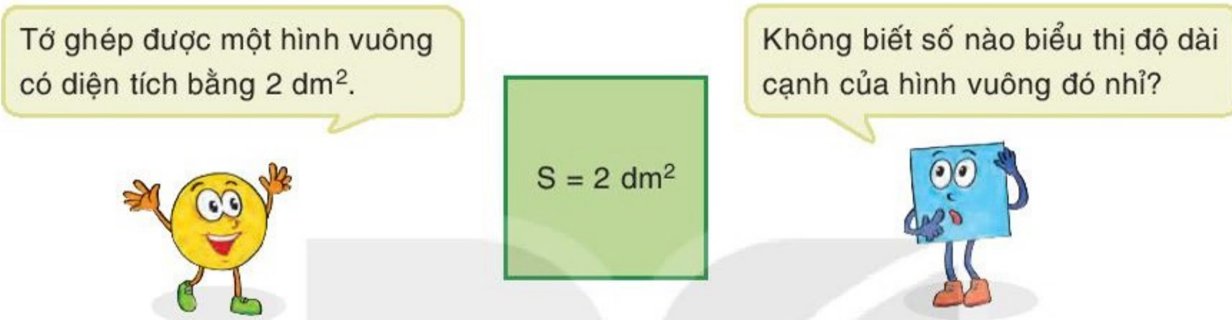
$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 5 \cdot 5^2} = \frac{75}{1\,000} = 0{,}075.$$

- Nếu một phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn. Chẳng hạn: $\frac{1}{3} = 0{,}333...$
- Mỗi số thập phân vô hạn tuần hoàn biểu diễn một số hữu tỉ.

  Chẳng hạn: $0{,}(1) = \frac{1}{9}$; $0{,}(01) = \frac{1}{99}$; $0{,}(17) = \frac{17}{99}$; $0{,}(9) = 1$.

Bài 6 SỐ VÔ TỈ. CĂN BẬC HAI SỐ HỌC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Số vô tỉ • Căn bậc hai số học • Số thập phân vô hạn không tuần hoàn	• Nhận biết số vô tỉ. • Nhận biết căn bậc hai số học của một số không âm. • Tính giá trị (đúng hoặc gần đúng) căn bậc hai số học của một số nguyên dương bằng máy tính cầm tay.

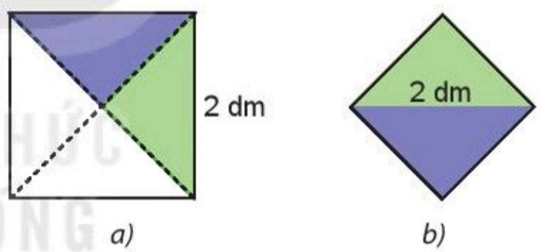


1 SỐ VÔ TỈ

Độ dài cạnh hình vuông có diện tích bằng 2 dm^2

HĐ1 Cắt một hình vuông có cạnh bằng 2 dm, rồi cắt nó thành bốn tam giác vuông bằng nhau dọc theo hai đường chéo của hình vuông (H.2.2a).

HĐ2 Lấy hai trong bốn tam giác nhận được ở trên ghép thành một hình vuông (H.2.2b). Em hãy tính diện tích hình vuông nhận được.



Hình 2.2

HĐ3 Dùng thước có vạch chia để đo độ dài cạnh hình vuông nhận được trong HĐ2. Độ dài cạnh hình vuông này bằng bao nhiêu đềximét?

Số vô tỉ

Hình vuông trong Hình 2.2b có diện tích bằng 2 dm^2. Nếu độ dài cạnh hình vuông đó là x (dm) ($x > 0$) thì $x^2 = 2$.

Người ta đã chứng minh được rằng không có số hữu tỉ nào mà bình phương bằng 2 và tính được những chữ số thập phân đầu tiên của x là:

$$x = 1{,}4142135623730950488016887...$$

Đây không là số thập phân hữu hạn, cũng không là số thập phân vô hạn tuần hoàn. Đây là một số thập phân vô hạn không tuần hoàn. Ta gọi những số như thế là **số vô tỉ**.

Số vô tỉ là số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Tập hợp các số vô tỉ được kí hiệu là $\mathbb{I}$.

Ví dụ 1 Người ta tính được tỉ số giữa chu vi và đường kính của một đường tròn luôn bằng 3,14159265358... đây là một số vô tỉ (kí hiệu là π, đọc là "pi").

Số $-0,10100100...$ (sau dấu phẩy viết liên tiếp các số 10; 100; 1 000;...) là số vô tỉ.

Chú ý. Ta cũng làm tròn số thập phân vô hạn như làm tròn số thập phân hữu hạn, chẳng hạn làm tròn số 0,1010010001... đến chữ số thập phân thứ ba ta được 0,101:

$$0,1010010001... \approx 0,101.$$

Vận dụng 1 Người xưa đã tính đường kính thân cây theo quy tắc "quân bát, phát tam, tồn ngũ, quân nhị", tức là lấy chu vi thân cây chia làm 8 phần bằng nhau (quân bát); bớt đi ba phần (phát tam) còn lại 5 phần (tồn ngũ) rồi chia đôi kết quả (quân nhị). Hãy cho biết người xưa đã ước lượng số π bằng bao nhiêu.

2 CĂN BẬC HAI SỐ HỌC

Bài toán tính độ dài x của cạnh hình vuông có diện tích a dẫn đến việc tìm số $x > 0$ sao cho $x^2 = a$. Số $x > 0$ thoả mãn điều kiện đó gọi là *căn bậc hai số học* của a.

Căn bậc hai số học của một số a không âm, kí hiệu là $\sqrt{a}$, là số x không âm sao cho $x^2 = a$.

Như vậy cạnh hình vuông trong Hình 2.2b có độ dài bằng $\sqrt{2}$ dm.

Ví dụ 2 Tính: a) $\sqrt{100}$; b) $\sqrt{191^2}$; c) $\sqrt{21,5^2}$.

Giải. a) Vì $10^2 = 100$ và $10 > 0$ nên $\sqrt{100} = 10$;

b) Vì $191 > 0$ nên $\sqrt{191^2} = 191$; c) Tương tự $\sqrt{21,5^2} = 21,5$.

Luyện tập 1 Tính: a) $\sqrt{16}$; b) $\sqrt{81}$; c) $\sqrt{2\,021^2}$.

Vận dụng 2

Sàn thi đấu bộ môn cử tạ có dạng một hình vuông, diện tích 144 m^2. Em hãy tính chu vi của sàn thi đấu đó.

3 TÍNH CĂN BẬC HAI SỐ HỌC BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

Tính căn bậc hai số học bằng máy tính cầm tay

Ta có thể sử dụng loại máy tính cầm tay thích hợp để tính căn bậc hai số học của một số không âm. Chẳng hạn:

Phép tính	Ấn các phím	Kết quả
$\sqrt{2}$	[√■] [2] [=]	1,414213562
$\sqrt{1\,024}$	[√■] [1] [0] [2] [4] [=]	32

Chú ý. Màn hình máy tính cầm tay chỉ hiển thị được một số hữu hạn chữ số nên các kết quả là số thập phân vô hạn (tuần hoàn hay không tuần hoàn) đều được làm tròn, chẳng hạn:

$$\sqrt{2} \approx 1{,}414213562.$$

Kết quả bên được làm tròn đến chữ số thập phân thứ chín.

Ví dụ 3

Sử dụng loại máy tính cầm tay thích hợp, tính $\sqrt{91}$ rồi làm tròn kết quả:

a) Đến chữ số thập phân thứ tư; b) Với độ chính xác 0,05.

Giải

Ấn các phím [√■] [9] [1] [=], ta được kết quả là

9,539392014.

a) Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ tư ta được

$$\sqrt{91} \approx 9{,}5394.$$

b) Để độ chính xác là 0,05, ta làm tròn số đến hàng phần mười: $\sqrt{91} \approx 9{,}5$.

Căn bậc hai số học của một số tự nhiên không chính phương luôn là một số vô tỉ.

Luyện tập 2

Sử dụng máy tính cầm tay, tính các căn bậc hai số học sau (làm tròn kết quả với độ chính xác 0,005, nếu cần).

a) $\sqrt{15}$;   b) $\sqrt{2{,}56}$;   c) $\sqrt{17\,256}$;   d) $\sqrt{793\,881}$.

Vận dụng 3

Kim tự tháp Kheops là công trình kiến trúc nổi tiếng thế giới. Để xây dựng được công trình này, người ta phải sử dụng tới hơn 2,5 triệu mét khối đá, với diện tích đáy lên tới 52 198,16 m^2.

(Theo *khoahoc.tv*)

Biết rằng đáy của kim tự tháp Kheops có dạng một hình vuông. Tính độ dài cạnh đáy của kim tự tháp này (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Kim tự tháp Kheops, Ai Cập

BÀI TẬP

2.6. Cho biết $153^2 = 23\,409$. Hãy tính $\sqrt{23\,409}$.

2.7. Từ các số là bình phương của 12 số tự nhiên đầu tiên, em hãy tìm căn bậc hai số học của các số sau:

a) 9; b) 16;

c) 81; d) 121.

2.8. Khi tìm căn bậc hai số học của một số tự nhiên ta thường phân tích số đó ra thừa số nguyên tố. Chẳng hạn:

Vì $324 = 2^2 \cdot 3^4 = (2 \cdot 3^2)^2 = 18^2$ nên $\sqrt{324} = 18$.

Tính căn bậc hai số học của 129 600.

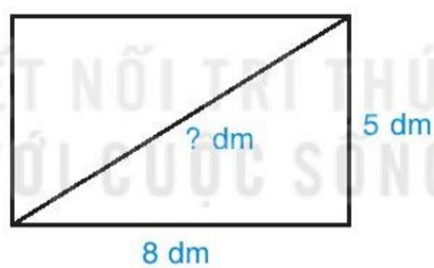
2.9. Tính độ dài cạnh của hình vuông có diện tích bằng:

a) 81 dm^2; b) 3 600 m^2; c) 1 ha.

2.10. Sử dụng máy tính cầm tay tìm căn bậc hai số học của các số sau rồi làm tròn các kết quả với độ chính xác 0,005.

a) 3; b) 41; c) 2 021.

2.11. Biết rằng bình phương độ dài đường chéo của một hình chữ nhật bằng tổng các bình phương độ dài hai cạnh của nó. Một hình chữ nhật có chiều dài là 8 dm và chiều rộng là 5 dm. Độ dài đường chéo của hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu đềximét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



2.12. Để lát một mảnh sân hình vuông có diện tích 100 m^2, người ta cần dùng bao nhiêu viên gạch hình vuông có cạnh dài 50 cm (coi các mạch ghép là không đáng kể)?

Bài 7 TẬP HỢP CÁC SỐ THỰC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Số thực • Số đối của số thực • Giá trị tuyệt đối	• Nhận biết số thực, số đối và giá trị tuyệt đối của số thực. • Biểu diễn số thực trên trục số trong trường hợp thuận lợi. • Nhận biết thứ tự trong tập hợp các số thực.

1 KHÁI NIỆM SỐ THỰC VÀ TRỤC SỐ THỰC

Số thực là gì?

Trong các bài học trước, các em đã thấy là các số hữu tỉ và các số vô tỉ đều viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn (tuần hoàn hoặc không tuần hoàn).

Chẳng hạn: $\frac{3}{4} = 0{,}75$; $\frac{1}{9} = 0{,}111... = 0{,}(1)$; $\sqrt{2} = 1{,}4142...$

Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực.
Tập hợp các số thực được kí hiệu là $\mathbb{R}$.

Chú ý

- Cũng như số hữu tỉ, mỗi số thực *a* đều có một *số đối* kí hiệu là $-a$;
- Trong tập số thực cũng có các phép toán với các tính chất như trong tập số hữu tỉ.

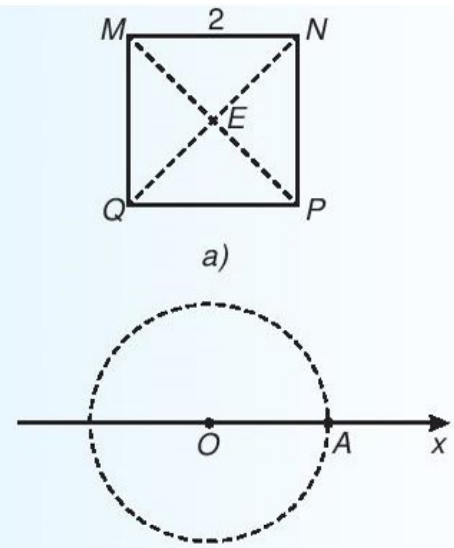
Luyện tập 1 a) Cách viết nào sau đây là đúng: $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$; $\pi \in \mathbb{I}$; $15 \in \mathbb{R}$?

b) Viết số đối của các số: 5,08(299); $-\sqrt{5}$.

Trục số thực

Ta đã biết mọi số hữu tỉ đều biểu diễn được trên trục số. Các số vô tỉ cũng có thể biểu diễn được trên trục số. Chẳng hạn, trong Bài 6 ta đã thấy $\sqrt{2}$ là độ dài nửa đường chéo của hình vuông với cạnh bằng 2. Vì vậy, để biểu diễn số $\sqrt{2}$ trên trục số ta làm như sau:

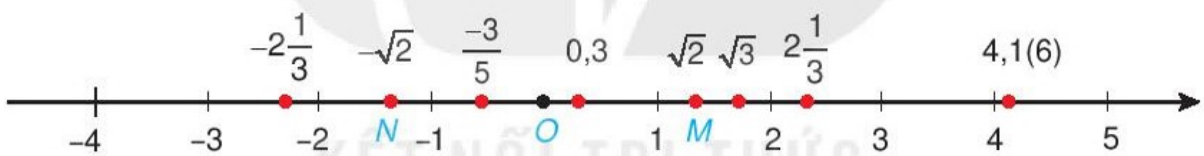
- Vẽ hình vuông *MNPQ* với cạnh bằng 2. Gọi *E* là giao điểm hai đường chéo của hình vuông này (H.2.3a).
- Vẽ đường tròn tâm *O* (gốc của trục số), bán kính bằng *ME*. Giao điểm *A* của đường tròn vừa vẽ với tia *Ox* chính là điểm biểu diễn số $\sqrt{2}$ (H.2.3b).



Hình 2.3

> Mỗi số thực đều được biểu diễn bởi một điểm trên trục số.
> Ngược lại, mỗi điểm trên trục số đều biểu diễn một số thực.

Chú ý. Vì mỗi điểm trên trục số đều biểu diễn một số thực nên các số thực lấp đầy trục số. Để nhấn mạnh điều này, người ta cũng gọi trục số là trục số thực (H.2.4).



Hình 2.4

❓ Điểm nào trong Hình 2.4 biểu diễn số $-\sqrt{2}$? Em có nhận xét gì về các điểm biểu diễn của hai số đối nhau?

Luyện tập 2

Cho biết nếu một tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng 1 và 3 thì cạnh huyền của tam giác bằng $\sqrt{10}$. Em hãy vẽ điểm biểu diễn số $-\sqrt{10}$ trên trục số.

2 THỨ TỰ TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ THỰC

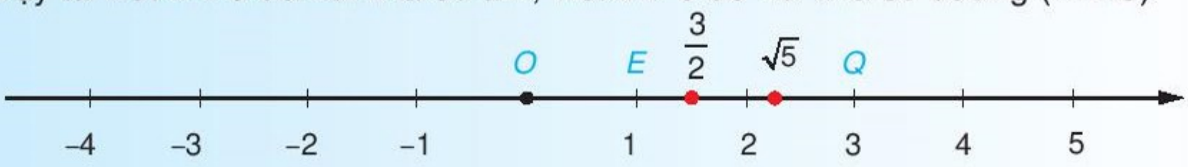
So sánh hai số thực

Các số thực đều viết được dưới dạng số thập phân (hữu hạn hoặc vô hạn). Vì thế có thể so sánh hai số thực tương tự như so sánh hai số hữu tỉ viết dưới dạng số thập phân.

Chẳng hạn: 0,24(7) = 0,2477... > 0,2382... nên 0,24(7) > 0,2382...;

$\sqrt{2}$ = 1,414... > 1,410 nên $-\sqrt{2}$ < –1,41.

- Cũng như với các số hữu tỉ, ta có
  - Với hai số thực a và b bất kì ta luôn có $a = b$ hoặc $a < b$ hoặc $a > b$.
  - Cho ba số thực a, b, c. Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$ *(tính chất bắc cầu).*
- Trên trục số thực, nếu $a < b$ thì điểm a nằm trước điểm b. Nói riêng, các điểm nằm trước gốc O biểu diễn các *số âm*, các điểm nằm sau gốc O biểu diễn các *số dương*. Bởi vậy ta viết $x < 0$ để nói x là số âm, viết $x > 0$ để nói x là số dương (H.2.5).



Hình 2.5

Chẳng hạn: Nếu x là số thực thoả mãn điều kiện $1 < x < 3$ thì điểm biểu diễn của x nằm giữa hai điểm E và Q trên Hình 2.5.

Chú ý. Nếu $0 < a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$. Ta thường dùng tính chất này để so sánh một căn bậc hai số học với một số hữu tỉ hoặc so sánh hai căn bậc hai số học với nhau. Chẳng hạn, $\sqrt{2} < \sqrt{5}$ vì $2 < 5$.

Luyện tập 3 So sánh:

a) 1,313233... và 1,(32); b) $\sqrt{5}$ và 2,36 (có thể dùng máy tính cầm tay để tính $\sqrt{5}$).

3 GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ THỰC

Khái niệm giá trị tuyệt đối

HĐ1 Biểu diễn các số 3 và –2 trên trục số rồi cho biết mỗi điểm ấy nằm cách gốc O bao nhiêu đơn vị.

HĐ2 Không vẽ hình, hãy cho biết khoảng cách của mỗi điểm sau đến gốc O: –4; –1; 0; 1; 4.

Hai số đối nhau thì có giá trị tuyệt đối bằng nhau.

Với số thực a tuỳ ý, ta có:

Khoảng cách từ điểm a trên trục số đến gốc O là giá trị tuyệt đối của số a, kí hiệu là $|a|$.

? Từ HĐ1 và HĐ2, hãy tìm giá trị tuyệt đối của các số: 3; –2; 0; 4 và –4.

Nhận xét

- Giá trị tuyệt đối của 0 là 0;
- Giá trị tuyệt đối của một số dương là chính nó, chẳng hạn $|2| = 2$; $\left|\frac{5}{8}\right| = \frac{5}{8}$;

• Giá trị tuyệt đối của một số âm là số đối của nó, chẳng hạn $|-2| = 2$; $|-5,1| = 5,1$; $|-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$.

Như vậy: $|a| = \begin{cases} a \text{ khi } a > 0 \\ -a \text{ khi } a < 0 \\ 0 \text{ khi } a = 0. \end{cases}$

Nhờ nhận xét này ta có thể tính được giá trị tuyệt đối của một số thực bất kì mà không cần biểu diễn số đó trên trục số.

? Minh viết $|-2,5| = -2,5$ đúng hay sai?

Luyện tập 4 Tính: a) $|-2,3|$; b) $\left|\dfrac{7}{5}\right|$; c) $|-11|$; d) $|-\sqrt{8}|$.

Thử thách nhỏ

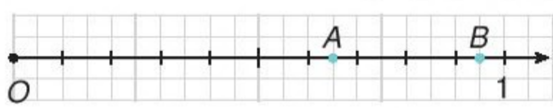
Liệt kê các phần tử của tập hợp $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |x| < 5\}$.

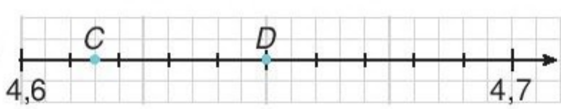
BÀI TẬP

2.13. Xét tập hợp $A = \left\{7,1; -2,(61); 0; 5,14; \dfrac{4}{7}; \sqrt{15}; -\sqrt{81}\right\}$. Bằng cách liệt kê các phần tử, hãy viết tập hợp B gồm các số hữu tỉ thuộc tập A và tập hợp C gồm các số vô tỉ thuộc tập A.

2.14. Gọi A' là tập hợp các số đối của các số thuộc tập hợp A trong Bài tập 2.13. Liệt kê các phần tử của A'.

2.15. Các điểm A, B, C, D trong hình sau biểu diễn những số thực nào?

a) 

b) 

2.16. Tính: a) $|-3,5|$; b) $\left|\dfrac{-4}{9}\right|$; c) $|0|$; d) $|2,0(3)|$.

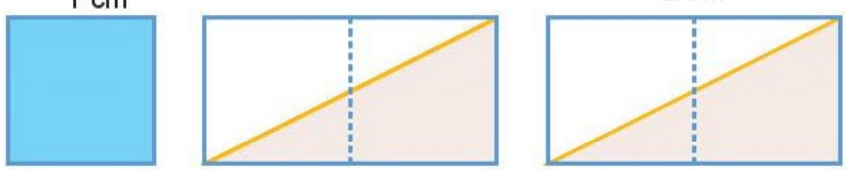
2.17. Xác định dấu và giá trị tuyệt đối của mỗi số sau:

a) $a = 1,25$; b) $b = -4,1$; c) $c = -1,414213562....$

2.18. Tìm tất cả các số thực x thoả mãn điều kiện $|x| = 2,5$.

Ví dụ 1

Cho một hình vuông cạnh 1 cm và hai hình chữ nhật kích thước 2 cm × 1 cm bằng giấy bìa. Cắt hai hình chữ nhật dọc theo đường chéo để nhận được bốn hình tam giác vuông bằng nhau (H.2.6).



Hình 2.6

a) Hãy ghép bốn tam giác vuông đó với hình vuông đã cho để nhận được một hình vuông mới, tính diện tích hình vuông đó.

b) Độ dài đường chéo của hình chữ nhật trên bằng bao nhiêu xentimét (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)?

Giải

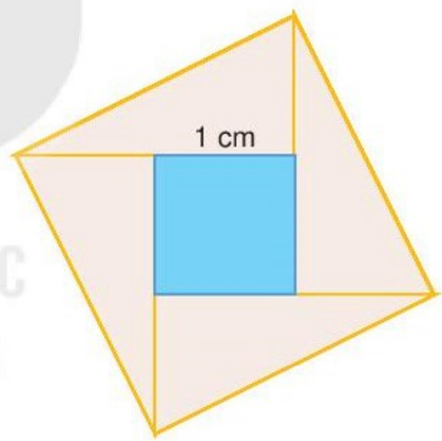
a) Ghép bốn tam giác vuông và hình vuông cạnh 1 cm, ta được một hình vuông như Hình 2.7.

Hình vuông cạnh 1 cm có diện tích là: $1 \cdot 1 = 1$ (cm^2);

Diện tích mỗi tam giác vuông là: $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$ (cm^2);

Diện tích hình vuông tạo thành là: $1 + 4 \cdot 1 = 5$ (cm^2).

b) Độ dài đường chéo của hình chữ nhật ban đầu cũng bằng cạnh hình vuông tạo thành và bằng $\sqrt{5}$ cm.



Hình 2.7

Sử dụng máy tính cầm tay ta tính được $\sqrt{5} \approx 2{,}236067978$.
Làm tròn kết quả tới chữ số thập phân thứ hai ta được độ dài đường chéo cần tìm là 2,24 cm.

Ví dụ 2 Tính: $\sqrt{3^2}$; $\left(\sqrt{4{,}1}\right)^2$; $\sqrt{a^2}$ (trong đó *a* là số thực dương cho trước).

Giải. Ta có $\sqrt{3^2} = 3$ vì $3 > 0$; $\left(\sqrt{4{,}1}\right)^2 = 4{,}1$ (theo định nghĩa căn bậc hai số học).

Tương tự: $\sqrt{a^2} = a$.

BÀI TẬP

2.19. Cho bốn phân số: $\frac{17}{80}$; $\frac{611}{125}$; $\frac{133}{91}$ và $\frac{9}{8}$.

a) Phân số nào trong những phân số trên không viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn?

b) Cho biết $\sqrt{2} = 1,414213562\ldots$, hãy so sánh phân số tìm được trong câu a) với $\sqrt{2}$.

2.20.

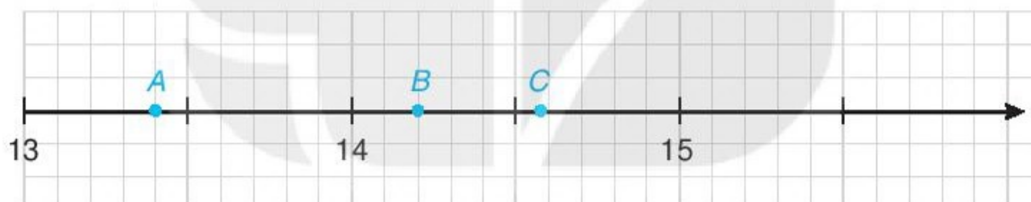
a) Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn (dùng dấu ngoặc để chỉ rõ chu kì): $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{99}$.

Em có nhận xét gì về kết quả nhận được?

b) Em hãy dự đoán dạng thập phân của $\frac{1}{999}$.

2.21. Viết $\frac{5}{9}$ và $\frac{5}{99}$ dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

2.22. Nam vẽ một phần trục số trên vở ô li và đánh dấu ba điểm *A*, *B*, *C* như sau:



a) Hãy cho biết hai điểm *A*, *B* biểu diễn những số thập phân nào?

b) Làm tròn số thập phân được biểu diễn bởi điểm *C* với độ chính xác 0,05.

2.23. Thay dấu "?" bằng chữ số thích hợp.

a) $-7,02 < -7,\boxed{?}(1)$; b) $-15,3\boxed{?}021 < -15,3819$.

2.24. So sánh:

a) 12,26 và 12,(24); b) 31,3(5) và 29,9(8).

2.25. Tính: a) $\sqrt{1}$; b) $\sqrt{1+2+1}$; c) $\sqrt{1+2+3+2+1}$.

2.26. Tính: a) $\left(\sqrt{3}\right)^2$; b) $\left(\sqrt{21}\right)^2$.

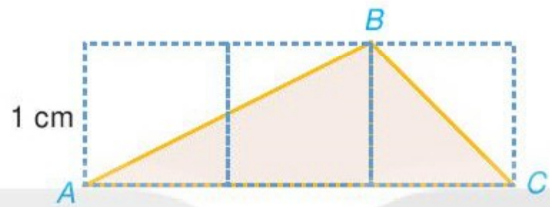
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

2.27. Sử dụng máy tính cầm tay làm tròn các số sau đến chữ số thập phân thứ nhất:

$$a = \sqrt{2},\ b = \sqrt{5}.$$

Tính tổng hai số thập phân nhận được.

2.28. Dùng thước dây có vạch chia để đo độ dài đường gấp khúc *ABC* trong Hình 2.8 (đơn vị xentimét, làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất). So sánh kết quả với kết quả của Bài tập 2.27.



Hình 2.8

2.29. Chia một sợi dây đồng dài 10 m thành 7 đoạn bằng nhau.

a) Tính độ dài mỗi đoạn dây nhận được, viết kết quả dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

b) Dùng 4 đoạn dây nhận được ghép thành một hình vuông. Gọi *C* là chu vi của hình vuông đó. Hãy tìm *C* bằng hai cách sau rồi so sánh hai kết quả:

Cách 1. Dùng thước dây có vạch chia để đo, lấy chính xác đến xentimét.

Cách 2. Tính $C = 4 \cdot \frac{10}{7}$, viết kết quả dưới dạng số thập phân với độ chính xác 0,005.

2.30.

a) Cho hai số thực $a = -1{,}25$ và $b = -2{,}3$. So sánh: a và b; $|a|$ và $|b|$.

b) Ta có nhận xét *trong hai số âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn là số bé hơn.*

Em hãy áp dụng nhận xét này để so sánh $-12{,}7$ và $-7{,}12$.

2.31. Cho hai số thực $a = 2{,}1$ và $b = -5{,}2$.

a) Em có nhận xét gì về hai tích $a \cdot b$ và $-|a| \cdot |b|$?

b) Ta có cách nhân hai số khác dấu như sau: *Muốn nhân hai số khác dấu ta nhân các giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu "–" trước kết quả.*

Em hãy áp dụng quy tắc trên để tính $(-2{,}5) \cdot 3$.

Chương III
GÓC VÀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

HÌNH HỌC PHẲNG

Ở lớp 6, chúng ta đã làm quen với các khái niệm điểm, đường thẳng, góc,... Đó là những khái niệm cơ bản ban đầu của hình học phẳng. Nối tiếp những vấn đề đó, chương này chúng ta sẽ tiếp tục tìm hiểu những nội dung thú vị về góc và đường thẳng song song.

Bài 8 GÓC Ở VỊ TRÍ ĐẶC BIỆT. TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC

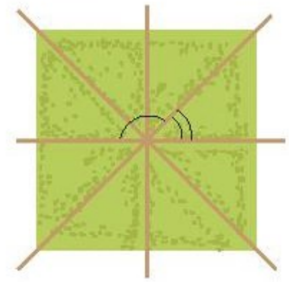
Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Hai góc kề bù • Hai góc đối đỉnh • Tia phân giác của một góc	• Nhận biết hai góc kề bù, hai góc đối đỉnh. • Nhận biết tia phân giác của một góc. • Vẽ tia phân giác của một góc bằng dụng cụ học tập.

Khi đặt các dây lạt để cắt bánh chưng, các dây lạt tạo ra trên mặt bánh chưng những cặp góc đặc biệt. Những cặp góc đó có mối quan hệ với nhau như thế nào, chúng ta cùng tìm hiểu trong bài học này!

1 GÓC Ở VỊ TRÍ ĐẶC BIỆT

Hai góc kề bù

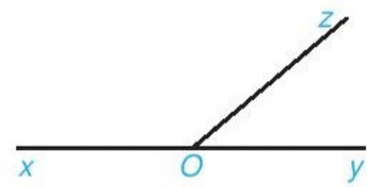
HĐ1 Quan sát hình vẽ bên. Em hãy nhận xét quan hệ về đỉnh, về cạnh của hai góc được đánh dấu.



HĐ2 Cho ba tia *Ox*, *Oy*, *Oz* như Hình 3.1, trong đó *Ox* và *Oy* là hai tia đối nhau.

a) Em hãy nhận xét quan hệ về đỉnh, về cạnh của hai góc *xOz* và *zOy*.

b) Đo rồi tính tổng số đo hai góc *xOz* và *zOy*.



Hình 3.1

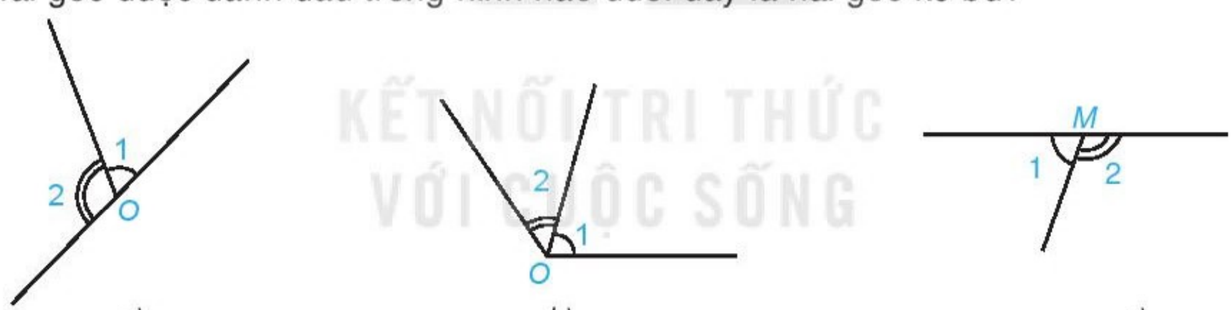
Tổng quát ta có định nghĩa:

Hai góc có một cạnh chung, hai cạnh còn lại là hai tia đối nhau được gọi là **hai góc kề bù** (H.3.1).

Tính chất của hai góc kề bù:

Hai góc kề bù có tổng số đo bằng 180°.

❓ Hai góc được đánh dấu trong hình nào dưới đây là hai góc kề bù?



a) *b)* *c)*

Hình 3.2

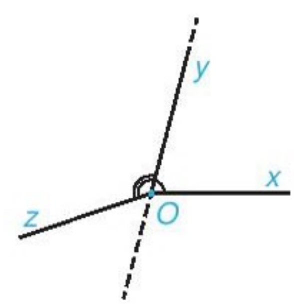
Chú ý

1. Hai góc kề bù còn được hiểu là hai góc vừa kề nhau, vừa bù nhau. Trong đó:

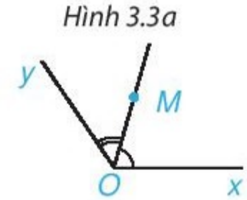
- *Hai góc kề nhau* là hai góc có một cạnh chung và hai cạnh còn lại nằm khác phía nhau đối với đường thẳng chứa cạnh chung đó. Chẳng hạn, trên Hình 3.3a, góc *xOy* và góc *yOz* là hai góc kề nhau.
- *Hai góc bù nhau* là hai góc có tổng số đo bằng 180°.

2. Nếu điểm *M* nằm trong góc *xOy* thì ta nói tia *OM* nằm giữa hai cạnh (hai tia) *Ox* và *Oy* của góc *xOy* (H.3.3b). Khi đó ta có:

$$\widehat{xOM} + \widehat{MOy} = \widehat{xOy}.$$



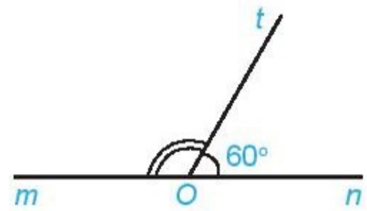
Hình 3.3a



Hình 3.3b

Luyện tập 1

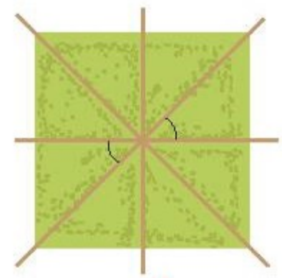
Viết tên hai góc kề bù trong Hình 3.4 và tính số đo góc mOt.



Hình 3.4

Hai góc đối đỉnh

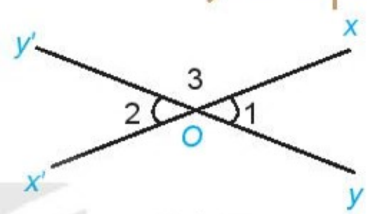
HĐ3 Quan sát hình ảnh hai góc được đánh dấu trong hình bên. Em hãy nhận xét quan hệ về đỉnh, về cạnh của hai góc được đánh dấu.



HĐ4 Cho hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại O (H.3.5).

a) Dự đoán xem hai góc xOy và $x'Oy'$ có bằng nhau không.

b) Đo rồi so sánh số đo hai góc xOy và $x'Oy'$.



Hình 3.5

Ta có định nghĩa sau:

Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.

? Hai góc được đánh dấu trong hình nào dưới đây là hai góc đối đỉnh?

a) *b)*

Hình 3.6

Tính chất của hai góc đối đỉnh:

Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

Tập suy luận

Trong HĐ4 ta đã sử dụng phương pháp đo để kiểm chứng rằng hai góc đối đỉnh xOy và $x'Oy'$ bằng nhau. Dùng tính chất của hai góc kề bù, ta có thể so sánh được $\widehat{xOy}$ và $\widehat{x'Oy'}$ trong Hình 3.5 bằng cách suy luận như sau:

Vì $\widehat{O_1}$ và $\widehat{O_3}$ kề bù nên $\widehat{O_1} + \widehat{O_3} = 180^\circ$. (1)

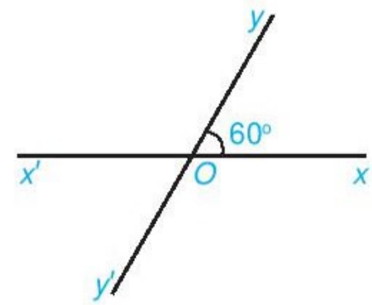
Vì $\widehat{O_2}$ và $\widehat{O_3}$ kề bù nên $\widehat{O_2} + \widehat{O_3} = 180^\circ$. (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\widehat{O_1} + \widehat{O_3} = \widehat{O_2} + \widehat{O_3}$.

Suy ra $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$.

Ví dụ 1

Cho hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại O (H.3.7). Biết góc xOy bằng 60^o. Tính số đo các góc $x'Oy'$ và $x'Oy$.



Hình 3.7

Giải. Ta có:

- $\widehat{x'Oy'} = \widehat{xOy}$ (hai góc đối đỉnh).

Suy ra $\widehat{x'Oy'} = 60^\circ$.

- $\widehat{x'Oy} + \widehat{xOy} = 180^\circ$ (hai góc kề bù).

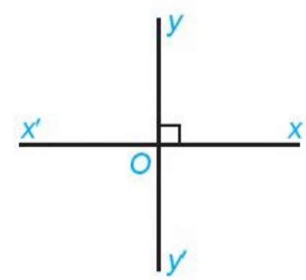
Suy ra $\widehat{x'Oy} = 180^\circ - \widehat{xOy}$

$\widehat{x'Oy} = 180^\circ - 60^\circ$

$\widehat{x'Oy} = 120^\circ$.

Luyện tập 2

Hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại O sao cho góc xOy vuông (H.3.8). Khi đó các góc yOx', $x'Oy'$, xOy' cũng đều là góc vuông. Vì sao?



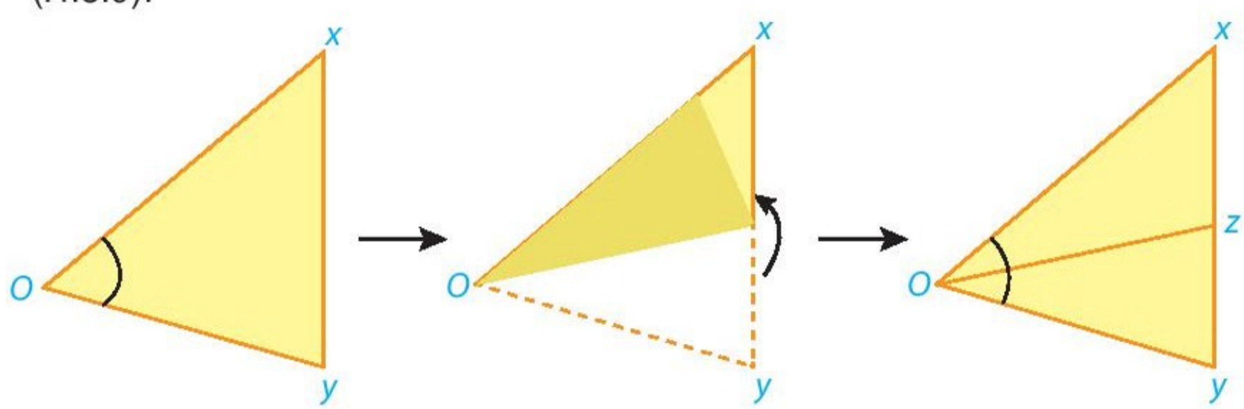
Hình 3.8

Chú ý. Hai đường thẳng xx', yy' cắt nhau và trong các góc tạo thành có một góc vuông được gọi là *hai đường thẳng vuông góc*. Kí hiệu là $xx' \perp yy'$.

2 TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC

Tia phân giác

HĐ5 Cắt rời một góc xOy từ một tờ giấy rồi gấp sao cho hai cạnh của góc trùng nhau (H.3.9).



Hình 3.9

Mở mảnh giấy ra, nếp gấp cho ta hình ảnh tia Oz chia góc ban đầu thành hai góc.

a) Em hãy nhận xét về vị trí của tia Oz so với hai cạnh của góc xOy.

b) Em hãy so sánh hai góc xOz và zOy.

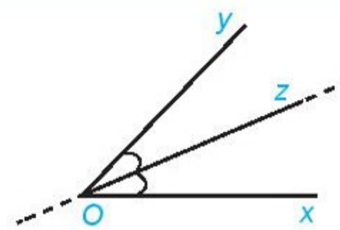
Ta có định nghĩa sau:

Tia nằm giữa hai cạnh của một góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau được gọi là **tia phân giác** của góc đó.

Tính chất của tia phân giác:

Khi Oz là tia phân giác của góc xOy thì $\widehat{xOz} = \widehat{yOz} = \frac{1}{2}\widehat{xOy}$ (H.3.10).

Đường thẳng chứa tia phân giác của một góc gọi là **đường phân giác** của góc đó.



Hình 3.10

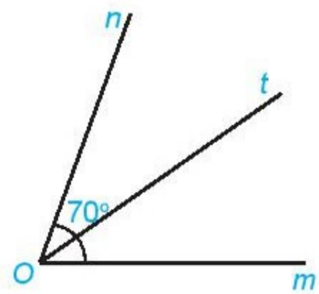
Ví dụ 2

Cho góc mOn có số đo bằng 70°, tia Ot là tia phân giác của góc mOn. Tính số đo hai góc mOt và tOn.

Giải (H.3.11)

Vì Ot là tia phân giác của góc mOn nên

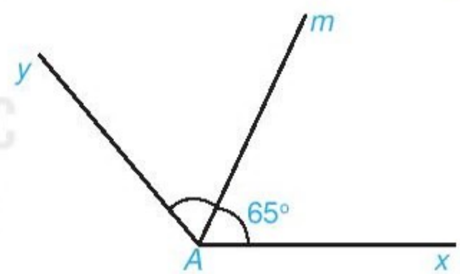
$$\widehat{mOt} = \widehat{tOn} = \frac{1}{2}\widehat{mOn} = \frac{1}{2}\cdot 70^\circ = 35^\circ.$$



Hình 3.11

Luyện tập 3

Cho góc xAm có số đo bằng 65° và Am là tia phân giác của góc xAy (H.3.12). Tính số đo góc xAy.

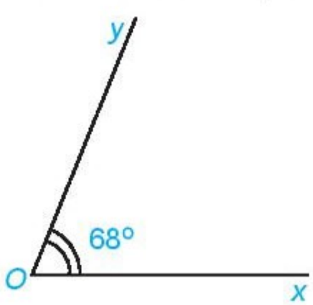


Hình 3.12

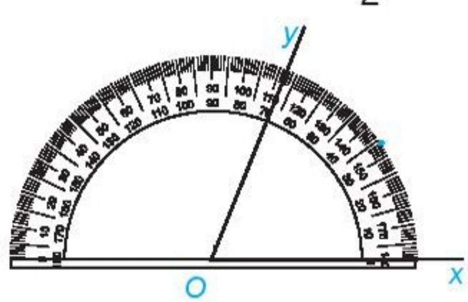
Thực hành

Vẽ tia phân giác Oz của góc xOy có số đo bằng 68°, sử dụng thước đo góc theo hướng dẫn.

Nếu Oz là tia phân giác của góc xOy thì $\widehat{xOz} = \frac{1}{2}\cdot 68^\circ = 34^\circ$. Ta có cách vẽ sau:

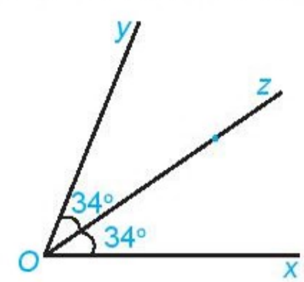


❶



❷

Đánh dấu điểm ứng với vạch 34° của thước đo góc



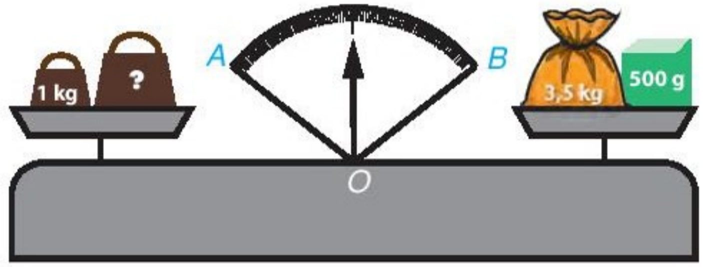
❸

Kẻ tia Oz đi qua điểm đã đánh dấu. Tia Oz là tia phân giác của góc xOy.

Vận dụng

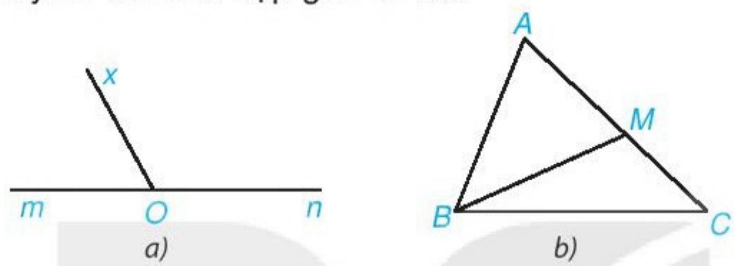
Quan sát hình vẽ bên.

Quả cân ở đĩa cân bên trái nặng bao nhiêu kilôgam để cân thăng bằng, tức là kim trên mặt đồng hồ của cân là tia phân giác của góc *AOB*?



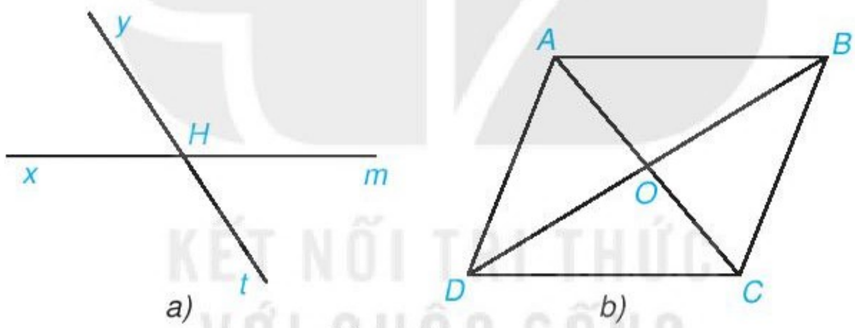
BÀI TẬP

3.1. Cho Hình 3.13, hãy kể tên các cặp góc kề bù.



Hình 3.13

3.2. Cho Hình 3.14, hãy kể tên các cặp góc đối đỉnh.



Hình 3.14

3.3. Vẽ góc *xOy* có số đo bằng 60°. Vẽ tia *Om* là tia đối của tia *Ox*.

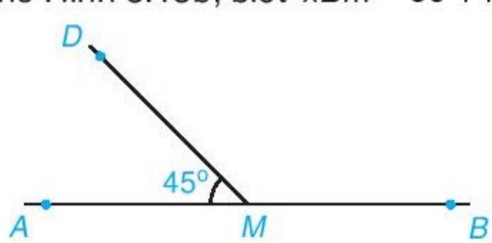
a) Viết tên hai góc kề bù có trong hình vừa vẽ.

b) Tính số đo góc *yOm*.

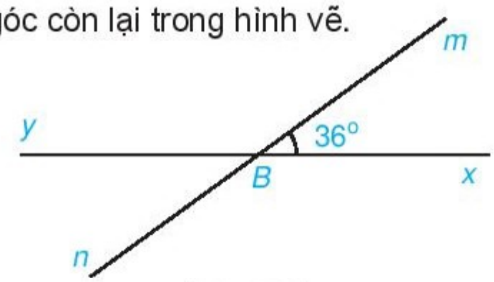
c) Vẽ tia *Ot* là tia phân giác của góc *xOy*. Tính số đo các góc *tOy* và *tOm*.

3.4. Cho Hình 3.15a, biết $\widehat{DMA} = 45^{\circ}$. Tính số đo góc *DMB*.

3.5. Cho Hình 3.15b, biết $\widehat{xBm} = 36^{\circ}$. Tính số đo các góc còn lại trong hình vẽ.



Hình 3.15a



Hình 3.15b

Bài 9 HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ DẤU HIỆU NHẬN BIẾT

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Hai đường thẳng song song • Hai góc đồng vị • Hai góc so le trong	• Nhận biết các góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng. • Mô tả dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song thông qua cặp góc đồng vị, cặp góc so le trong. • Nhận biết cách vẽ hai đường thẳng song song.

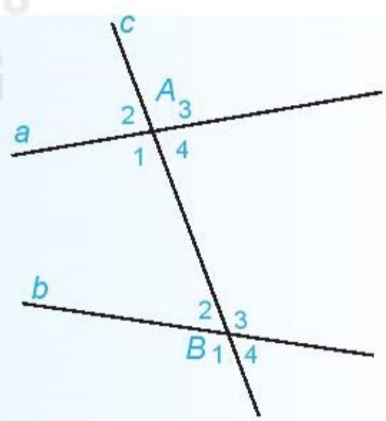
Để kiểm tra các thanh ngang trên mái nhà đã song song với nhau chưa, người thợ chỉ cần kiểm tra chúng có cùng vuông góc với một thanh dọc. Vì sao lại như vậy, chúng ta cùng tìm hiểu qua bài học này.

1 CÁC GÓC TẠO BỞI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CẮT HAI ĐƯỜNG THẲNG

Góc so le trong, góc đồng vị

Cho đường thẳng c cắt hai đường thẳng a và b lần lượt tại A và B tạo thành bốn góc đỉnh A, bốn góc đỉnh B được đánh số như Hình 3.16. Ta sắp xếp các góc thành từng cặp. Mỗi cặp gồm một góc đỉnh A và một góc đỉnh B.

- Các cặp góc A_1 và B_3, A_4 và B_2 được gọi là các cặp góc so le trong.
- Các cặp góc A_1 và B_1, A_2 và B_2, A_3 và B_3, A_4 và B_4 được gọi là các cặp góc đồng vị.

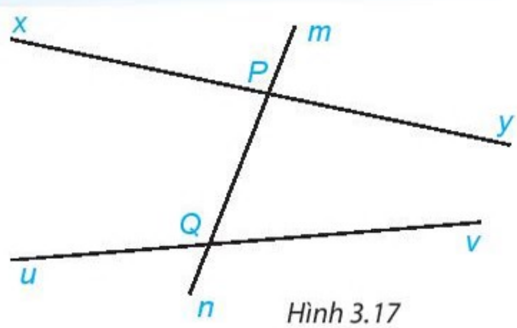


Hình 3.16

❓ Cho đường thẳng mn cắt hai đường thẳng xy và uv lần lượt tại hai điểm P và Q (H.3.17). Em hãy kể tên:

a) Hai cặp góc so le trong;

b) Bốn cặp góc đồng vị.



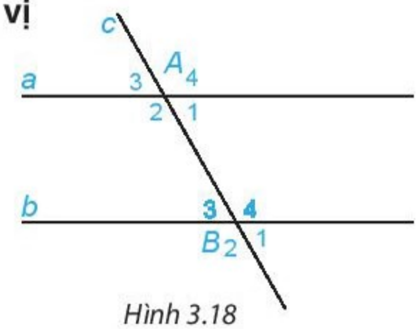
Hình 3.17

Quan hệ giữa các cặp góc so le trong, cặp góc đồng vị

Trên Hình 3.18, cho biết hai góc so le trong A_1 và B_3 bằng nhau và bằng $60°$.

HĐ1 Hãy tính và so sánh hai góc so le trong còn lại A_2 và B_4.

HĐ2 Chọn hai góc đồng vị rồi tính và so sánh hai góc đó.



Hình 3.18

Ta có tính chất sau:

Nếu đường thẳng *c* cắt hai đường thẳng phân biệt *a*, *b* và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì:

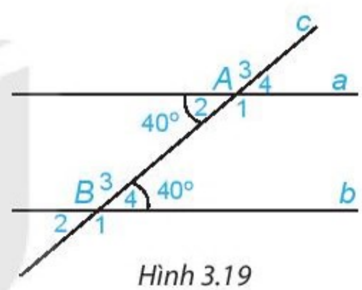
- Hai góc so le trong còn lại bằng nhau;
- Hai góc đồng vị bằng nhau.

Luyện tập 1

Quan sát Hình 3.19.

a) Biết $\widehat{A_2} = 40°$, $\widehat{B_4} = 40°$. Em hãy tính số đo các góc còn lại.

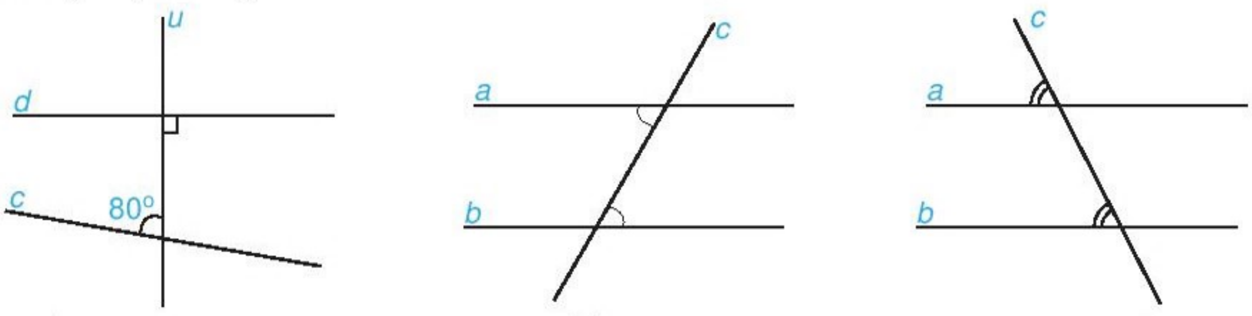
b) Các cặp góc A_1 và B_4; A_2 và B_3 được gọi là các cặp *góc trong cùng phía*. Tính các tổng: $\widehat{A_1} + \widehat{B_4}$; $\widehat{A_2} + \widehat{B_3}$.



Hình 3.19

2 DẤU HIỆU NHẬN BIẾT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Để biết hai đường thẳng cắt nhau hay song song với nhau, ta cần biết chúng có điểm chung hay không. Việc kiểm tra trực tiếp, tức là xác định điểm chung của hai đường thẳng đã cho, trong nhiều trường hợp, là rất khó thực hiện. Chẳng hạn trên Hình 3.20a, không phải lúc nào ta cũng có thể kéo dài được hai đường thẳng *c* và *d* để tìm điểm chung của chúng. Vậy có cách nào thuận tiện hơn để nhận biết hai đường thẳng song song hay không?



Hình 3.20

Ta thừa nhận rằng:

Nếu đường thẳng *c* cắt hai đường thẳng phân biệt *a*, *b* và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau thì *a* và *b* song song với nhau (H.3.20b,c).

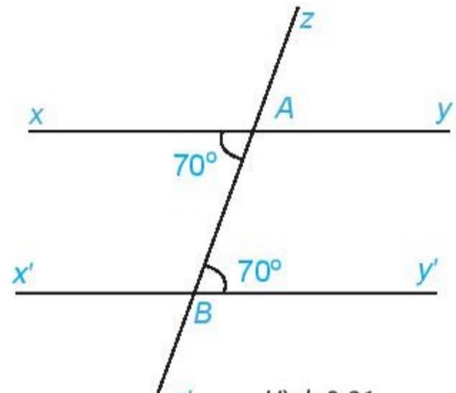
Ví dụ

Quan sát Hình 3.21 và giải thích tại sao $xy \parallel x'y'$.

Giải

Ta có $\widehat{xAB} = \widehat{ABy'} = 70^\circ$.

Hai góc này ở vị trí so le trong. Do đó $xy \parallel x'y'$ (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).

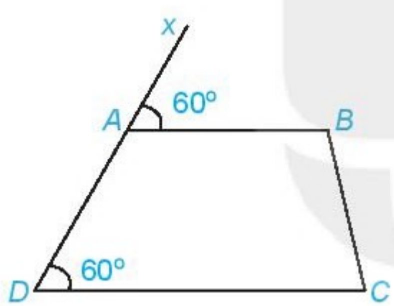


Hình 3.21

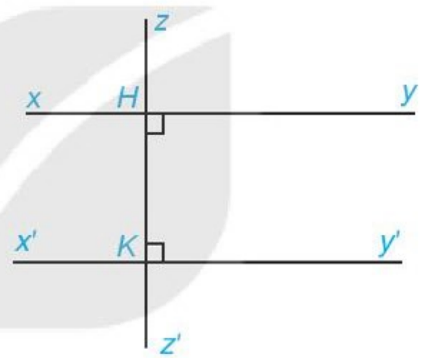
Luyện tập 2

❶ Quan sát Hình 3.22 và giải thích vì sao $AB \parallel DC$.

❷ Tìm trên Hình 3.23 hai đường thẳng song song với nhau và giải thích vì sao chúng song song.



Hình 3.22

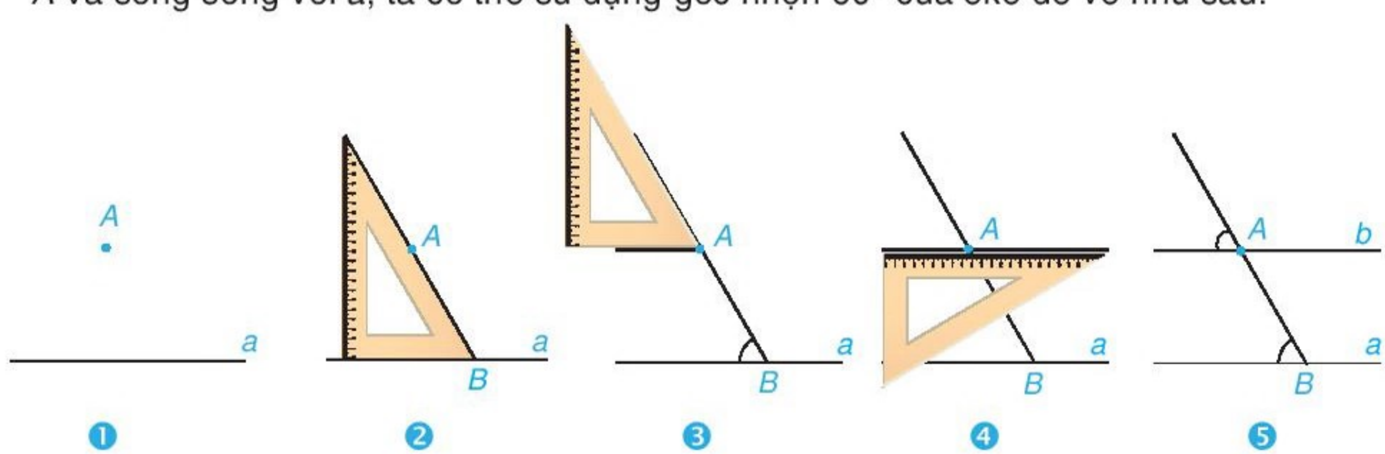


Hình 3.23

Nhận xét. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

Thực hành 1

Cho đường thẳng *a* và điểm *A* nằm ngoài đường thẳng *a*. Để vẽ đường thẳng *b* đi qua *A* và song song với *a*, ta có thể sử dụng góc nhọn 60° của êke để vẽ như sau:

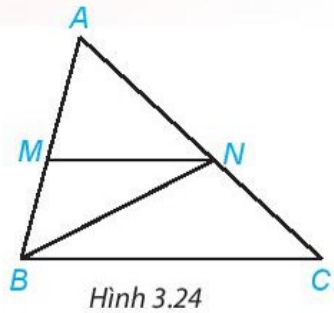


Tại sao khi vẽ như trên ta lại khẳng định được hai đường thẳng *a* và *b* song song với nhau?

Thực hành 2

Dùng góc vuông hay góc 30° của êke (thay cho góc 60°) để vẽ đường thẳng đi qua *A* và song song với đường thẳng *a* cho trước.

BÀI TẬP



Hình 3.24

3.6. Quan sát Hình 3.24.

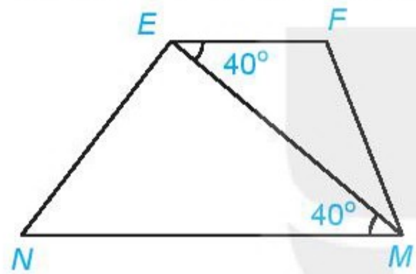
a) Tìm một góc ở vị trí so le trong với góc *MNB*.

b) Tìm một góc ở vị trí đồng vị với góc *ACB*.

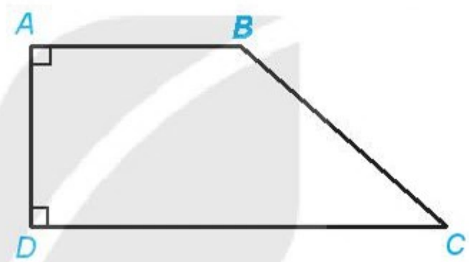
c) Kể tên một cặp góc trong cùng phía.

d) Biết *MN* // *BC*, em hãy kể tên ba cặp góc bằng nhau trong hình vẽ.

3.7. Quan sát Hình 3.25. Biết $\widehat{MEF} = 40^\circ$, $\widehat{EMN} = 40^\circ$. Em hãy giải thích tại sao *EF* // *NM*.



Hình 3.25



Hình 3.26

3.8. Quan sát Hình 3.26, giải thích tại sao *AB* // *DC*.

3.9. Cho điểm *A* và đường thẳng *d* không đi qua *A*. Hãy vẽ đường thẳng *d'* đi qua *A* và song song với *d*.

3.10. Cho hai điểm *A* và *B*. Hãy vẽ đường thẳng *a* đi qua *A* và đường thẳng *b* đi qua *B* sao cho *a* song song với *b*.

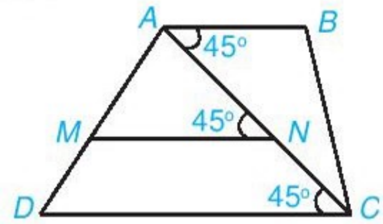
3.11. Hãy vẽ hai đoạn thẳng *AB* và *MN* sao cho *AB* // *MN* và *AB* = *MN*.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ Cho Hình 3.27, biết $\widehat{ANM} = 45^\circ$, $\widehat{ACD} = 45^\circ$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$.

Em hãy giải thích tại sao:

a) $AB \parallel CD$;　　　　　　　b) $MN \parallel CD$.



Hình 3.27

Giải

a) Ta có $\widehat{ACD} = \widehat{BAC} = 45^\circ$.

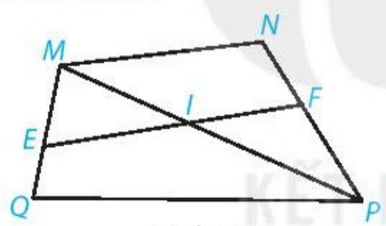
Hai góc này ở vị trí so le trong. Do đó $AB \parallel CD$ (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).

b) Ta có $\widehat{ANM} = \widehat{ACD} = 45^\circ$.

Hai góc này ở vị trí đồng vị. Do đó $MN \parallel CD$ (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).

BÀI TẬP

3.12. Cho Hình 3.28.

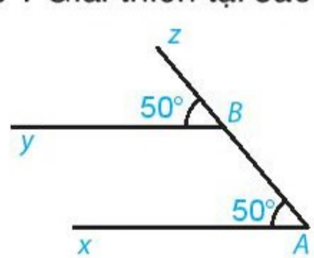


Hình 3.28

a) Tìm các góc ở vị trí so le trong với góc *FIP*; góc *NMI*.

b) Tìm các góc ở vị trí đồng vị với góc *EQP*; góc *IFP*.

3.13. Cho Hình 3.29, biết $\widehat{xAz} = 50^\circ$, $\widehat{yBz} = 50^\circ$. Giải thích tại sao $Ax \parallel By$.



Hình 3.29

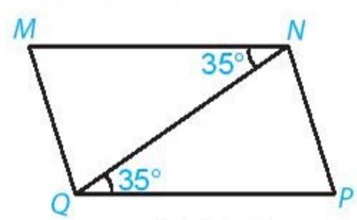
3.14. Vẽ hình theo yêu cầu sau:

a) Vẽ hai đường thẳng d và d' sao cho $d \parallel d'$.

b) Vẽ hai đoạn thẳng AB và CD sao cho $CD = 2AB$ và $CD \parallel AB$.

3.15. Cho Hình 3.30, biết các góc *MNQ* và *PQN* có cùng số đo bằng 35°.

Chứng tỏ $MN \parallel QP$.



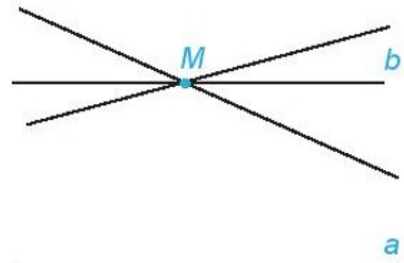
Hình 3.30

3.16. Cho đoạn thẳng AB. Vẽ hai tia Ax, By sao cho chúng tạo với AB hai góc so le trong có cùng số đo bằng 60° ($\widehat{xAB} = \widehat{yBA} = 60^\circ$). Trên hình vừa vẽ, hai đường thẳng chứa hai tia Ax và By có song song với nhau không? Vì sao?

Bài 10 TIÊN ĐỀ EUCLID. TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Tiên đề Euclid	• Nhận biết tiên đề Euclid về đường thẳng song song. • Mô tả một số tính chất của hai đường thẳng song song.

Qua điểm *M* nằm ngoài đường thẳng *a*, chúng ta đã biết cách vẽ một đường thẳng *b* đi qua điểm *M* và song song với *a*. Vậy có thể vẽ được bao nhiêu đường thẳng *b* như vậy?



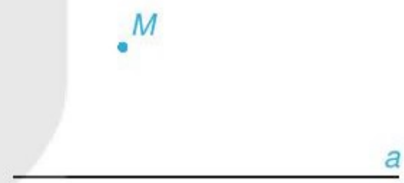
1 TIÊN ĐỀ EUCLID VỀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Tiên đề Euclid

HĐ1 Cho trước đường thẳng *a* và một điểm *M* không nằm trên đường thẳng *a* (H.3.31).

- Dùng bút chì vẽ đường thẳng *b* đi qua *M* và song song với đường thẳng *a*.
- Dùng bút màu vẽ đường thẳng *c* đi qua *M* và song song với đường thẳng *a*.

Em có nhận xét gì về vị trí của hai đường thẳng *b* và *c*?

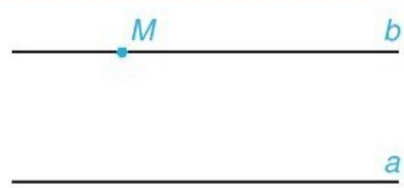


Hình 3.31

Chúng ta thừa nhận tính chất sau mang tên "Tiên đề Euclid":

> Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng, chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

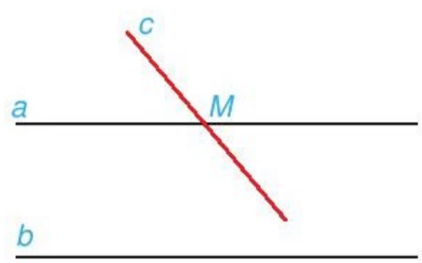
Nhận xét. Trong Hình 3.32, nếu điểm *M* nằm ngoài đường thẳng *a* thì đường thẳng *b* đi qua *M* và song song với *a* là duy nhất.



Hình 3.32

Ví dụ 1

Cho hai đường thẳng *a* và *b* song song với nhau. Hãy sử dụng tiên đề Euclid giải thích vì sao một đường thẳng *c* cắt đường thẳng *a* thì cũng cắt đường thẳng *b*.



Hình 3.33

Giải

Giả sử đường thẳng c cắt đường thẳng a tại điểm M.

Theo tiên đề Euclid, qua điểm M chỉ có một đường thẳng duy nhất song song với đường thẳng b, đó là đường thẳng a. Do đó đường thẳng c (cũng đi qua M) không thể cũng song song với đường thẳng b. Vậy đường thẳng c cắt đường thẳng b.

Chú ý. Từ tiên đề Euclid ta suy ra được: Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng cắt đường thẳng còn lại.

Luyện tập 1 Phát biểu nào sau đây diễn đạt đúng nội dung của tiên đề Euclid?

(1) Cho điểm M nằm ngoài đường thẳng a. Đường thẳng đi qua M và song song với a là duy nhất.

(2) Có duy nhất một đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước.

(3) Qua điểm M nằm ngoài đường thẳng a có ít nhất một đường thẳng song song với a.

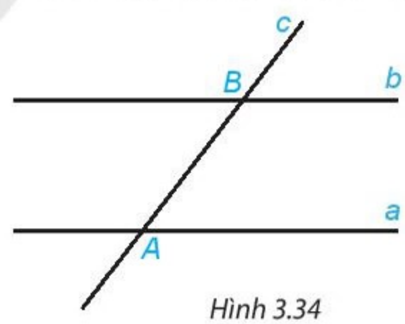
2 TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Tính chất của hai đường thẳng song song

HĐ2 Vẽ hai đường thẳng song song a, b. Kẻ đường thẳng c cắt đường thẳng a tại A và cắt đường thẳng b tại B. Trên Hình 3.34:

a) Em hãy đo một cặp góc so le trong rồi rút ra nhận xét;

b) Em hãy đo một cặp góc đồng vị rồi rút ra nhận xét.



Hình 3.34

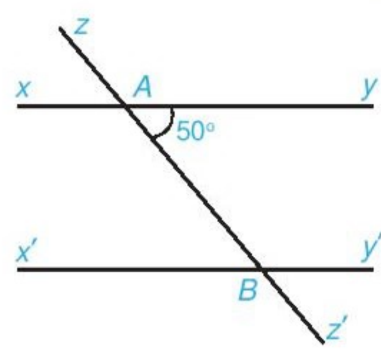
Sử dụng tiên đề Euclid, người ta suy ra tính chất sau:

> Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:
> - Hai góc so le trong bằng nhau;
> - Hai góc đồng vị bằng nhau.

Ví dụ 2

Cho Hình 3.35, biết $xy \parallel x'y'$ và $\widehat{BAy} = 50^\circ$.

Tính số đo các góc ABx' và $y'Bz'$.



Hình 3.35

Giải

- Ta có $xy \parallel x'y'$, suy ra $\widehat{ABx'} = \widehat{BAy}$ (hai góc so le trong).

Do đó $\widehat{ABx'} = 50^\circ$.

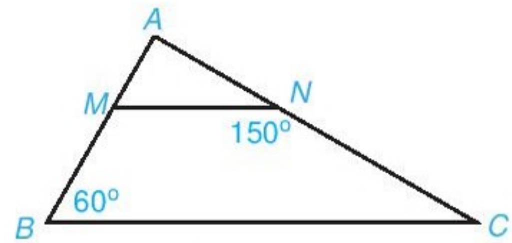
• Cũng từ $xy \parallel x'y'$ suy ra $\widehat{y'Bz'} = \widehat{BAy}$ (hai góc đồng vị).

Vậy $\widehat{y'Bz'} = 50^\circ$.

Luyện tập 2

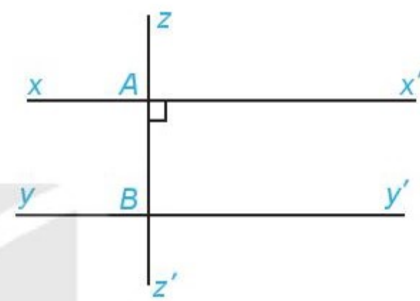
❶ Cho Hình 3.36, biết $MN \parallel BC$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $\widehat{MNC} = 150^\circ$.

Hãy tính số đo các góc BMN và ACB.



Hình 3.36

❷ Cho Hình 3.37, biết rằng $xx' \parallel yy'$ và $zz' \perp xx'$. Tính số đo góc ABy và cho biết zz' có vuông góc với yy' không.

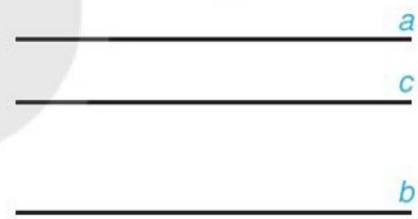


Hình 3.37

Nhận xét

• Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

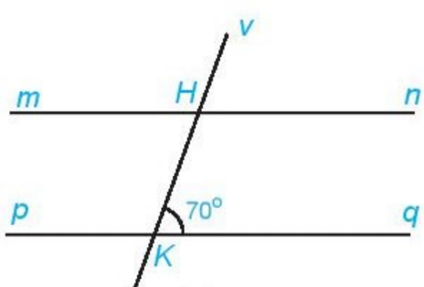
• Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau (H.3.38).



Hình 3.38

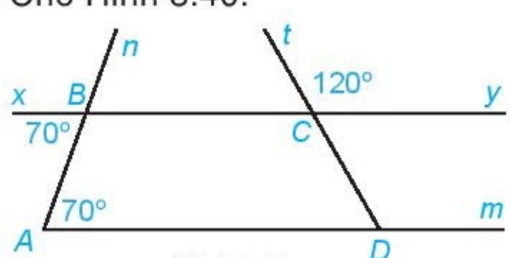
BÀI TẬP

3.17. Cho Hình 3.39, biết rằng $mn \parallel pq$. Tính số đo các góc mHK, vHn.



Hình 3.39

3.18. Cho Hình 3.40.

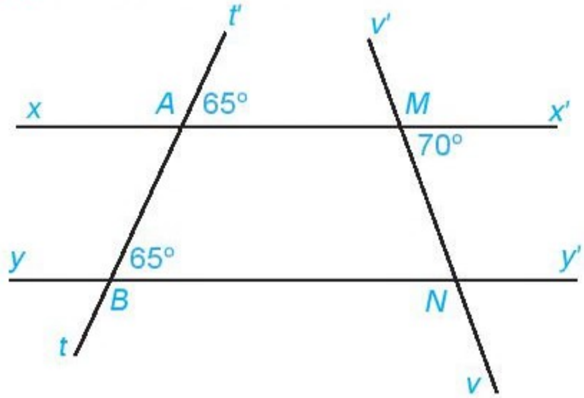


Hình 3.40

a) Giải thích tại sao $Am \parallel By$.

b) Tính $\widehat{CDm}$.

3.19. Cho Hình 3.41.

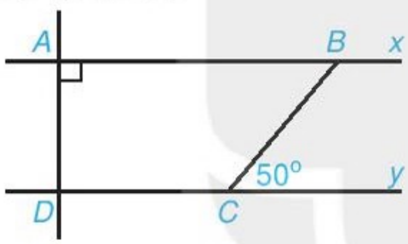


Hình 3.41

a) Giải thích tại sao $xx' \parallel yy'$.

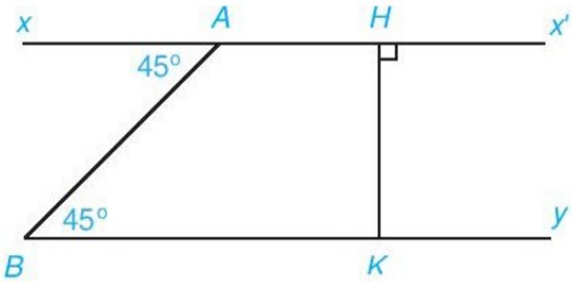
b) Tính số đo góc MNB.

3.20. Cho Hình 3.42, biết rằng $Ax \parallel Dy$, $\widehat{A} = 90^\circ$, $\widehat{BCy} = 50^\circ$. Tính số đo các góc ADC và ABC.



Hình 3.42

3.21. Cho Hình 3.43. Giải thích tại sao:



Hình 3.43

a) $Ax' \parallel By$; b) $By \perp HK$.

3.22. Cho tam giác ABC. Vẽ đường thẳng a đi qua A và song song với BC. Vẽ đường thẳng b đi qua B và song song với AC. Có thể vẽ được bao nhiêu đường thẳng a, bao nhiêu đường thẳng b? Vì sao?

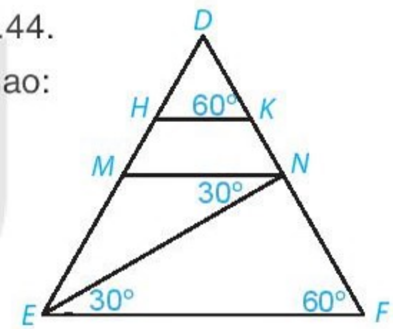
3.23. Cho Hình 3.44.

Giải thích tại sao:

a) $MN \parallel EF$;

b) $HK \parallel EF$;

c) $HK \parallel MN$.



Hình 3.44

EM CÓ BIẾT ?

Euclid là nhà toán học lỗi lạc thời cổ Hi Lạp, sống vào thế kỉ III trước Công nguyên. Có thể nói hầu hết kiến thức hình học ở cấp Trung học cơ sở hiện nay đều đã được đề cập một cách khá hệ thống, chính xác, trong bộ sách “Cơ bản” gồm 13 cuốn do Euclid viết ra. Tục truyền có lần vua Ptolemy (Ptô-lê-mê) hỏi Euclid: “Liệu có thể đến với Hình học bằng con đường khác ngắn hơn không?”. Ông trả lời ngay: “Tâu Bệ hạ, trong Hình học không có con đường dành riêng cho vua chúa”.

Nhà toán học Euclid

(Phan Đức Chính, *Toán 7, tập một*, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2019, tr. 93)

Bài 11 ĐỊNH LÍ VÀ CHỨNG MINH ĐỊNH LÍ

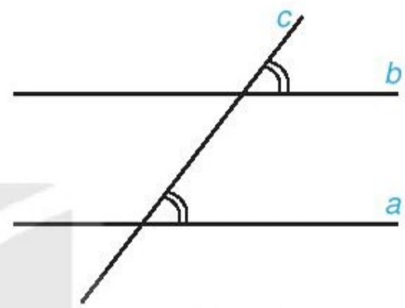
Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Định lí • Giả thiết • Kết luận • Chứng minh một định lí	• Nhận biết một định lí, giả thiết, kết luận của định lí. • Làm quen với chứng minh định lí.

Trong Bài 10, ta đã dùng cách đo đạc để kiểm nghiệm tính chất sau là đúng:

"Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì hai góc đồng vị bằng nhau" (H.3.45).

Tuy nhiên, đo đạc chỉ cho ta kết quả gần đúng và chỉ trong một trường hợp cụ thể.

Vậy có cách nào để chắc chắn rằng tính chất đó đúng cho mọi trường hợp không?



Hình 3.45

Định lí. Giả thiết và kết luận của định lí

• Trong Bài 8, Tập suy luận, trang 42, khẳng định "(Nếu) hai góc đối đỉnh thì (hai góc đó) bằng nhau" đã được suy ra từ điều đúng đã biết là "hai góc kề bù có tổng số đo bằng 180°". Đó là một *định lí*.

• Trong một định lí ta cần phân biệt *giả thiết* và *kết luận* của nó. Chẳng hạn:

$$\text{Nếu } \underbrace{\text{hai góc đối đỉnh}}_{\uparrow \atop \text{Giả thiết}} \text{ thì } \underbrace{\text{hai góc đó bằng nhau.}}_{\uparrow \atop \text{Kết luận}}$$

> Định lí là một khẳng định được suy ra từ những khẳng định đúng đã biết. Mỗi định lí thường được phát biểu dưới dạng:
>
> **Nếu ... thì ...**
>
> – Phần giữa từ "nếu" và từ "thì" là giả thiết của định lí;
>
> – Phần sau từ "thì" là kết luận của định lí.

Chẳng hạn, các tính chất của hai đường thẳng song song đã học đều là những định lí.

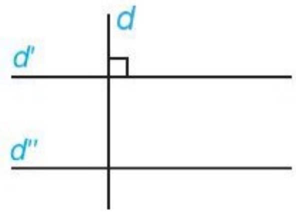
Ví dụ

Trong định lí "*Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng còn lại*", thì có:

- Giả thiết là "*một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song*";
- Kết luận là "*nó cũng vuông góc với đường thẳng còn lại*".

Ta có thể viết giả thiết và kết luận của định lí trên bằng kí hiệu như sau:

GT	d, d', d'' là các đường thẳng, $d' // d''$, $d \perp d'$
KL	$d \perp d''$.



Giả thiết, kết luận được viết tắt tương ứng là GT và KL bạn nhé!

Luyện tập 1 Vẽ hình và viết giả thiết, kết luận của định lí:

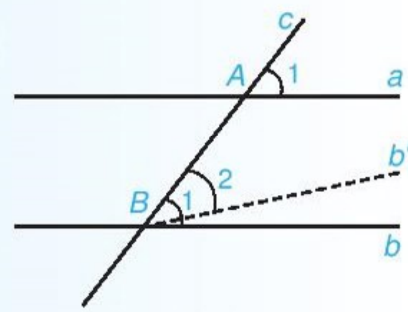
"Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau".

Thế nào là chứng minh định lí?

Chứng minh một định lí là dùng lập luận để từ giả thiết và những khẳng định đúng đã biết suy ra kết luận của định lí.

Chẳng hạn, ta chứng minh định lí nói trong *tình huống mở đầu* "Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì hai góc đồng vị bằng nhau" như sau:

GT	$a // b$, c cắt a tại A, c cắt b tại B; $\widehat{A_1}$, $\widehat{B_1}$ là hai góc đồng vị.
KL	$\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$.



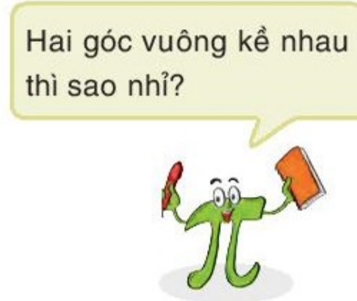
Hình 3.46

Chứng minh (H.3.46)

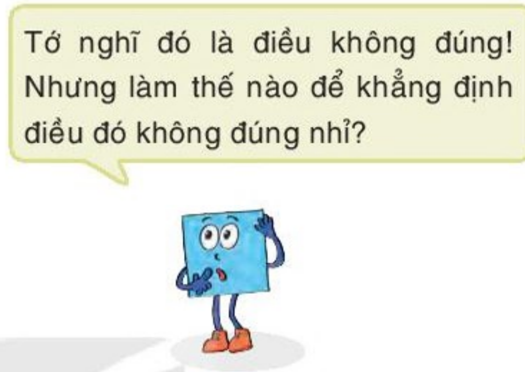
Qua điểm B kẻ đường thẳng b' sao cho góc $\widehat{B_2} = \widehat{A_1}$. Khi đó đường thẳng c tạo với hai đường thẳng a và b' hai góc đồng vị bằng nhau $\widehat{A_1} = \widehat{B_2}$.

Theo dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song ta có a và b' song song với nhau. Suy ra qua B có hai đường thẳng b, b' cùng song song với a. Theo tiên đề Euclid, b' trùng b. Từ đó suy ra $\widehat{B_1} = \widehat{A_1}$ (vì cùng bằng $\widehat{B_2}$).

Luyện tập 2 Em hãy chứng minh định lí: "*Hai góc kề bù bằng nhau thì mỗi góc là một góc vuông*".



Tranh luận



Em có ý kiến gì về hai ý kiến trên?

BÀI TẬP

3.24. Có thể coi định lí "*Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau*" được suy ra trực tiếp từ định lí về dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song không? Suy ra như thế nào?

3.25. Hãy chứng minh định lí nói ở Ví dụ trang 56: "*Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng còn lại*". Trong chứng minh đó ta đã sử dụng những điều đúng đã biết nào?

3.26. Cho góc xOy không phải là góc bẹt. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(1) Nếu Ot là tia phân giác của góc xOy thì $\widehat{xOt} = \widehat{tOy}$.

(2) Nếu tia Ot thoả mãn $\widehat{xOt} = \widehat{tOy}$ thì Ot là tia phân giác của góc xOy.

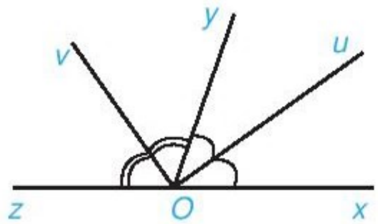
Nếu có khẳng định không đúng, hãy nêu ví dụ cho thấy khẳng định đó không đúng. (*Gợi ý:* Xét tia đối của một tia phân giác).

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ Vẽ hình, viết giả thiết, kết luận và trình bày chứng minh định lí sau: *"Góc tạo bởi hai tia phân giác của hai góc kề bù là một góc vuông"*.

Giải (H.3.47)

GT	$\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù; Ou là tia phân giác của $\widehat{xOy}$; Ov là tia phân giác của $\widehat{yOz}$.
KL	$\widehat{uOv}$ là góc vuông.



Hình 3.47

Vì Ou là tia phân giác của $\widehat{xOy}$ nên $\widehat{uOy} = \frac{1}{2}\widehat{xOy}$.

Vì Ov là tia phân giác của $\widehat{yOz}$ nên $\widehat{yOv} = \frac{1}{2}\widehat{yOz}$.

Vậy $\widehat{uOy} + \widehat{yOv} = \frac{1}{2}\left(\widehat{xOy} + \widehat{yOz}\right)$. (*)

Vế trái của (*) là $\widehat{uOy} + \widehat{yOv} = \widehat{uOv}$. Vì $\widehat{xOy}$, $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$.

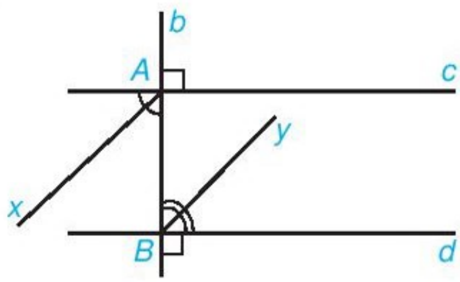
Vậy đẳng thức (*) trở thành $\widehat{uOv} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$, tức là $\widehat{uOv}$ là góc vuông.

BÀI TẬP

3.27. Cho hình thang $ABCD$ có cạnh AD vuông góc với hai đáy AB và CD. Số đo góc ở đỉnh B gấp đôi số đo góc ở đỉnh C. Tính số đo các góc của hình thang đó.

3.28. Vẽ hình minh hoạ và viết giả thiết, kết luận của định lí: "*Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau*".

3.29. Kẻ các tia phân giác Ax, By của một cặp góc so le trong tạo bởi đường thẳng b vuông góc với hai đường thẳng song song c, d (H.3.48). Chứng minh rằng hai tia phân giác đó nằm trên hai đường thẳng song song.



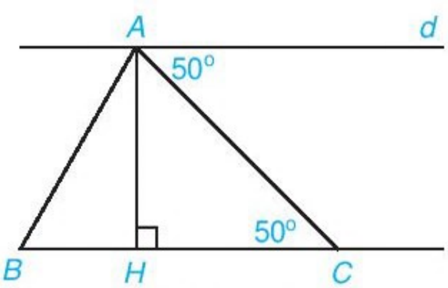
Hình 3.48

3.30. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b cùng vuông góc với đường thẳng c; d là một đường thẳng khác c và d vuông góc với a. Chứng minh rằng:

a) $a \parallel b$; b) $c \parallel d$; c) $b \perp d$.

3.31. Cho Hình 3.49. Chứng minh rằng:

a) $d \parallel BC$; b) $d \perp AH$; c) Trong các kết luận trên, kết luận nào được suy ra từ tính chất của hai đường thẳng song song, kết luận nào được suy ra từ dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song?



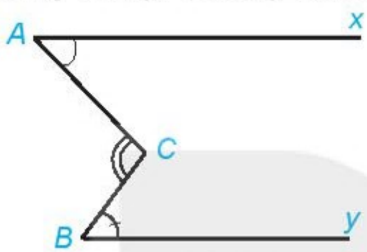
Hình 3.49

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III

3.32. Chứng minh rằng: Cho điểm A và đường thẳng d thì có duy nhất đường thẳng đi qua A vuông góc với d, tức là nếu có hai đường thẳng đi qua A vuông góc với d thì chúng phải trùng nhau.

3.33. Vẽ ba đường thẳng phân biệt a, b, c sao cho $a \parallel b$, $b \parallel c$ và hai đường thẳng phân biệt m, n cùng vuông góc với a. Hỏi trên hình có bao nhiêu cặp đường thẳng song song, có bao nhiêu cặp đường thẳng vuông góc?

3.34. Cho Hình 3.50, trong đó hai tia Ax, By nằm trên hai đường thẳng song song. Chứng minh rằng $\widehat{C} = \widehat{A} + \widehat{B}$.



Hình 3.50

Em hãy kẻ đường thẳng qua C và song song với đường thẳng chứa tia Ax.

3.35. Cho Hình 3.51, trong đó Ox và Ox' là hai tia đối nhau.

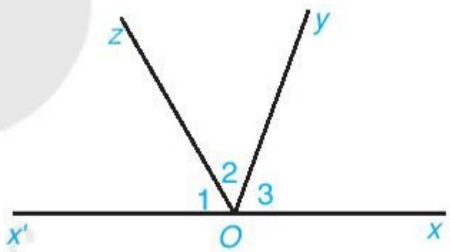
a) Tính tổng số đo ba góc O_1, O_2, O_3.

Gợi ý: $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} + \widehat{O_3} = (\widehat{O_1} + \widehat{O_2}) + \widehat{O_3}$,

trong đó $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = \widehat{x'Oy}$.

$\widehat{x'Oy}$, $\widehat{yOx}$ là hai góc kề bù.

b) Cho $\widehat{O_1} = 60^\circ$, $\widehat{O_3} = 70^\circ$. Tính $\widehat{O_2}$.

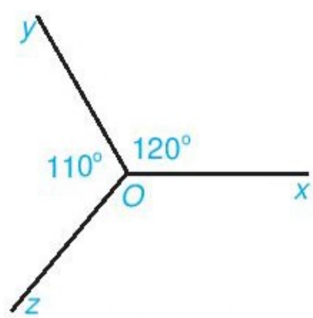


Hình 3.51

3.36. Cho Hình 3.52, biết $\widehat{xOy} = 120^\circ$, $\widehat{yOz} = 110^\circ$.

Tính số đo góc zOx.

Gợi ý: Kẻ thêm tia đối của tia Oy.



Hình 3.52

Chương IV
TAM GIÁC BẰNG NHAU

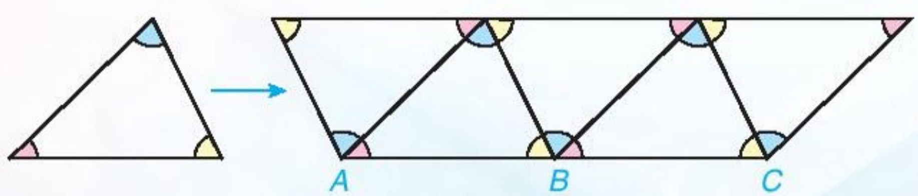
HÌNH HỌC PHẲNG

Các em từng thấy những viên gạch lát nền hình vuông có cạnh bằng nhau hoặc những viên gạch hình lục giác đều có cạnh bằng nhau được xếp chồng khít lên nhau. Nếu có những viên gạch hình tam giác đều có cạnh bằng nhau thì ta cũng xếp chúng được như vậy đấy. Do đó người ta nói các tam giác đều có cạnh bằng nhau là các tam giác bằng nhau. Vậy trong hình học, nếu hai tam giác bất kì có thể chồng khít lên nhau thì chúng có tính chất chung gì đặc biệt và có những cách nào biết được điều đó mà không phải di chuyển các tam giác này hay không? Chúng ta sẽ cùng tìm hiểu vấn đề đó trong chương này.

Bài 12 TỔNG CÁC GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Tam giác	Giải thích định lí về tổng các góc trong một tam giác bằng 180°.

Người ta có thể xếp các viên gạch hình tam giác giống hệt nhau để trang trí như Hình 4.1. Em có nhận xét gì về ba góc tại mỗi đỉnh chung của ba tam giác? Từ đó em rút ra kết luận gì về vị trí của ba điểm *A, B, C*?



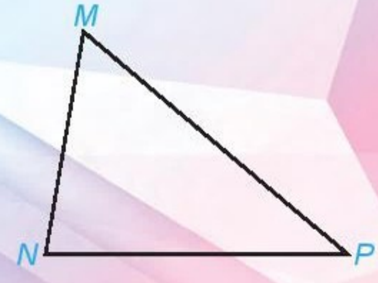
Hình 4.1

Tổng các góc trong một tam giác

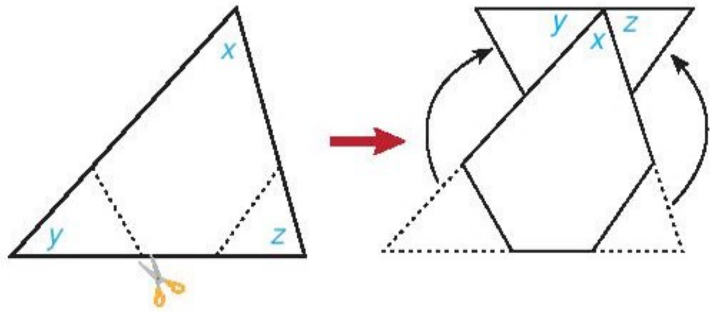
HĐ1 Vẽ tam giác *MNP* bất kì, đo ba góc của tam giác đó.

– Tổng số đo ba góc của tam giác *MNP* bằng bao nhiêu?

– So sánh kết quả của em với các bạn và rút ra nhận xét.



HĐ2 Cắt một hình tam giác bằng giấy bất kì (H.4.2a). Đánh dấu ba góc là x, y, z. Cắt hai góc y, z và ghép lên góc x như Hình 4.2b. Từ đó, em hãy dự đoán tổng số đo các góc x, y, z của tam giác ban đầu.



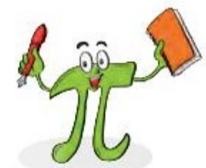
a) b)

Hình 4.2

Ta có định lí sau:

> Tổng ba góc trong một tam giác bằng 180°.

Tổng ba góc trong một tam giác là tổng số đo ba góc trong tam giác đó.



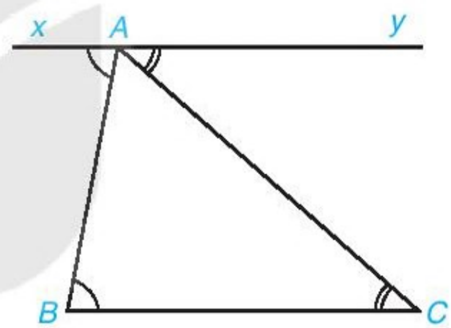
GT	ΔABC
KL	$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180^\circ$.

Chứng minh (H.4.3)

Qua A kẻ đường thẳng xy song song với BC.

$xy \,//\, BC \Rightarrow \widehat{B}=\widehat{BAx}$; $\widehat{C}=\widehat{CAy}$ (các cặp góc so le trong).

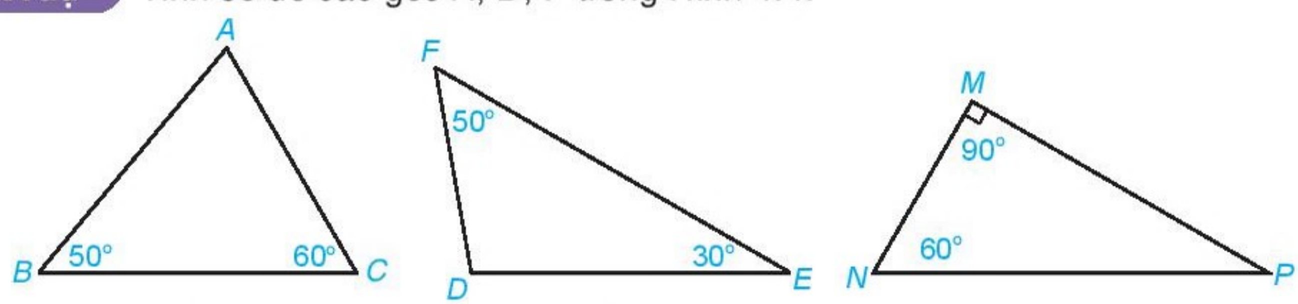
Do đó $\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=\widehat{BAC}+\widehat{BAx}+\widehat{CAy}=\widehat{xAy}=180^\circ$.



Hình 4.3

? Trở lại *tình huống mở đầu*, tổng ba góc tại mỗi đỉnh chung của ba tam giác (chẳng hạn tại B trong Hình 4.1) bằng bao nhiêu độ? Ba điểm A, B, C có thẳng hàng không?

Ví dụ Tính số đo các góc A, D, P trong Hình 4.4.



a) b) c)

Hình 4.4

Giải. Trong tam giác ABC ta có $\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180^\circ$.

Do đó $\widehat{A}=180^\circ-\widehat{B}-\widehat{C}=180^\circ-50^\circ-60^\circ=70^\circ$.

Tương tự, trong tam giác DEF ta có $\widehat{D}=180^\circ-\widehat{E}-\widehat{F}=180^\circ-30^\circ-50^\circ=100^\circ$;

trong tam giác MNP ta có $\widehat{P}=180^\circ-\widehat{M}-\widehat{N}=180^\circ-90^\circ-60^\circ=30^\circ$.

Chú ý. Trong Hình 4.4:

– Tam giác *ABC* có ba góc đều nhọn nên gọi là *tam giác nhọn.*

– Tam giác *DEF* có một góc tù nên gọi là *tam giác tù.*

– Tam giác *MNP* có một góc vuông nên gọi là *tam giác vuông.* Trong tam giác *MNP* vuông tại *M*, *MN* và *MP* là hai *cạnh góc vuông*, *NP là cạnh huyền.*

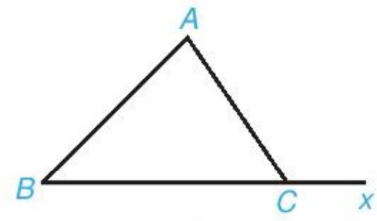
Luyện tập Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*. Tính tổng hai góc *B* và *C*.

Nhận xét. Hai góc có tổng bằng 90° được gọi là hai góc phụ nhau. Vậy trong tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.

Vận dụng

Cho tam giác *ABC* và *Cx* là tia đối của tia *CB* (H.4.5).

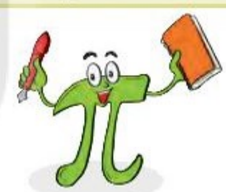
Chứng minh rằng $\widehat{ACx} = \widehat{BAC} + \widehat{CBA}$.



Hình 4.5

Nhận xét. Góc *ACx* được gọi là *góc ngoài* tại *C* của tam giác *ABC*. Góc *ACx* không kề với hai góc *A* và *B* của tam giác *ABC*.

Mỗi góc ngoài của một tam giác có số đo bằng tổng số đo hai góc trong không kề với nó.

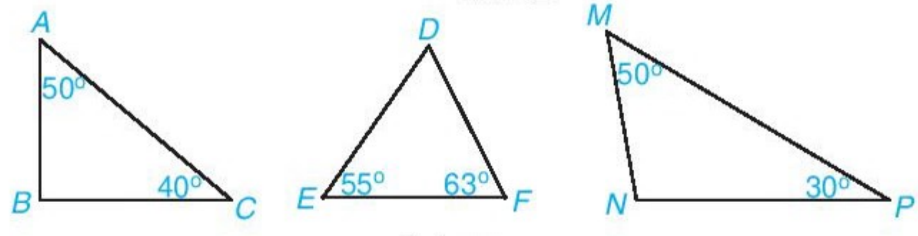


BÀI TẬP

4.1. Tính các số đo *x*, *y*, *z* trong Hình 4.6.

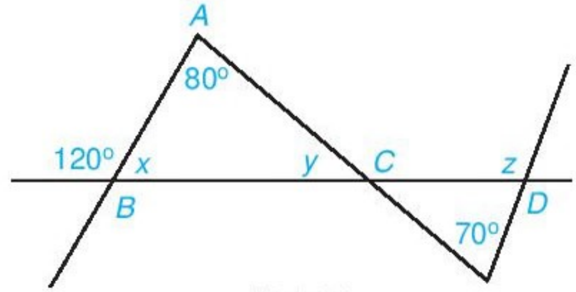
Hình 4.6

4.2. Trong các tam giác ở Hình 4.7, tam giác nào là tam giác nhọn, tam giác vuông, tam giác tù?



Hình 4.7

4.3. Tính các số đo *x*, *y*, *z* trong Hình 4.8.



Hình 4.8

Bài 13 HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC

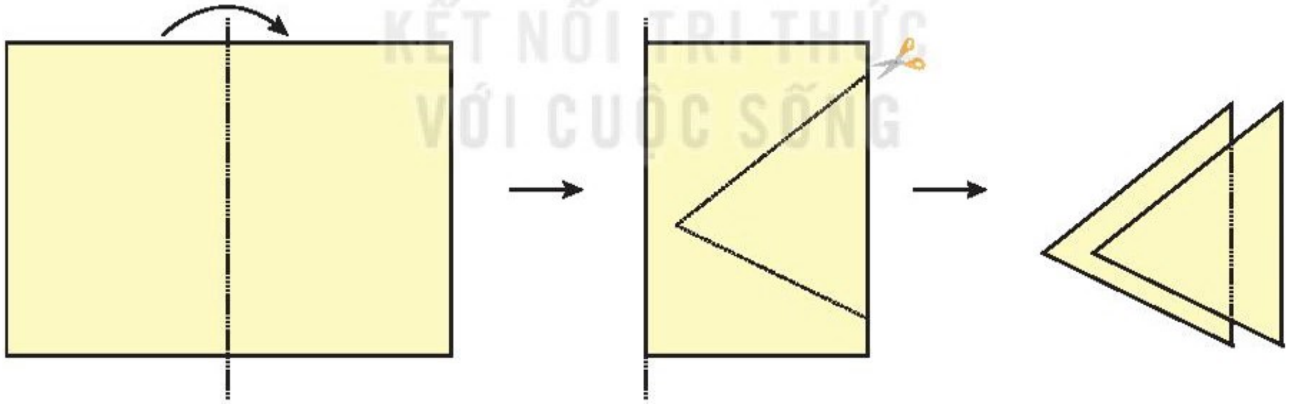
Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Hai tam giác bằng nhau • Trường hợp bằng nhau cạnh - cạnh - cạnh	• Nhận biết hai tam giác bằng nhau. • Giải thích hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - cạnh - cạnh (c.c.c). • Lập luận và chứng minh hình học trong những trường hợp đơn giản.

Ta nói hai đoạn thẳng bằng nhau nếu chúng có cùng độ dài, hai góc bằng nhau nếu chúng có cùng số đo góc. Vậy hai tam giác như thế nào thì được gọi là bằng nhau và làm thế nào để kiểm tra được hai tam giác đó bằng nhau? Trong bài này chúng ta sẽ trả lời câu hỏi đó.

1 HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU

Hai tam giác bằng nhau

HĐ1 Gấp đôi một tờ giấy rồi cắt như Hình 4.9.



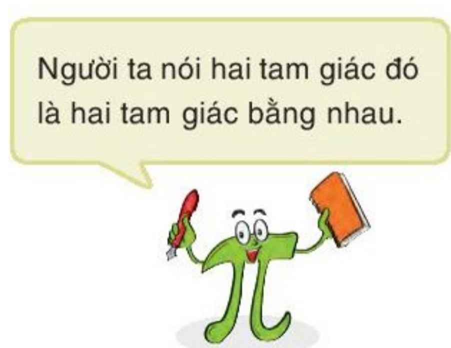
Hình 4.9

Phần được cắt ra là hai tam giác "chồng khít" lên nhau.

Theo em:

– Các cạnh tương ứng có bằng nhau không?

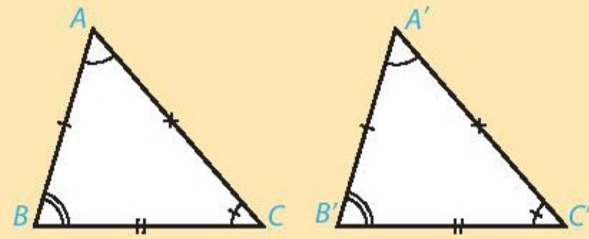
– Các góc tương ứng có bằng nhau không?



Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ (H.4.10) bằng nhau nếu chúng có các cạnh tương ứng bằng nhau và các góc tương ứng bằng nhau, nghĩa là:

$$\begin{cases} AB = A'B', AC = A'C', BC = B'C' \\ \widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{C} = \widehat{C'}. \end{cases}$$

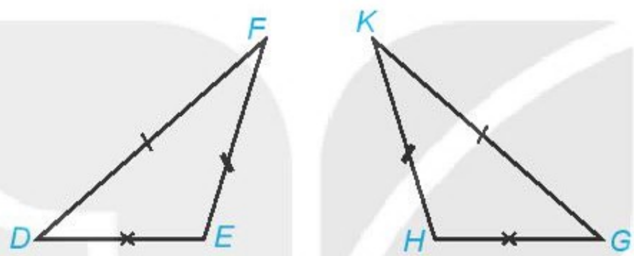
Khi đó ta viết $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$.



Hình 4.10

Ở đây hai đỉnh A và A' (B và B', C và C') là hai đỉnh tương ứng; hai góc A và A' (B và B', C và C') là hai góc tương ứng; hai cạnh AB và $A'B'$ (AC và $A'C'$, BC và $B'C'$) là hai cạnh tương ứng.

? Biết hai tam giác trong Hình 4.11 bằng nhau, em hãy chỉ ra các cặp cạnh tương ứng, các cặp góc tương ứng và viết đúng kí hiệu bằng nhau của cặp tam giác đó.



Hình 4.11

Ví dụ 1

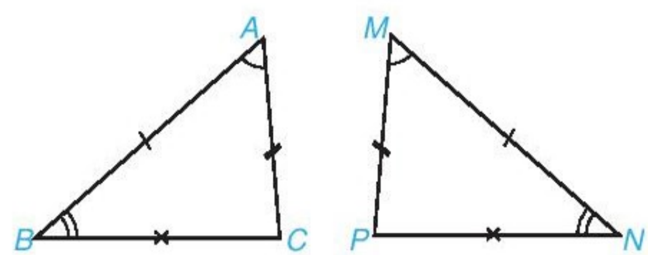
Cho hai tam giác ABC và MNP có $AB = MN$, $BC = NP$, $CA = PM$, $\widehat{A} = \widehat{M}$, $\widehat{B} = \widehat{N}$.
Chứng minh rằng:

a) $\widehat{C} = \widehat{P}$;

b) $\Delta ABC = \Delta MNP$.

Giải

GT	ΔABC, ΔMNP: $AB = MN$, $BC = NP$, $CA = PM$, $\widehat{A} = \widehat{M}$, $\widehat{B} = \widehat{N}$.
KL	a) $\widehat{C} = \widehat{P}$; b) $\Delta ABC = \Delta MNP$.



Hình 4.12

a) Trong tam giác ABC ta có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$, suy ra $\widehat{C} = 180° - \widehat{A} - \widehat{B}$. (1)

Trong tam giác MNP ta có $\widehat{M} + \widehat{N} + \widehat{P} = 180°$, suy ra $\widehat{P} = 180° - \widehat{M} - \widehat{N}$. (2)

Vì $\widehat{A} = \widehat{M}$, $\widehat{B} = \widehat{N}$ nên từ (1) và (2) ta có $\widehat{C} = \widehat{P}$.

b) Hai tam giác ABC và MNP có:

$$AB = MN,\ BC = NP,\ CA = PM \text{ (theo giả thiết);}$$

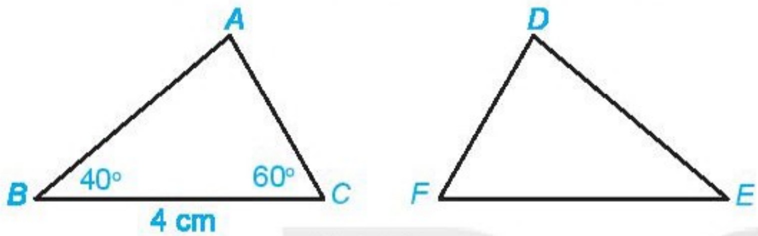
$$\widehat{A} = \widehat{M},\ \widehat{B} = \widehat{N} \text{ (theo giả thiết)},\ \widehat{C} = \widehat{P} \text{ (chứng minh trên).}$$

Vậy hai tam giác ABC và MNP có các cạnh và các góc tương ứng bằng nhau.

Do đó $\Delta ABC = \Delta MNP$.

Luyện tập 1

Cho tam giác ABC bằng tam giác DEF (H.4.13). Biết rằng $BC = 4$ cm, $\widehat{ABC} = 40°$, $\widehat{ACB} = 60°$. Hãy tính độ dài đoạn thẳng EF và số đo góc EDF.



Hình 4.13

Tớ sẽ tính góc A trước.

2 TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC: CẠNH - CẠNH - CẠNH (C.C.C)

Để kiểm tra hai tam giác bằng nhau ta có nhất thiết phải kiểm tra cả ba cạnh tương ứng và ba góc tương ứng bằng nhau hay không?

Trường hợp bằng nhau cạnh - cạnh - cạnh

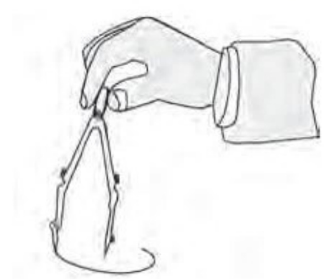
HĐ2 Vẽ tam giác ABC có $AB = 5$ cm, $AC = 4$ cm, $BC = 6$ cm theo các bước sau:

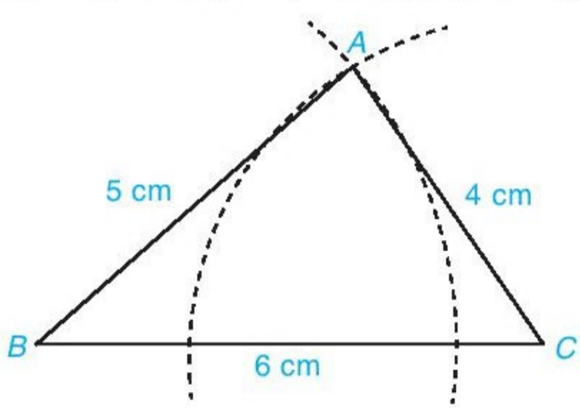
– Dùng thước thẳng có vạch chia vẽ đoạn thẳng $BC = 6$ cm.

– Vẽ cung tròn tâm B bán kính 5 cm và cung tròn tâm C bán kính 4 cm sao cho hai cung tròn cắt nhau tại điểm A (H.4.14).

– Vẽ các đoạn thẳng AB, AC ta được tam giác ABC.

Dùng compa với khẩu độ 5 cm để vẽ một phần của đường tròn, ta được cung tròn bán kính 5 cm.





Hình 4.14

HĐ3 Tương tự, vẽ thêm tam giác $A'B'C'$ có $A'B' = 5$ cm, $A'C' = 4$ cm, $B'C' = 6$ cm.

– Dùng thước đo góc kiểm tra xem các góc tương ứng của hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có bằng nhau không.

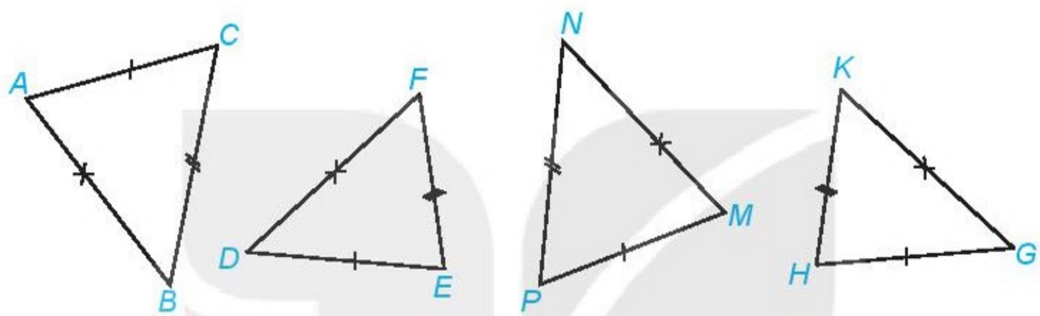
– Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có bằng nhau không?

Ta thừa nhận định lí sau:

Trường hợp bằng nhau cạnh - cạnh - cạnh (c.c.c)

Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

? Trong Hình 4.15, những cặp tam giác nào bằng nhau?



Hình 4.15

Ví dụ 2

Cho Hình 4.16, biết $AC = BD, AD = BC$.

Chứng minh rằng $\Delta ACB = \Delta BDA$.

Giải

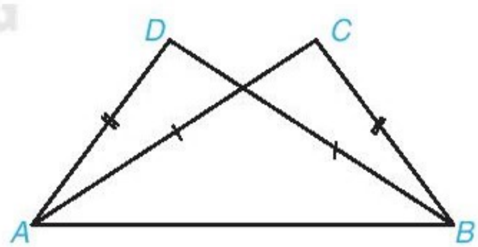
Hai tam giác ACB và BDA có:

$AC = BD$ (theo giả thiết);

$BC = AD$ (theo giả thiết);

AB là cạnh chung.

Vậy $\Delta ACB = \Delta BDA$ (c.c.c).

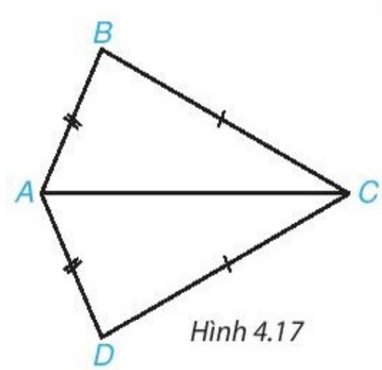


Hình 4.16

Luyện tập 2

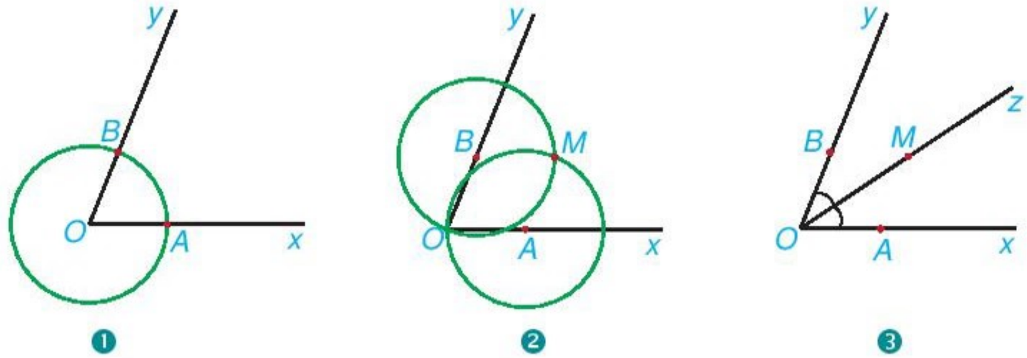
Cho Hình 4.17, biết $AB = AD$, $BC = DC$.

Chứng minh rằng $\Delta ABC = \Delta ADC$.



Hình 4.17

Vận dụng Người ta dùng compa và thước thẳng để vẽ tia phân giác của góc xOy như sau:



❶ Vẽ đường tròn tâm O cắt Ox, Oy lần lượt tại A và B.

❷ Vẽ đường tròn tâm A bán kính AO và đường tròn tâm B bán kính BO. Hai đường tròn cắt nhau tại điểm M khác điểm O.

❸ Vẽ tia Oz đi qua M.

Em hãy giải thích vì sao tia OM là tia phân giác của góc xOy.

BÀI TẬP

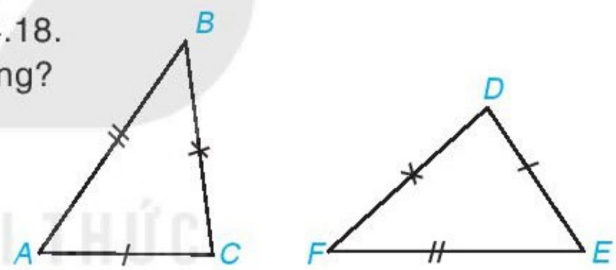
4.4. Cho hai tam giác ABC và DEF như Hình 4.18. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

(1) $\Delta ABC = \Delta DEF$;

(2) $\Delta ACB = \Delta EDF$;

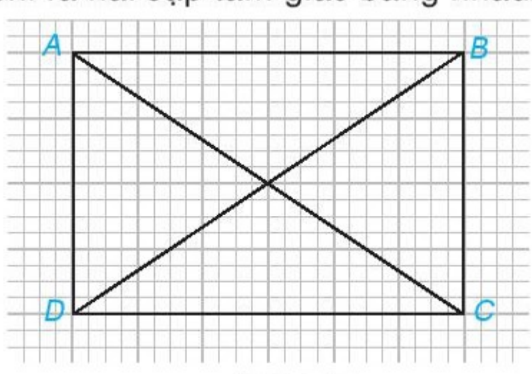
(3) $\Delta BAC = \Delta DFE$;

(4) $\Delta CAB = \Delta DEF$.



Hình 4.18

4.5. Trong Hình 4.19, hãy chỉ ra hai cặp tam giác bằng nhau.

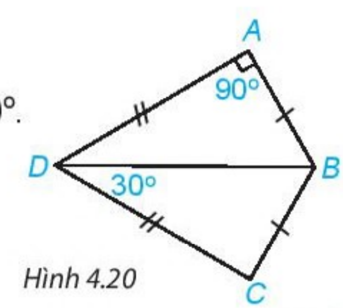


Hình 4.19

4.6. Cho Hình 4.20, biết $AB = CB$, $AD = CD$, $\widehat{DAB} = 90^\circ$, $\widehat{BDC} = 30^\circ$.

a) Chứng minh rằng $\Delta ABD = \Delta CBD$.

b) Tính $\widehat{ABC}$.

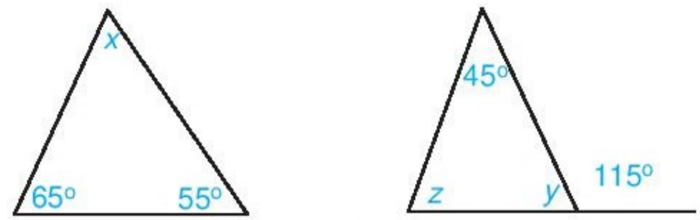


Hình 4.20

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Tính các số đo *x, y, z* trong Hình 4.21.



Hình 4.21

Giải

a) Ta có $x + 65° + 55° = 180°$ (tổng ba góc trong một tam giác bằng $180°$).

Do đó $x = 180° - 65° - 55° = 60°$.

b) Ta có $y + 115° = 180°$ (hai góc kề bù). Do đó $y = 180° - 115° = 65°$.

Lại có $y + z + 45° = 180°$ (tổng ba góc trong một tam giác bằng $180°$).

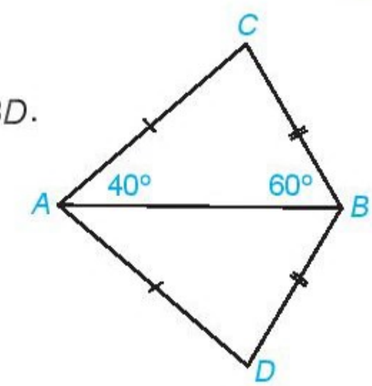
Suy ra $z = 180° - y - 45° = 180° - 65° - 45° = 70°$.

Ví dụ 2

Cho Hình 4.22, biết $\widehat{BAC} = 40°$, $\widehat{ABC} = 60°$, $AC = AD$, $BC = BD$.

a) Chứng minh rằng $\Delta ABC = \Delta ABD$;

b) Tính số đo góc *ADB*.



Hình 4.22

Giải

GT	$\widehat{BAC} = 40°$, $\widehat{ABC} = 60°$, $AC = AD$, $BC = BD$.
KL	a) $\Delta ABC = \Delta ABD$; b) Tính $\widehat{ADB}$.

a) Hai tam giác *ABC* và *ABD* có:

$AC = AD$ (theo giả thiết);

$BC = BD$ (theo giả thiết);

AB là cạnh chung.

Vậy $\Delta ABC = \Delta ABD$ (c.c.c).

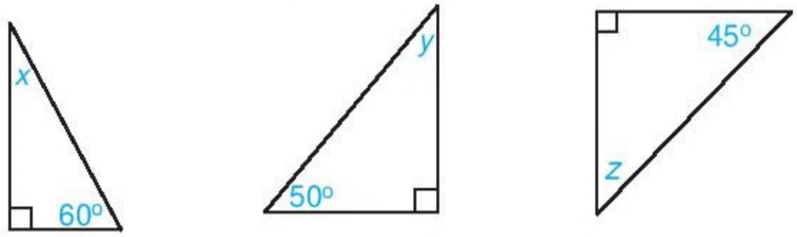
b) Vì tổng ba góc trong tam giác *ABC* bằng $180°$ nên ta có:

$$\widehat{ACB} = 180° - \widehat{ABC} - \widehat{BAC} = 180° - 60° - 40° = 80°.$$

Theo câu a) ta có $\Delta ABC = \Delta ABD$, suy ra $\widehat{ADB} = \widehat{ACB} = 80°$.

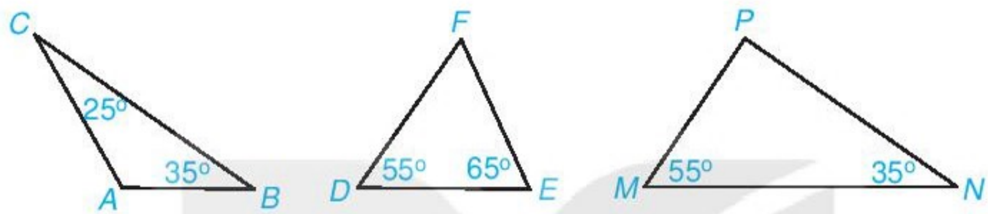
BÀI TẬP

4.7. Các số đo x, y, z trong mỗi tam giác vuông dưới đây bằng bao nhiêu độ?



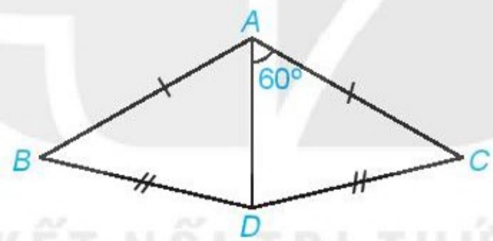
Hình 4.23

4.8. Tính số đo góc còn lại trong mỗi tam giác dưới đây. Hãy chỉ ra tam giác nào là tam giác vuông.



Hình 4.24

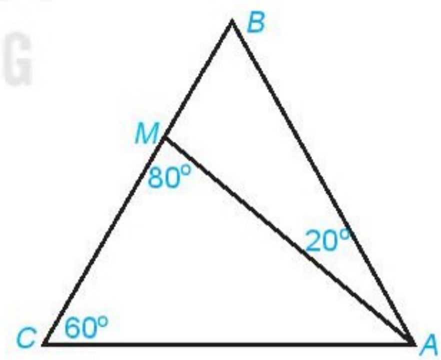
4.9. Cho Hình 4.25, biết $\widehat{DAC} = 60°$, $AB = AC$, $DB = DC$. Hãy tính $\widehat{DAB}$.



Hình 4.25

4.10. Cho tam giác ABC có $\widehat{BCA} = 60°$ và điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $\widehat{BAM} = 20°$, $\widehat{AMC} = 80°$ (H.4.26).

Tính số đo các góc AMB, ABC, BAC.



Hình 4.26

4.11. Cho $\Delta ABC = \Delta DEF$. Biết rằng $\widehat{A} = 60°$, $\widehat{E} = 80°$, tính số đo các góc B, C, D, F.

Bài 14 TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI VÀ THỨ BA CỦA TAM GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Góc kề với cạnh • Góc xen giữa hai cạnh	• Giải thích hai tam giác bằng nhau theo các trường hợp cạnh - góc - cạnh (c.g.c) và góc - cạnh - góc (g.c.g). • Lập luận và chứng minh hình học trong những trường hợp đơn giản.

Trong thực tế, nhiều khi ta không thể đo được hết các cạnh của hai tam giác để khẳng định được chúng có bằng nhau hay không. Khi đó, có cách nào khác giúp ta biết được điều đó?

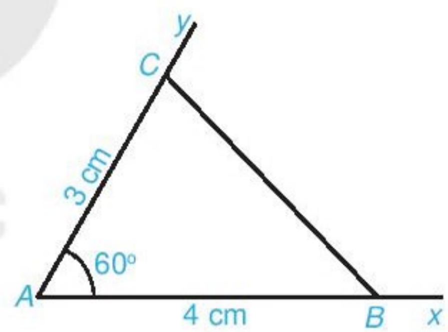
1 TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI CỦA TAM GIÁC: CẠNH - GÓC - CẠNH (C.G.C)

Trường hợp bằng nhau cạnh - góc - cạnh

HĐ1 Vẽ $\widehat{xAy} = 60°$. Lấy điểm B trên tia Ax và điểm C trên tia Ay sao cho: $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm.

Nối điểm B với điểm C ta được tam giác ABC (H.4.27).

Dùng thước thẳng có vạch chia đo độ dài cạnh BC của tam giác ABC.



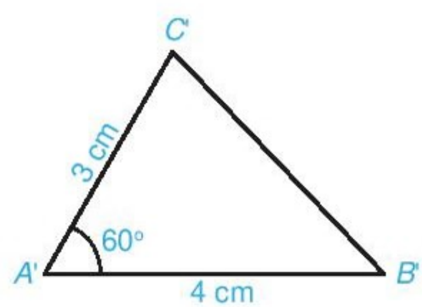
Hình 4.27

HĐ2 Vẽ thêm tam giác $A'B'C'$ với $\widehat{B'A'C'} = 60°$, $A'B' = 4$ cm và $A'C' = 3$ cm (H.4.28).

Dùng thước thẳng có vạch chia hoặc compa để so sánh độ dài các cạnh tương ứng của hai tam giác ABC và $A'B'C'$.

– Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có bằng nhau không?

– Độ dài các cạnh BC và $B'C'$ của hai tam giác em vừa vẽ có bằng các cạnh BC và $B'C'$ của hai tam giác các bạn khác vẽ không?



Hình 4.28

– Hai tam giác em vừa vẽ có bằng hai tam giác mà các bạn khác vẽ không?

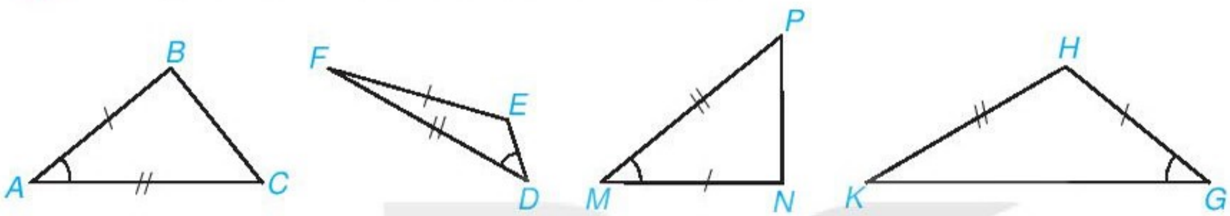
Trong tam giác ABC (H.4.27), góc BAC (hay đơn giản là góc A) được gọi là góc xen giữa hai cạnh AB và AC của tam giác ABC.

Ta thừa nhận định lí sau:

Trường hợp bằng nhau cạnh - góc - cạnh (c.g.c)

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

Trong Hình 4.29, hai tam giác nào bằng nhau?



Hình 4.29

Ví dụ 1

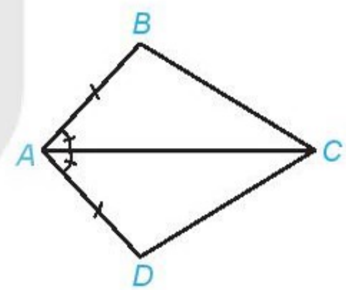
Xét hai tam giác ABC và ADC như Hình 4.30. Ta có:

$AB = AD$;

$\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$;

AC là cạnh chung.

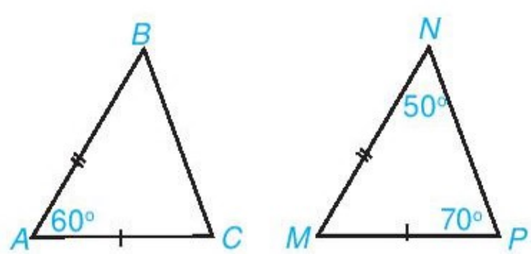
Vậy $\Delta ABC = \Delta ADC$ (c.g.c).



Hình 4.30

Luyện tập 1

Hai tam giác ABC và MNP trong Hình 4.31 có bằng nhau không? Vì sao?



Hình 4.31

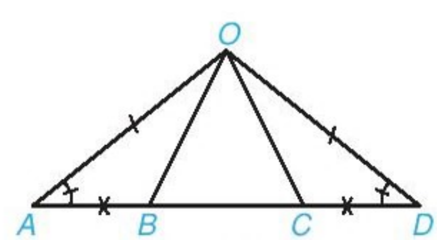
Vận dụng

Cho Hình 4.32, biết $\widehat{OAB} = \widehat{ODC}$, $OA = OD$ và $AB = CD$.

Chứng minh rằng:

a) $AC = DB$;

b) $\Delta OAC = \Delta ODB$.



Hình 4.32

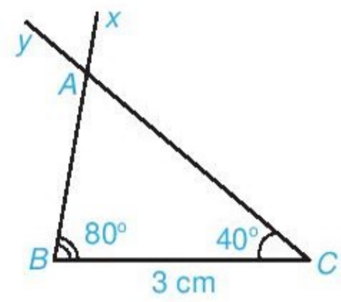
2 TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ BA CỦA TAM GIÁC: GÓC - CẠNH - GÓC (G.C.G)

Trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc

HĐ3 Vẽ đoạn thẳng $BC = 3$ cm. Vẽ hai tia Bx và Cy sao cho $\widehat{xBC} = 80°$, $\widehat{yCB} = 40°$ như Hình 4.33.

Lấy giao điểm A của hai tia Bx và Cy, ta được tam giác ABC (H.4.33).

Dùng thước thẳng có vạch chia đo độ dài hai cạnh AB, AC của tam giác ABC.

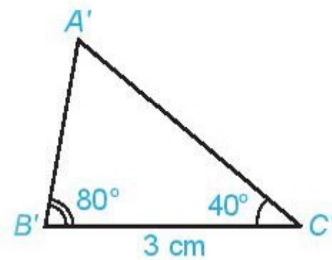


Hình 4.33

HĐ4 Vẽ thêm tam giác $A'B'C'$ sao cho $B'C' = 3$ cm, $\widehat{A'B'C'} = 80°$, $\widehat{A'C'B'} = 40°$ (H.4.34).

Dùng thước thẳng có vạch chia hoặc compa so sánh độ dài các cạnh của hai tam giác ABC và $A'B'C'$.

Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có bằng nhau không?

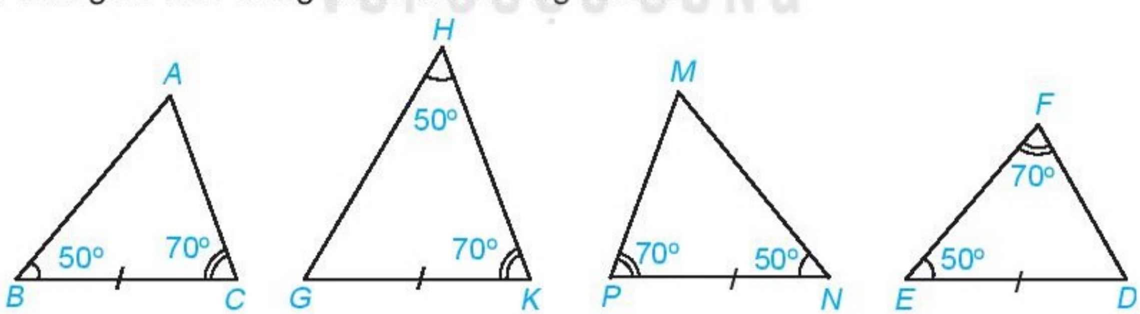


Hình 4.34

Trong tam giác ABC (H.4.33), hai góc $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$ (gọi đơn giản là góc B và góc C) được gọi là các góc kề cạnh BC của tam giác ABC. *Ta thừa nhận định lí sau:*

> **Trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc (g.c.g)**
>
> Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

? Hai tam giác nào trong Hình 4.35 bằng nhau?



Hình 4.35

Ví dụ 2

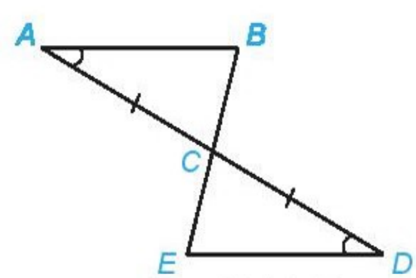
Xét hai tam giác ABC và DEC như Hình 4.36. Ta có:

$\widehat{BAC} = \widehat{EDC}$ (theo giả thiết);

$AC = DC$ (theo giả thiết);

$\widehat{BCA} = \widehat{ECD}$ (hai góc đối đỉnh).

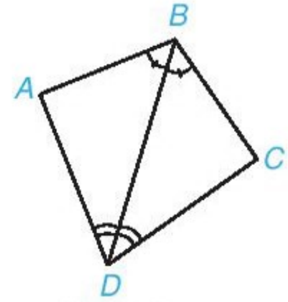
Vậy $\Delta ABC = \Delta DEC$ (g.c.g).



Hình 4.36

Luyện tập 2

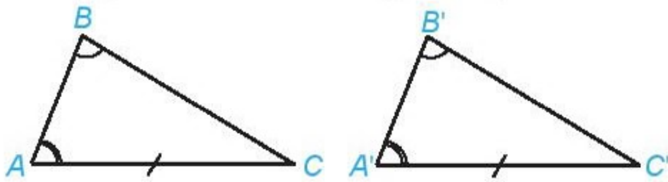
Chứng minh hai tam giác *ABD* và *CBD* trong Hình 4.37 bằng nhau.



Hình 4.37

Thử thách nhỏ

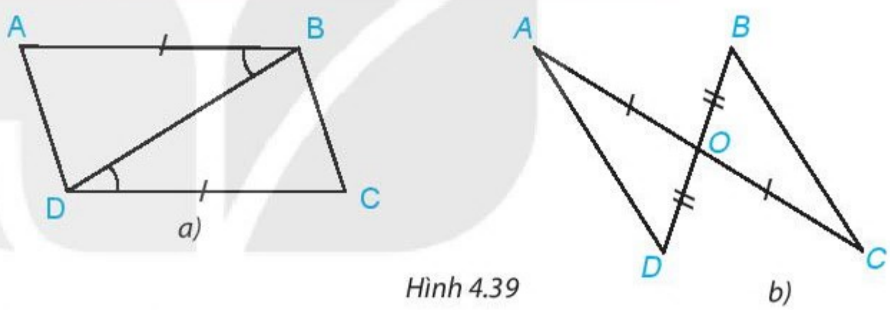
Bạn Lan nói rằng: "Nếu tam giác này có một cạnh cùng một góc kề và góc đối diện tương ứng bằng một cạnh cùng một góc kề và góc đối diện của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau" (H.4.38). Theo em bạn Lan nói có đúng không? Vì sao?



Hình 4.38

BÀI TẬP

4.12. Trong mỗi hình bên (H.4.39), hãy chỉ ra một cặp tam giác bằng nhau và giải thích vì sao chúng bằng nhau.

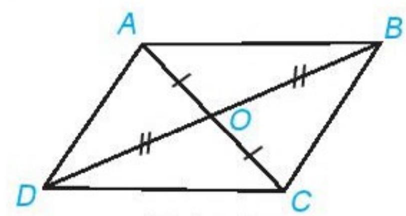


Hình 4.39

4.13. Cho hai đoạn thẳng *AC* và *BD* cắt nhau tại điểm *O* sao cho **$OA = OC$, $OB = OD$** như Hình 4.40.

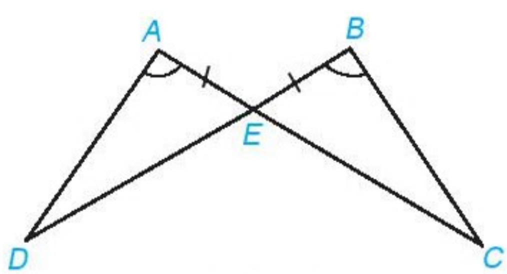
a) Hãy tìm hai cặp tam giác có chung đỉnh *O* bằng nhau;

b) Chứng minh rằng $\Delta DAB = \Delta BCD$.

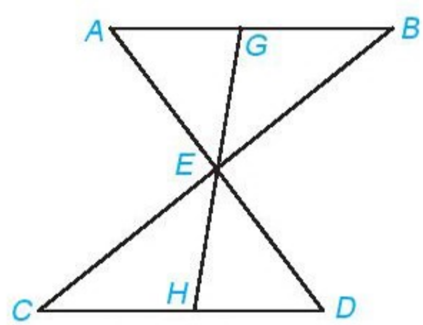


Hình 4.40

4.14. Chứng minh rằng hai tam giác *ADE* và *BCE* trong Hình 4.41 bằng nhau.



Hình 4.41



Hình 4.42

4.15. Cho đoạn thẳng *AB* song song và bằng đoạn thẳng *CD* như Hình 4.42. Gọi *E* là giao điểm của hai đường thẳng *AD* và *BC*. Hai điểm *G* và *H* lần lượt nằm trên *AB* và *CD* sao cho *G*, *E*, *H* thẳng hàng. Chứng minh rằng:

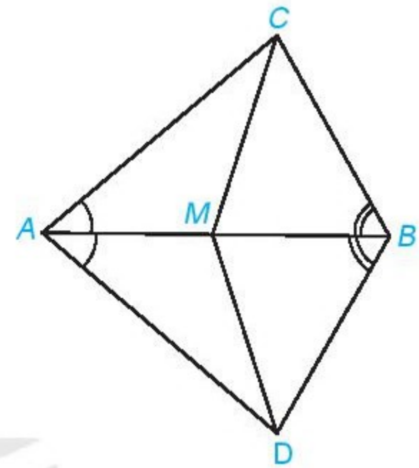
a) $\Delta ABE = \Delta DCE$; b) $EG = EH$.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ

Cho điểm M thuộc đoạn thẳng AB và hai điểm C, D như Hình 4.43 sao cho $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$, $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$. Chứng minh rằng:

a) $\Delta ABC = \Delta ABD$; b) $\Delta AMC = \Delta AMD$.



Hình 4.43

Giải

GT	$M \in AB$, $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$, $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$.
KL	a) $\Delta ABC = \Delta ABD$; b) $\Delta AMC = \Delta AMD$.

a) Hai tam giác ABC và ABD có:

$\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$ (theo giả thiết);

AB là cạnh chung;

$\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ (theo giả thiết).

Vậy $\Delta ABC = \Delta ABD$ (g.c.g).

b) Hai tam giác AMC và AMD có:

AM là cạnh chung;

$\widehat{MAC} = \widehat{BAC} = \widehat{BAD} = \widehat{MAD}$ (theo giả thiết);

$AC = AD$ (vì $\Delta ABC = \Delta ABD$).

Vậy $\Delta AMC = \Delta AMD$ (c.g.c).

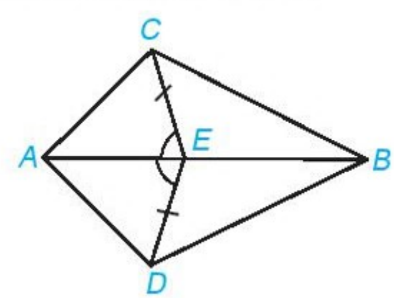
BÀI TẬP

4.16. Cho hai tam giác ABC và DEF thoả mãn $AB = DE$, $AC = DF$, $\widehat{BAC} = \widehat{EDF} = 60°$, $BC = 6$ cm, $\widehat{ABC} = 45°$. Tính độ dài cạnh EF và số đo các góc ACB, DEF, EFD.

4.17. Cho hai tam giác ABC và DEF thoả mãn $AB = DE$, $\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = 70°$, $\widehat{BAC} = \widehat{EDF} = 60°$, $AC = 6$ cm. Tính độ dài cạnh DF.

4.18. Cho Hình 4.44, biết $EC = ED$ và $\widehat{AEC} = \widehat{AED}$. Chứng minh rằng:

a) $\Delta AEC = \Delta AED$; b) $\Delta ABC = \Delta ABD$.



Hình 4.44

4.19. Cho tia Oz là tia phân giác của góc xOy. Lấy các điểm A, B, C lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz sao cho $\widehat{CAO} = \widehat{CBO}$.

a) Chứng minh rằng $\Delta OAC = \Delta OBC$.

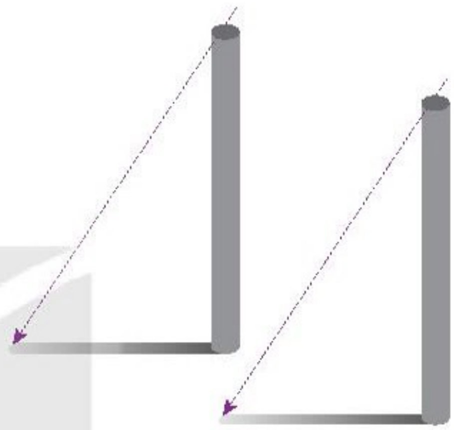
b) Lấy điểm M trên tia đối của tia CO. Chứng minh rằng $\Delta MAC = \Delta MBC$.

Bài 15 CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

Kiến thức, kĩ năng

Giải thích các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông.

Quan sát hai chiếc cột dựng thẳng đứng, cạnh nhau và cao bằng nhau. Vì Mặt Trời ở rất xa Trái Đất, nên vào buổi chiều các tia nắng Mặt Trời tạo với hai chiếc cột các góc xem như bằng nhau.



Lí do mà bạn Tròn đưa ra như vậy có đúng không? Qua bài học này, các em sẽ có câu trả lời cho câu hỏi trên.

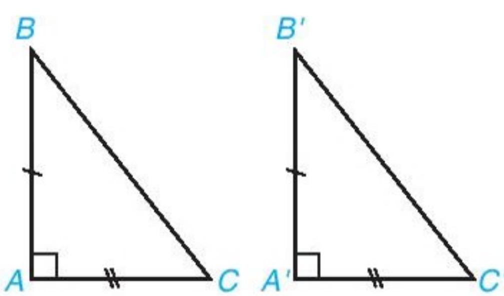
1 BA TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

Tìm hiểu ba trường hợp bằng nhau của tam giác vuông

HĐ1 Hai tam giác vuông ABC (vuông tại đỉnh A) và $A'B'C'$ (vuông tại đỉnh A') có các cặp cạnh góc vuông bằng nhau:

$AB = A'B'$, $AC = A'C'$ (H.4.45).

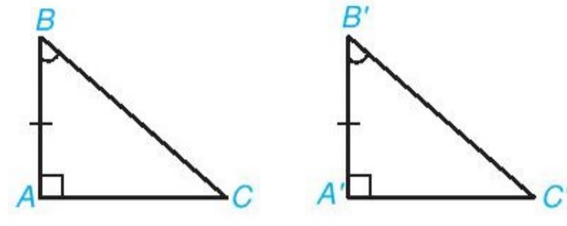
Dựa vào trường hợp bằng nhau cạnh - góc - cạnh của hai tam giác, hãy giải thích vì sao hai tam giác vuông ABC và $A'B'C'$ bằng nhau.



Hình 4.45

Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

HĐ2 Hai tam giác vuông ABC (vuông tại đỉnh A) và $A'B'C'$ (vuông tại đỉnh A') có tương ứng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề với cạnh ấy bằng nhau: $AB = A'B'$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$ (H.4.46).



Hình 4.46

Dựa vào trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc của hai tam giác, hãy giải thích vì sao hai tam giác vuông ABC và $A'B'C'$ bằng nhau.

Nếu một cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

Luyện tập 1

Quay lại tình huống mở đầu, ta thấy mỗi chiếc cột với bóng của nó tạo thành hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông. Hai tam giác vuông này có một cặp cạnh góc vuông tương ứng bằng nhau và hai góc ở đỉnh chiếc cột của hai tam giác vuông này cũng bằng nhau. Vậy lí do mà bạn Tròn đưa ra có đúng không?

HĐ3 Hình 4.47 mô phỏng chiều dài và độ dốc của hai con dốc bởi các đoạn thẳng BC, $B'C'$ và các góc B, B'. Khi đó AC, $A'C'$ mô tả độ cao của hai con dốc.

Hình 4.47

a) Dựa vào trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc của hai tam giác, hãy giải thích vì sao hai tam giác vuông ABC và $A'B'C'$ bằng nhau.

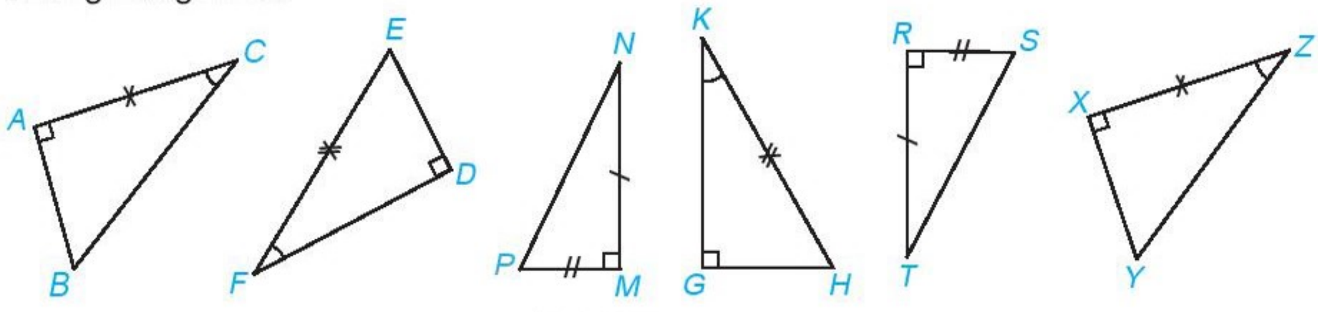
b) So sánh độ cao của hai con dốc.

Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

Chẳng hạn trong Hình 4.47, ΔABC vuông tại đỉnh A và $\Delta A'B'C'$ vuông tại đỉnh A' có:

$BC = B'C'$; $\widehat{B} = \widehat{B'}$. Khi đó $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ (cạnh huyền - góc nhọn).

? Trong Hình 4.48, hãy tìm các cặp tam giác vuông bằng nhau và giải thích vì sao chúng bằng nhau.

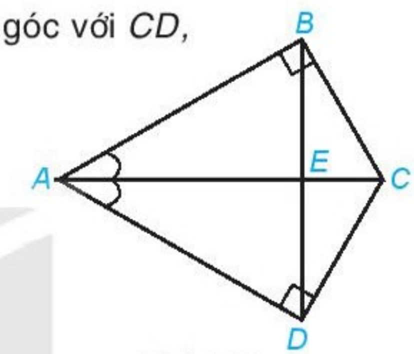


Hình 4.48

Ví dụ 1

Cho Hình 4.49. Biết rằng AB vuông góc với BC, AD vuông góc với CD, AC cắt BD tại E và $\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$. Chứng minh rằng:

a) $\Delta BAC = \Delta DAC$; b) AC vuông góc với BD tại E.



Hình 4.49

GT	AC cắt BD tại E. $AB \perp BC$, $AD \perp CD$, $\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$.
KL	a) $\Delta BAC = \Delta DAC$; b) $AC \perp BD$ tại E.

Giải. a) Hai tam giác vuông BAC (vuông tại B) và DAC (vuông tại D) có:

AC là cạnh chung;

$\widehat{BAC} = \widehat{DAC}$ (theo giả thiết).

Vậy $\Delta BAC = \Delta DAC$ (cạnh huyền - góc nhọn).

b) Hai tam giác BAE và DAE có:

AE là cạnh chung;

$\widehat{BAE} = \widehat{BAC} = \widehat{DAC} = \widehat{DAE}$ (theo giả thiết);

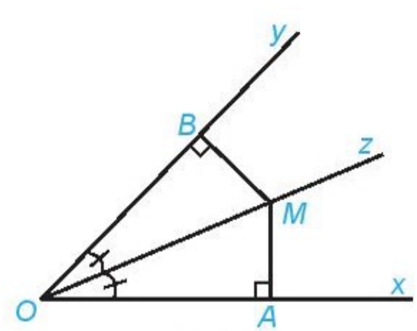
$AB = AD$ (vì $\Delta BAC = \Delta DAC$).

Vậy $\Delta BAE = \Delta DAE$ (c.g.c), suy ra $\widehat{BEA} = \widehat{DEA}$ (hai góc tương ứng).

Mà $\widehat{BEA} + \widehat{DEA} = 180°$ nên $\widehat{BEA} = \widehat{DEA} = 90°$. Vậy AC vuông góc với BD tại E.

Luyện tập 2

Cho Oz là tia phân giác của góc xOy. Lấy điểm M trên tia Oz và hai điểm A, B lần lượt trên các tia Ox, Oy sao cho MA vuông góc với Ox, MB vuông góc với Oy (H.4.50). Chứng minh rằng $MA = MB$.



Hình 4.50

Ta có thể xét hai tam giác vuông OMA và OMB.

2 TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU ĐẶC BIỆT CỦA TAM GIÁC VUÔNG

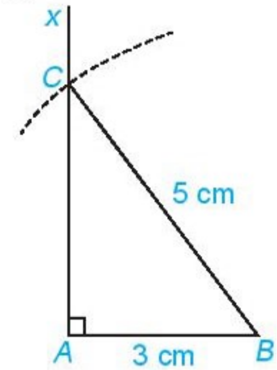
Tìm hiểu trường hợp bằng nhau đặc biệt của tam giác vuông

HĐ4 Vẽ tam giác vuông ABC có $\widehat{A} = 90°$, $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm theo các bước sau:

- Dùng thước thẳng có vạch chia vẽ đoạn thẳng $AB = 3$ cm.
- Vẽ tia Ax vuông góc với AB và cung tròn tâm B bán kính 5 cm như Hình 4.51.

Cung tròn cắt tia Ax tại điểm C.

- Vẽ đoạn thẳng BC ta được tam giác ABC.



Hình 4.51

HĐ5 Tương tự, vẽ thêm tam giác $A'B'C'$ có $\widehat{A'} = 90°$, $A'B' = 3$ cm, $B'C' = 5$ cm.

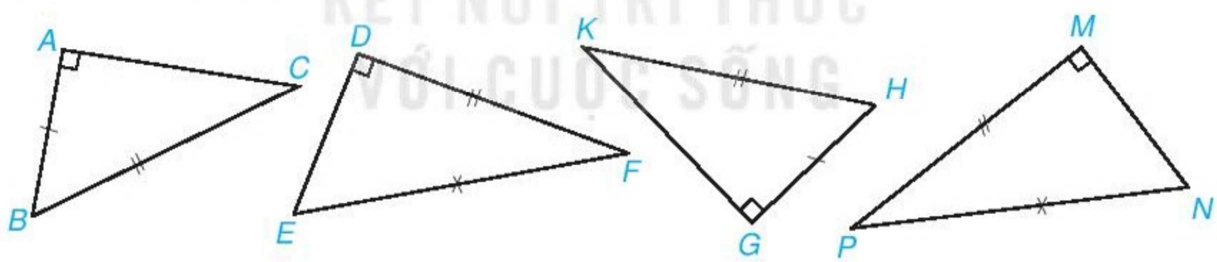
a) Dùng thước thẳng có vạch chia hoặc compa kiểm tra xem AC có bằng $A'C'$ không.

b) Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có bằng nhau không?

Ta thừa nhận định lí sau:

> Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

? Hãy chỉ ra các cặp tam giác vuông bằng nhau dưới đây.



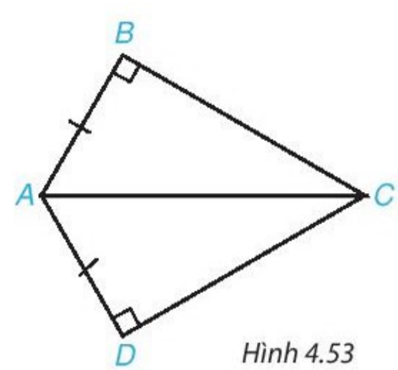
Hình 4.52

Ví dụ 2

Cho tam giác ABC vuông tại đỉnh B và tam giác ADC vuông tại đỉnh D. Biết rằng $AB = AD$, hãy chứng minh $\Delta ABC = \Delta ADC$.

Giải (H.4.53)

GT	ΔABC, $\widehat{B} = 90°$, ΔADC, $\widehat{D} = 90°$, $AB = AD$.
KL	$\Delta ABC = \Delta ADC$.



Hình 4.53

Hai tam giác vuông ABC (vuông tại B) và ADC (vuông tại D) có:

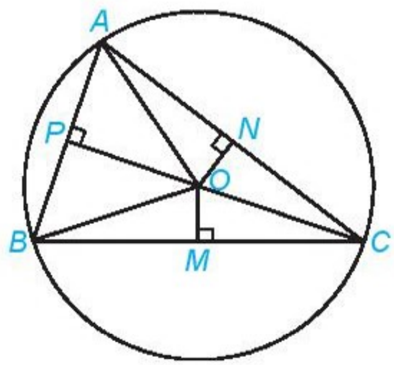
$AB = AD$ (theo giả thiết);

AC là cạnh chung.

Vậy $\Delta ABC = \Delta ADC$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông).

Luyện tập 3

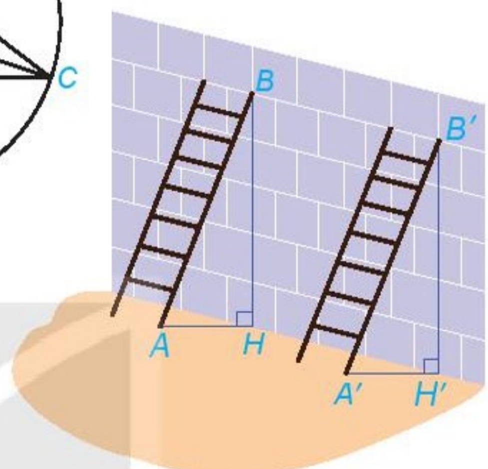
Cho ba điểm A, B, C nằm trên đường tròn tâm O và các điểm M, N, P như Hình 4.54. Hãy chỉ ra ba cặp tam giác vuông bằng nhau trong hình.



Hình 4.54

Thử thách nhỏ

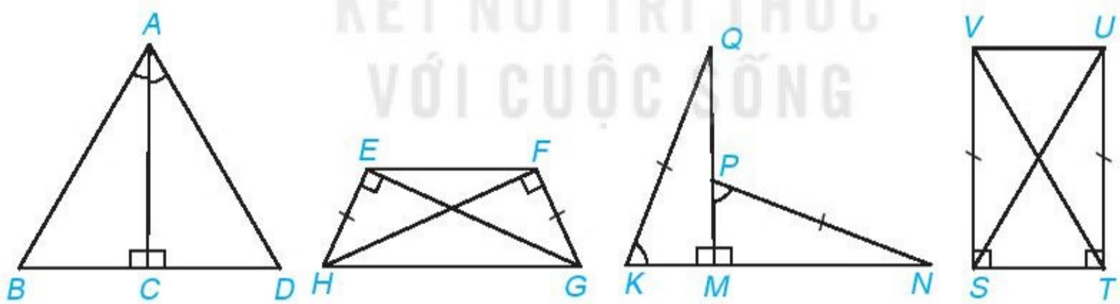
Có hai chiếc thang dài như nhau được dựa vào một bức tường với cùng độ cao $BH = B'H'$ như Hình 4.55. Các góc BAH và $B'A'H'$ có bằng nhau không? Vì sao?



Hình 4.55

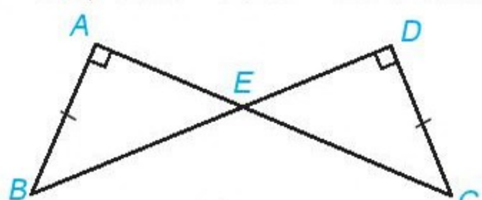
BÀI TẬP

4.20. Mỗi hình sau có các cặp tam giác vuông nào bằng nhau? Vì sao?



a) b) c) d)

4.21. Cho Hình 4.56, biết $AB = CD$, $\widehat{BAC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$. Chứng minh rằng $\Delta ABE = \Delta DCE$.



Hình 4.56

4.22. Cho hình chữ nhật $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC.

Chứng minh rằng $\Delta ABM = \Delta DCM$.

Bài 16 TAM GIÁC CÂN. ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Tam giác cân • Đường trung trực	• Nhận biết tam giác cân, giải thích tính chất của tam giác cân. • Nhận biết khái niệm đường trung trực của một đoạn thẳng và các tính chất cơ bản của đường trung trực. • Vẽ đường trung trực của một đoạn thẳng bằng dụng cụ học tập.

Kiến trúc sư vẽ bản thiết kế ngôi nhà hình tam giác theo tỉ lệ 1 : 100. Biết rằng ngôi nhà cao 5 m, bề ngang mặt sàn rộng 4 m và hai mái nghiêng như nhau. Theo em, trên bản thiết kế làm thế nào để xác định được chính xác điểm C thể hiện đỉnh ngôi nhà?

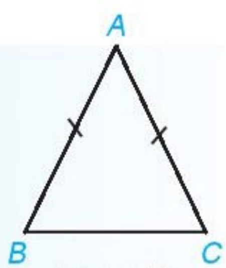
Hình 4.57

1 TAM GIÁC CÂN VÀ TÍNH CHẤT

Tam giác cân

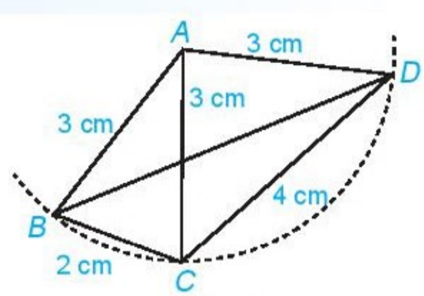
Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

Trong Hình 4.58, tam giác cân ABC ($AB = AC$) được gọi là cân tại đỉnh A, hai cạnh AB và AC là hai cạnh bên, BC là cạnh đáy, $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ là hai góc ở đáy, $\widehat{A}$ là góc ở đỉnh.



Hình 4.58

? Hãy nêu tên tất cả các tam giác cân trong Hình 4.59. Với mỗi tam giác cân đó, hãy nêu tên cạnh bên, cạnh đáy, góc ở đỉnh, góc ở đáy của chúng.



Hình 4.59

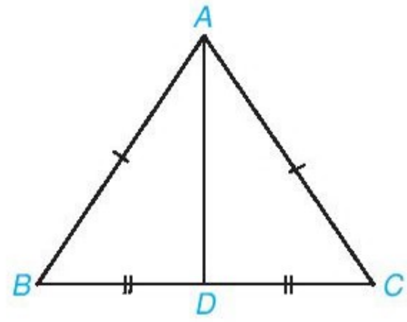
Tính chất của tam giác cân

HĐ1 Quan sát tam giác ABC cân tại A như Hình 4.60.

Lấy D là trung điểm của đoạn thẳng BC.

a) Chứng minh rằng $\Delta ABD = \Delta ACD$ theo trường hợp cạnh - cạnh - cạnh.

b) Hai góc B và C của tam giác ABC có bằng nhau không?



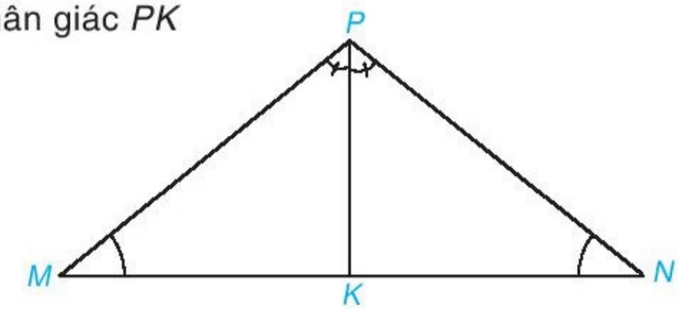
Hình 4.60

HĐ2 Cho tam giác MNP có $\widehat{M} = \widehat{N}$. Vẽ tia phân giác PK của góc MPN ($K \in MN$).

Chứng minh rằng:

a) $\widehat{MKP} = \widehat{NKP}$; b) $\Delta MPK = \Delta NPK$;

c) Tam giác MNP có cân tại P không?



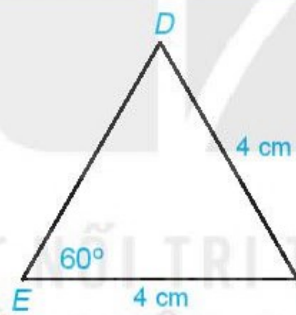
Hình 4.61

Qua HĐ1 và HĐ2 ta có tính chất sau:

Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau. Ngược lại, một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

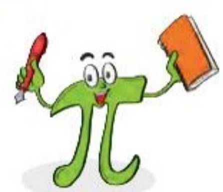
Luyện tập 1

Tính số đo các góc và cạnh chưa biết của tam giác DEF trong Hình 4.62.



Hình 4.62

Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.



Nhận xét. Tam giác DEF có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau. Đó là một *tam giác đều*.

Thử thách nhỏ

Một tam giác có gì đặc biệt nếu thoả mãn một trong các điều kiện sau:

a) Tam giác có ba góc bằng nhau?

b) Tam giác cân có một góc bằng 60°?

2 ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

Đường trung trực của đoạn thẳng

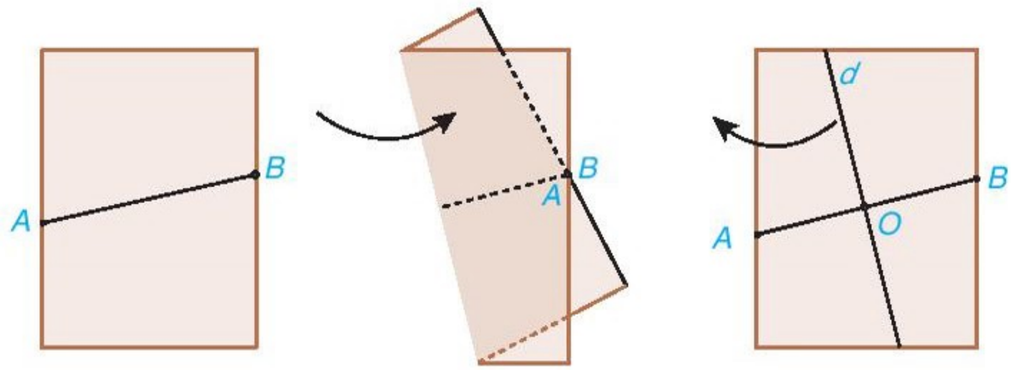
HĐ3 Đánh dấu hai điểm A và B nằm trên hai mép tờ giấy A4, nối A và B để được đoạn thẳng AB.

Gấp mảnh giấy lại như Hình 4.63 sao cho vị trí các điểm A và B trùng nhau.

Mở mảnh giấy ra, kẻ một đường thẳng d theo nếp gấp.

a) Gọi O là giao điểm của đường thẳng d và AB. O có là trung điểm của đoạn thẳng AB không?

b) Dùng thước đo góc, kiểm tra đường thẳng d có vuông góc với AB không?

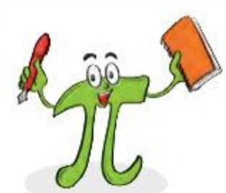


Hình 4.63

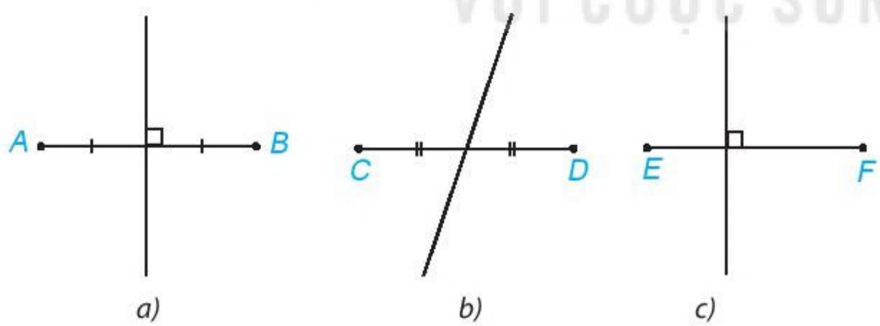
Đường thẳng d trong HĐ3 được gọi là *đường trung trực* của đoạn thẳng AB.
Ta có định nghĩa sau:

> Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là **đường trung trực** của đoạn thẳng đó.

> Đường trung trực của một đoạn thẳng cũng là trục đối xứng của đoạn thẳng đó.



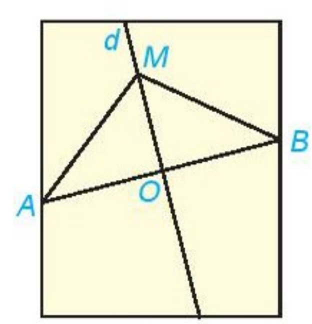
? Trong Hình 4.64, bạn Lan vẽ đường trung trực của các đoạn thẳng. Theo em, hình nào Lan vẽ đúng?



Hình 4.64

Tính chất của đường trung trực

HĐ4 Trên mảnh giấy trong HĐ3, lấy điểm M bất kì trên đường thẳng d. Dùng thước thẳng có vạch chia kiểm tra xem AM có bằng BM không (H.4.65).



Hình 4.65

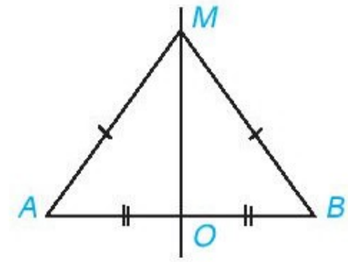
Từ HĐ4, ta có tính chất sau về đường trung trực của một đoạn thẳng:

Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.

Ví dụ Cho đoạn thẳng AB và điểm M không thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = MB$. Chứng minh rằng M thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB.

Giải (H.4.66)

GT	$M \notin AB$, $MA = MB$.
KL	M thuộc trung trực của đoạn thẳng AB.



Hình 4.66

Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng AB.
Hai tam giác OMA và OMB có:

$OA = OB$ (do O là trung điểm của đoạn thẳng AB);

$MA = MB$ (theo giả thiết);

OM là cạnh chung.

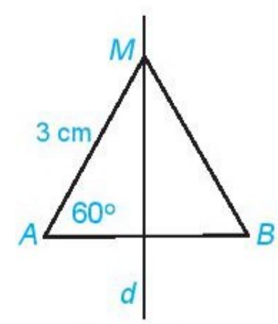
Vậy $\Delta OMA = \Delta OMB$ (c.c.c). Suy ra $\widehat{AOM} = \widehat{BOM}$ (hai góc tương ứng).

Mặt khác, vì $\widehat{AOM} + \widehat{BOM} = 180^\circ$ nên $\widehat{AOM} = \widehat{BOM} = 90^\circ$. Vậy MO vuông góc với AB, hay MO là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

Nhận xét. Trong Ví dụ, nếu $M \in AB$ thì M là trung điểm của AB và do đó M cũng thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB. Ta thấy đường trung trực của đoạn thẳng AB là tập hợp tất cả các điểm cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.

Luyện tập 2

Cho M là một điểm nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB. Biết $AM = 3$ cm và $\widehat{MAB} = 60^\circ$ (H.4.67). Tính BM và số đo góc MBA.

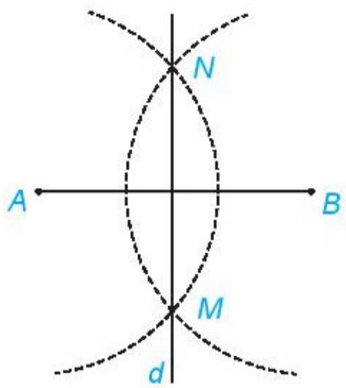


Hình 4.67

Thực hành

Sử dụng thước thẳng và compa để vẽ đường trung trực của đoạn thẳng AB như sau:

- Vẽ đoạn thẳng AB;
- Lấy A làm tâm, vẽ cung tròn (bán kính lớn hơn $\frac{AB}{2}$), sau đó lấy B làm tâm, vẽ cung tròn có cùng bán kính, sao cho hai cung tròn này cắt nhau tại hai điểm M và N;
- Dùng thước thẳng vẽ đường thẳng MN. Khi đó MN là đường trung trực của đoạn thẳng AB (H.4.68).

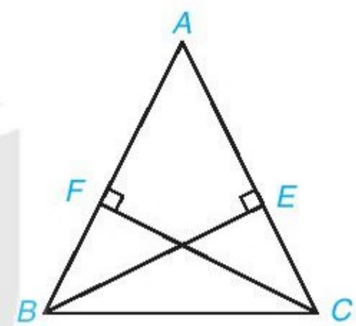


Hình 4.68

Cách trên cũng dùng để vẽ trung điểm của một đoạn thẳng. Giao điểm của *MN* và *AB* là trung điểm của đoạn thẳng *AB*.

BÀI TẬP

4.23. Cho tam giác *ABC* cân tại *A* và các điểm *E*, *F* lần lượt nằm trên các cạnh *AC*, *AB* sao cho *BE* vuông góc với *AC*, *CF* vuông góc với *AB* (H.4.69). Chứng minh rằng *BE* = *CF*.



Hình 4.69

4.24. Cho tam giác *ABC* cân tại *A* và *M* là trung điểm của đoạn thẳng *BC*. Chứng minh *AM* vuông góc với *BC* và *AM* là tia phân giác của góc *BAC*.

4.25. Cho tam giác *ABC* và *M* là trung điểm của đoạn thẳng *BC*.

a) Giả sử *AM* vuông góc với *BC*. Chứng minh rằng tam giác *ABC* cân tại *A*.

b) Giả sử *AM* là tia phân giác của góc *BAC*. Chứng minh rằng tam giác *ABC* cân tại *A*.

4.26. Tam giác vuông có hai cạnh bằng nhau được gọi là *tam giác vuông cân*.

Hãy giải thích các khẳng định sau:

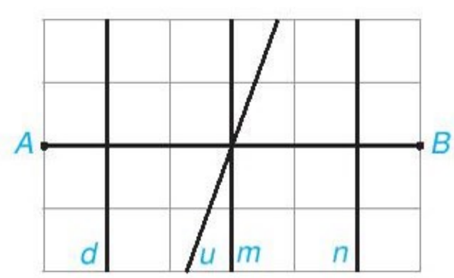
a) Tam giác vuông cân thì cân tại đỉnh góc vuông;

b) Tam giác vuông cân có hai góc nhọn bằng 45°;

c) Tam giác vuông có một góc nhọn bằng 45° là tam giác vuông cân.

4.27. Trong Hình 4.70, đường thẳng nào là đường trung trực của đoạn thẳng *AB*?

4.28. Cho tam giác *ABC* cân tại *A* có đường cao *AD*. Chứng minh rằng đường thẳng *AD* là đường trung trực của đoạn thẳng *BC*.



Hình 4.70

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

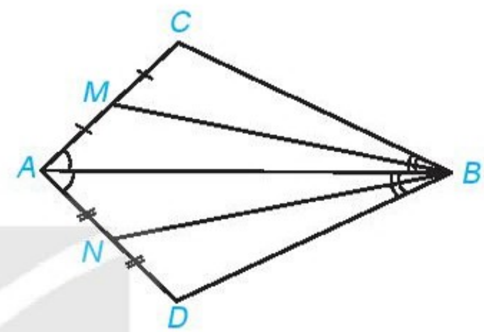
Cho Hình 4.71, biết $\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$, $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$.

Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng *AC*, *AD*. Chứng minh rằng:

a) $\Delta ABC = \Delta ABD$; b) $\Delta BCM = \Delta BDN$.

Giải

GT	$\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$, $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$, $M \in AC, MA = MC$; $N \in AD, NA = ND$.
KL	$\Delta ABC = \Delta ABD$, $\Delta BCM = \Delta BDN$.



Hình 4.71

a) Hai tam giác *ABC* và *ABD* có:

$\widehat{ABC} = \widehat{ABD}$ (theo giả thiết),

AB là cạnh chung,

$\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$ (theo giả thiết).

Vậy $\Delta ABC = \Delta ABD$ (g.c.g).

b) Vì $\Delta ABC = \Delta ABD$ (theo chứng minh trên) nên $BC = BD$, $AC = AD$ và $\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$.

Do *M*, *N* lần lượt thuộc *CA*, *DA* nên $\widehat{BCM} = \widehat{BCA}$, $\widehat{BDN} = \widehat{BDA}$.

Vì vậy $\widehat{BCM} = \widehat{BCA} = \widehat{BDA} = \widehat{BDN}$.

Mặt khác, vì *M* và *N* lần lượt là trung điểm của *AC* và *AD* nên $CM = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{AD}{2} = DN$.

Vậy hai tam giác *BCM* và *BDN* có:

$BC = BD$, $\widehat{BCM} = \widehat{BDN}$, $CM = DN$ (theo chứng minh trên).

Do đó $\Delta BCM = \Delta BDN$ (c.g.c).

Ví dụ 2

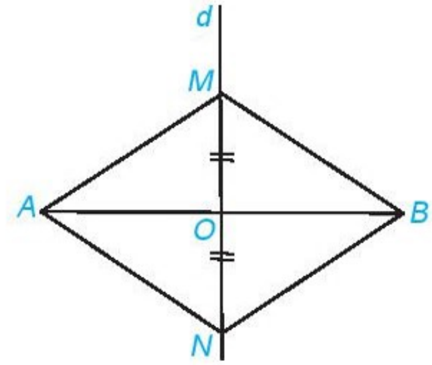
Cho *d* là đường trung trực của đoạn thẳng *AB* và *O* là giao điểm của *d* với *AB*. Cho *M* và *N* là hai điểm phân biệt nằm trên *d* sao cho $OM = ON$. Chứng minh rằng:

a) $\Delta MAO = \Delta MBO$;

b) $\widehat{MAN} = \widehat{MBN}$;

c) Tam giác *AMN* cân tại *A*.

Giải (H.4.72)



Hình 4.72

GT	d là đường trung trực của AB, d cắt AB tại O, $M, N \in d$: M khác N, $OM = ON$.
KL	a) $\Delta MAO = \Delta MBO$; b) $\widehat{MAN} = \widehat{MBN}$; c) ΔAMN cân tại A.

Vì d là đường trung trực của đoạn thẳng AB nên d vuông góc với AB tại O.

a) Xét hai tam giác vuông MAO và MBO. Ta có:

OM là cạnh chung; $AM = BM$ (vì M thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB).

Do đó $\Delta MAO = \Delta MBO$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông).

b) Xét hai tam giác MAN và MBN. Ta có:

$MA = MB$ (vì M thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB);

$NA = NB$ (vì N thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB);

MN là cạnh chung.

Vậy $\Delta MAN = \Delta MBN$ (c.c.c).

Do đó $\widehat{MAN} = \widehat{MBN}$ (hai góc tương ứng).

c) Xét hai tam giác vuông AOM và AON. Ta có:

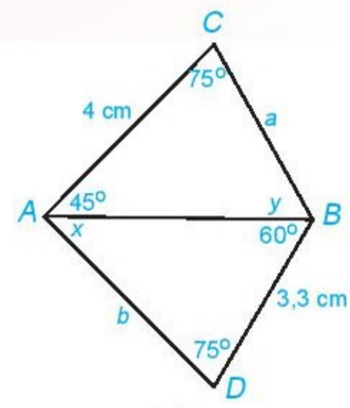
$OM = ON$ (theo giả thiết); OA là cạnh chung.

Do đó $\Delta AOM = \Delta AON$ (hai cạnh góc vuông).

Vậy $AM = AN$ (hai cạnh tương ứng). Từ đó suy ra tam giác AMN cân tại A.

BÀI TẬP

4.29. Cho Hình 4.73. Hãy tìm số đo x, y của các góc và độ dài a, b của các đoạn thẳng trên hình vẽ.



Hình 4.73

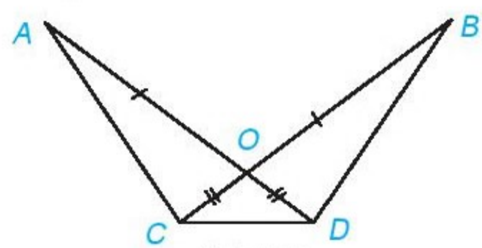
4.30. Cho góc xOy. Trên tia Ox lấy hai điểm A, M; trên tia Oy lấy hai điểm B, N sao cho $OA = OB$, $OM = ON$, $OA > OM$.

Chứng minh rằng:

a) $\Delta OAN = \Delta OBM$; b) $\Delta AMN = \Delta BNM$.

4.31. Cho Hình 4.74, biết $OA = OB$, $OC = OD$. Chứng minh rằng:

a) $AC = BD$; b) $\Delta ACD = \Delta BDC$.

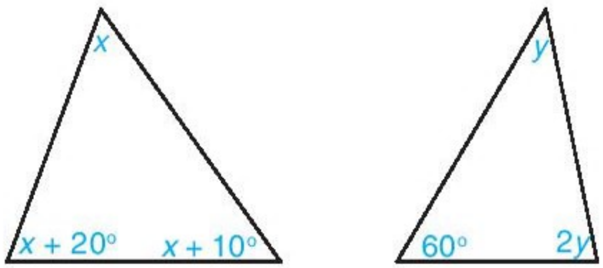


Hình 4.74

4.32. Cho tam giác MBC vuông tại M có $\widehat{B} = 60^\circ$. Gọi A là điểm nằm trên tia đối của tia MB sao cho $MA = MB$. Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác đều.

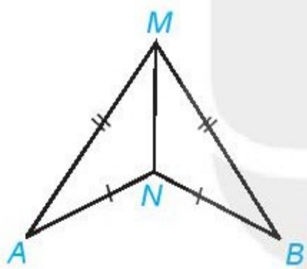
BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

4.33. Tính các số đo x, y trong các tam giác dưới đây (H.4.75).



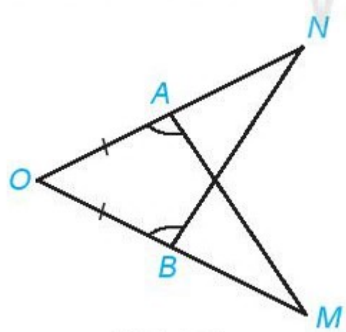
Hình 4.75

4.34. Trong Hình 4.76, có $AM = BM$, $AN = BN$. Chứng minh rằng $\widehat{MAN} = \widehat{MBN}$.



Hình 4.76

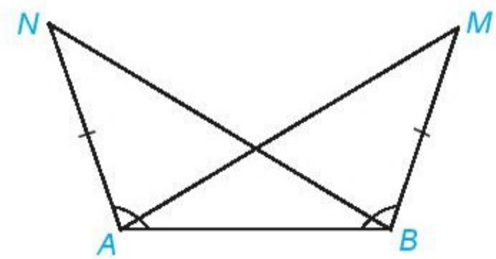
4.35. Trong Hình 4.77, có $AO = BO$, $\widehat{OAM} = \widehat{OBN}$. Chứng minh rằng $AM = BN$.



Hình 4.77

4.36. Trong Hình 4.78, có $AN = BM$, $\widehat{BAN} = \widehat{ABM}$.

Chứng minh rằng $\widehat{BAM} = \widehat{ABN}$.



Hình 4.78

4.37. Cho M, N là hai điểm phân biệt nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB sao cho $AM = AN$. Chứng minh rằng $MB = NB$ và góc AMB bằng góc ANB.

4.38. Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 120^\circ$. Trên cạnh BC lấy hai điểm M, N sao cho MA, NA lần lượt vuông góc với AB, AC. Chứng minh rằng:

a) $\Delta BAM = \Delta CAN$;

b) Các tam giác ANB, AMC lần lượt cân tại N, M.

4.39. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 60^\circ$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $\widehat{CAM} = 30^\circ$. Chứng minh rằng:

a) Tam giác CAM cân tại M;

b) Tam giác BAM là tam giác đều;

c) M là trung điểm của đoạn thẳng BC.

Chương V THU THẬP VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

THỐNG KÊ

"Không có dữ liệu, chúng ta như người mù và điếc đứng giữa xa lộ".

Geoffrey Moore

Bài 17 THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Thu thập dữ liệu • Tính đại diện của dữ liệu	• Thu thập dữ liệu bằng phỏng vấn, bảng hỏi. • Phân loại dữ liệu. • Nhận biết tính đại diện của dữ liệu.

Để nâng cao chất lượng các chương trình truyền hình dành cho thanh thiếu niên, đài truyền hình cần biết đánh giá cũng như sở thích của người xem về các chương trình của đài.

Em có thể giúp đài truyền hình thu thập những thông tin này không?

1 THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

HĐ1 Em hãy giúp đài truyền hình thu thập dữ liệu bằng cách phỏng vấn các bạn trong tổ, sử dụng ba câu hỏi sau:

(1) Trung bình mỗi ngày bạn dành bao nhiêu giờ để xem ti vi?

(2) Các chương trình ti vi bạn xem là gì?

(3) Bạn có cho rằng các chương trình ti vi hiện nay rất hấp dẫn không? Chọn một trong các ý kiến sau:

Rất đồng ý, Đồng ý, Không đồng ý, Rất không đồng ý.

HĐ2 Lập bảng thống kê cho ba dãy dữ liệu thu được.

HĐ3 Trong ba dãy dữ liệu thu được, dãy nào là dãy số liệu? Dãy nào không là dãy số liệu? Dãy nào có thể sắp xếp được theo thứ tự tăng, giảm?

Dữ liệu được phân loại theo sơ đồ sau:

Dữ liệu là số còn gọi là *dữ liệu định lượng*.
Dữ liệu không là số còn gọi là *dữ liệu định tính*.

Chú ý. Dữ liệu không là số có thể phân thành hai loại, loại không thể sắp thứ tự (chẳng hạn dữ liệu về tên các tỉnh: Nam Định, Thái Bình,...) và loại có thể sắp thứ tự (chẳng hạn dữ liệu về đánh giá chất lượng dịch vụ khách sạn với các mức Rất tốt, Tốt, Trung bình, Kém).

? Em hãy lấy một ví dụ về dữ liệu không là số, có thể sắp xếp theo thứ tự.

Ví dụ 1

Bình đã phỏng vấn các bạn trong lớp và thu được các dãy dữ liệu sau.

(1) Cân nặng (đơn vị kilôgam) của năm bạn trong lớp:

43; 41; 48; 45; 52.

(2) Tên một số tỉnh thuộc đồng bằng sông Hồng:

Nam Định, Thái Bình, Hưng Yên, Bắc Ninh.

(3) Đánh giá của bốn bạn học sinh về chất lượng bài giảng môn Toán:

Tốt, Xuất sắc, Khá Tốt, Trung bình.

Em hãy xác định mỗi dãy dữ liệu đó thuộc loại nào.

Giải

- Dãy dữ liệu (1) là dãy số liệu.
- Dãy dữ liệu (2) không phải là dãy số liệu, không thể sắp thứ tự.

- Dãy dữ liệu (3) không phải là dãy số liệu, có thể sắp xếp theo thứ tự từ mức cao nhất đến mức thấp nhất (*Xuất sắc, Tốt, Khá Tốt, Trung bình*) nên đây là dãy dữ liệu không là số, có thể sắp thứ tự.

Luyện tập 1 a) Em hãy đưa ra một số câu hỏi phỏng vấn để:

(1) Khảo sát ý kiến của các bạn trong lớp về vật nuôi yêu thích;

(2) Khảo sát thời gian (giờ) mà các bạn trong lớp dành cho hoạt động thể thao trong ngày.

b) Với mỗi dãy dữ liệu thu được, em hãy cho biết dữ liệu đó thuộc loại nào.

Tranh luận

Một số tuyến xe buýt ở Hà Nội mà bạn An đã đi là: 01; 02; 12; 15.

Em ủng hộ Vuông hay Tròn?

2 TÍNH ĐẠI DIỆN CỦA DỮ LIỆU

HĐ4 Vuông và Tròn muốn tìm hiểu về mức độ thường xuyên lên thư viện trường của các bạn học sinh trong trường nên đã lập phiếu như Hình 5.1 để tiến hành khảo sát.

Em hãy thảo luận nhóm và cho biết dữ liệu thu được trong mỗi cách làm của Vuông và Tròn có đại diện cho toàn bộ học sinh trong trường không.

Bạn có thường xuyên lên thư viện của trường không?
(Tích ✓ vào phương án bạn lựa chọn).

☐ *Rất thường xuyên* ☐ *Thường xuyên*
☐ *Thỉnh thoảng* ☐ *Không bao giờ*

Hình 5.1

Nhận xét

Để có thể đưa ra các kết luận hợp lí, dữ liệu thu được phải đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ đối tượng đang được quan tâm.

Chẳng hạn, khi đối tượng quan tâm là toàn thể học sinh thì không thể chỉ lấy ý kiến các bạn nam hoặc chỉ lấy ý kiến của các bạn trong câu lạc bộ Toán học,... mà phải lấy ý kiến của các học sinh được chọn một cách ngẫu nhiên.

Ví dụ 2 Một hãng hàng không muốn khảo sát ý kiến của khách hàng trên một chuyến bay để đánh giá mức độ hài lòng về chất lượng phục vụ trên chuyến bay đó.

a) Em hãy cho biết đối tượng mà hãng hàng không này cần lấy ý kiến.

b) Trong hai cách khảo sát sau, cách nào hợp lí hơn?

Cách 1. Lấy ý kiến của 20 hành khách ở khoang hạng thương gia.

Cách 2. Đánh số ngẫu nhiên 100 hành khách trên chuyến bay và xin ý kiến của những hành khách số 5; 10; 15; 20; ...; 100.

Hình 5.2. Sơ đồ máy bay

Giải

a) Hãng hàng không cần lấy ý kiến của tất cả các hành khách đi trên chuyến bay.

b) Theo cách 1, hành khách hạng phổ thông không được tham gia khảo sát nên dữ liệu thu thập chưa đảm bảo được tính đại diện. Khảo sát theo cách 2 hợp lí hơn.

Luyện tập 2 Em hãy cho biết cách khảo sát sau có đảm bảo được tính đại diện không.

Để đánh giá mức độ phù hợp của đề thi thử môn Toán, nhà trường đã cho các bạn trong câu lạc bộ Toán học làm bài và xem xét kết quả.

Ví dụ 3 Một công ty dược phẩm đã khảo sát hiệu quả sử dụng của một loại thuốc trị cảm cúm bằng cách cho 100 người bệnh ở độ tuổi từ 20 đến 30 sử dụng loại thuốc này. Kết quả cho thấy có 95 người đã khỏi bệnh sau ba ngày sử dụng thuốc.

Công ty đưa ra thông tin quảng cáo về sản phẩm như Hình 5.3.

Tỉ lệ người dùng khỏi bệnh sau ba ngày sử dụng thuốc đạt 95%.

Hình 5.3

Theo em, dựa vào khảo sát trên mà đưa ra kết luận như trong quảng cáo thì có hợp lí không? Vì sao?

Giải. Kết luận như trong quảng cáo là không hợp lí, vì đối tượng của khảo sát chỉ là những người trong độ tuổi từ 20 đến 30, không đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ người dùng (ở các độ tuổi khác nhau).

Tranh luận

Làm cách nào để thực hiện khảo sát thời gian sử dụng mạng Internet vào hai ngày cuối tuần của mỗi bạn học sinh trong trường?

Tớ sẽ chọn ngẫu nhiên một số bạn và gửi bảng hỏi đến bố mẹ của các bạn đó yêu cầu trả lời và gửi lại phiếu.

Còn tớ sẽ gửi phiếu hỏi đến các bạn trong câu lạc bộ Tin học của trường.

Theo em, cách làm của bạn nào hợp lí hơn?

BÀI TẬP

5.1. Với mỗi câu hỏi sau, hãy xác định xem dữ liệu thu được thuộc loại nào.

a) Bạn có cho rằng đọc sách là một thói quen tốt?

A. Rất đồng ý B. Đồng ý

C. Không đồng ý D. Rất không đồng ý

b) Ca sĩ Việt Nam nào bạn thích nhất?

5.2. Vuông đưa ra ý kiến về tay thuận của các học sinh trong trường như hình bên. Em hãy đưa ra phương án thu thập dữ liệu phù hợp để giúp Vuông kiểm tra ý kiến của mình nhé!

Đa phần học sinh trong trường thuận tay phải.

5.3. Vân muốn kiểm tra nhận định "Các bạn học sinh nam yêu thích các chương trình thể thao hơn các bạn nữ". Hãy lập bảng hỏi và thu thập dữ liệu để kiểm tra nhận định này.

5.4. Các dữ liệu thu thập được trong mỗi trường hợp sau có đảm bảo tính đại diện không?

a) Trong một khu dân cư có 5 000 hộ gia đình. Để xác định trung bình mỗi hộ gia đình có bao nhiêu ti vi, một nhóm nghiên cứu đã thu thập dữ liệu bằng cách đánh số các hộ gia đình từ 1 đến 5 000 và ghi lại số ti vi của những hộ gia đình có số thứ tự là 1; 11;...; 4 991.

b) Để đánh giá thể lực của học sinh toàn trường, giáo viên thể dục đã cho các bạn trong câu lạc bộ bóng đá của trường chạy cự li 1 000 m và ghi lại kết quả.

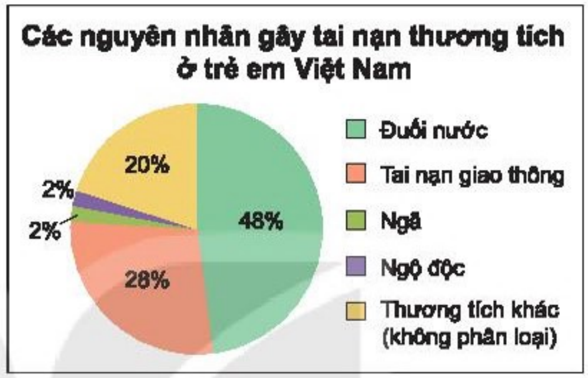
5.5. Bình phỏng vấn 50 bạn nam trong trường thấy có 30 bạn thích bóng đá. Bình kết luận rằng "Đa phần các học sinh thích bóng đá". Kết luận này có hợp lí không?

Bài 18 BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Biểu đồ hình quạt tròn	• Đọc và mô tả dữ liệu từ biểu đồ hình quạt tròn. • Biểu diễn dữ liệu vào biểu đồ hình quạt tròn (cho sẵn). • Nhận ra vấn đề hoặc quy luật đơn giản từ việc phân tích biểu đồ hình quạt tròn.

Để thấy được tỉ lệ gây ra tai nạn thương tích theo các nguyên nhân khác nhau ở Việt Nam, báo cáo tổng hợp về phòng chống tai nạn thương tích ở trẻ em đã sử dụng biểu đồ hình quạt tròn như Hình 5.4.

Chúng ta cùng tìm hiểu về loại biểu đồ này!



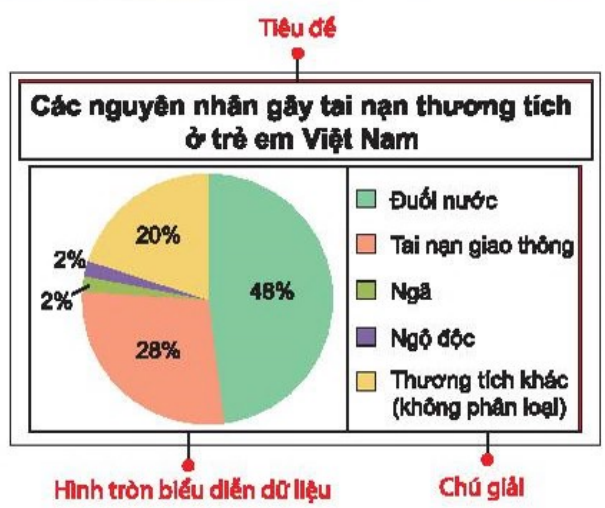
Hình 5.4. (Theo *Báo cáo tổng hợp về phòng chống tai nạn thương tích ở trẻ em,* Unicef và Bộ Lao động – Thương binh và Xã hội, 2014)

1 ĐỌC VÀ MÔ TẢ BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN

• Biểu đồ hình quạt tròn dùng để so sánh các phần trong toàn bộ dữ liệu.

• Trong biểu đồ hình quạt tròn, phần chính là hình tròn biểu diễn dữ liệu được chia thành nhiều hình quạt (được tô màu khác nhau). Mỗi hình quạt biểu diễn tỉ lệ của một phần so với toàn bộ dữ liệu. Cả hình tròn biểu diễn toàn bộ dữ liệu, tức là ứng với 100%.

Chẳng hạn, các thành phần của biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 5.4 được thể hiện như trong Hình 5.5. Phần hình tròn biểu diễn toàn bộ dữ liệu được chia thành 5 hình quạt, mỗi hình quạt biểu diễn tỉ lệ tai nạn thương tích do một nguyên nhân gây ra.



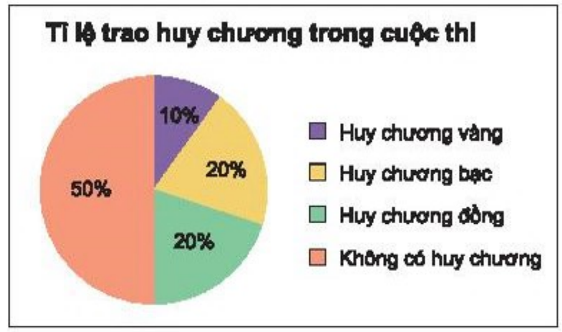
Hình 5.5. Các thành phần của biểu đồ hình quạt tròn

? Từ biểu đồ Hình 5.4, em hãy lập bảng thống kê tỉ lệ các nguyên nhân gây tai nạn thương tích ở trẻ em Việt Nam.

HĐ1 Biểu đồ Hình 5.6 cho biết tỉ lệ thí sinh được trao huy chương các loại trong một cuộc thi. Em hãy cho biết:

a) Hai loại huy chương nào có cùng tỉ lệ thí sinh được trao?

b) Số thí sinh không có huy chương chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm? Em có nhận xét gì về phần hình quạt biểu diễn tỉ lệ này?

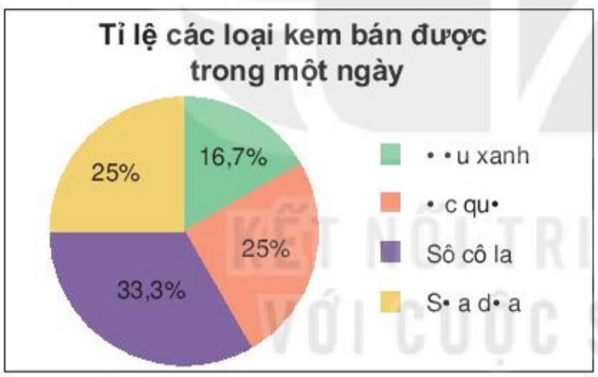


Hình 5.6

Nhận xét

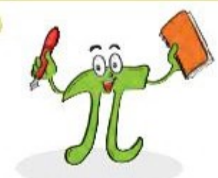
- Hai hình quạt giống nhau biểu diễn cùng một tỉ lệ.
- Phần hình quạt ứng với một nửa hình tròn biểu diễn tỉ lệ 50%.

Luyện tập 1 Biểu đồ Hình 5.7 cho biết tỉ lệ các loại kem bán được trong một ngày của một cửa hàng kem.



Hình 5.7

Phần hình quạt ứng với $\frac{1}{4}$ hình tròn biểu diễn tỉ lệ 25%.



a) Em hãy chỉ ra các thành phần của biểu đồ trên.

b) Trong biểu đồ trên, hình tròn được chia thành mấy hình quạt, mỗi hình quạt biểu diễn số liệu nào?

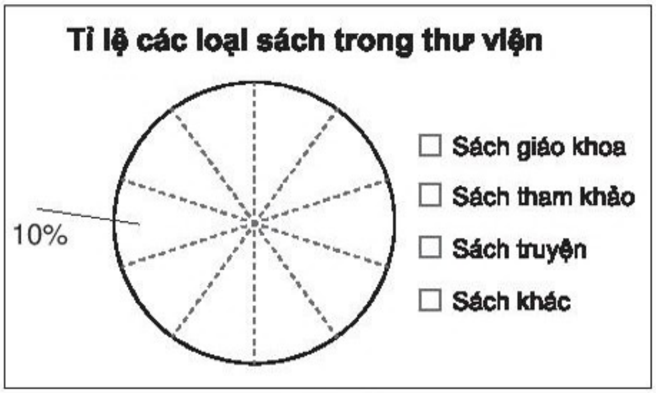
c) Em hãy lập bảng thống kê tỉ lệ các loại kem bán được trong một ngày của cửa hàng.

2 BIỂU DIỄN DỮ LIỆU VÀO BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN

Ví dụ 1 Bảng số liệu sau cho biết tỉ lệ các loại sách ở một thư viện trường học:

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Sách truyện	Sách khác
Tỉ lệ	40%	20%	30%	10%

Hãy hoàn thiện biểu đồ Hình 5.8 vào vở để biểu diễn bảng thống kê này.

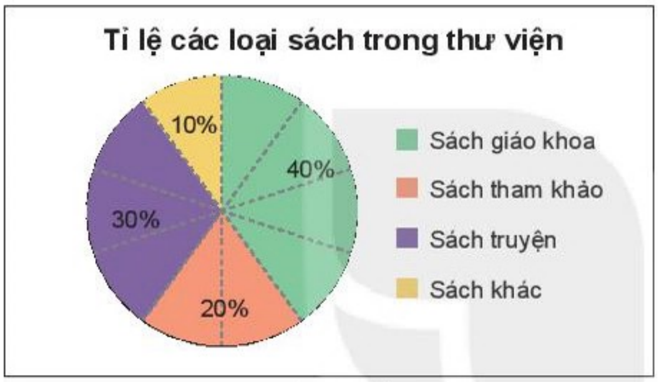


Hình 5.8

Hình tròn biểu diễn dữ liệu đã được chia sẵn thành các hình quạt, mỗi hình quạt ứng với 10%.

Giải

Biểu đồ đã hoàn thiện có dạng sau (H.5.9).



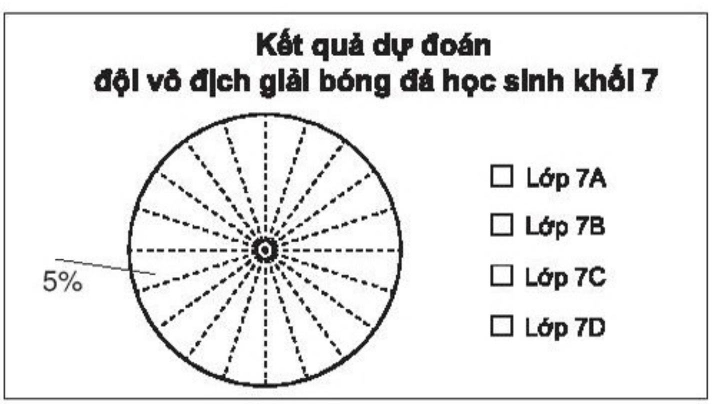
Hình 5.9

Sách giáo khoa chiếm 40% nên tớ tô màu bốn hình quạt chia sẵn để biểu diễn số liệu này.

Luyện tập 2 Bảng sau cho biết tỉ lệ các bạn trong trường dự đoán đội vô địch giải bóng đá học sinh khối 7.

Đội tuyển lớp	7A	7B	7C	7D
Tỉ lệ dự đoán	15%	30%	20%	35%

Hãy hoàn thiện biểu đồ Hình 5.10 vào vở để biểu diễn bảng thống kê này.



Hình 5.10

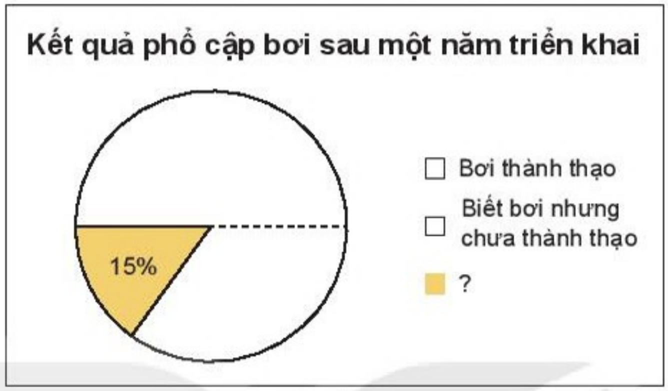
Hình tròn biểu diễn dữ liệu đã được chia sẵn thành các hình quạt, mỗi hình quạt ứng với 5%.

Ví dụ 2 Sau một năm thực hiện đề án phổ cập bơi, người ta tiến hành thu thập dữ liệu về kĩ năng bơi của học sinh tiểu học ở một huyện, được kết quả như sau:

Tình trạng	Bơi thành thạo	Biết bơi nhưng chưa thành thạo	Chưa biết bơi
Số học sinh	250	175	75

a) Tính tỉ lệ số học sinh mỗi loại trên tổng số học sinh tham gia khảo sát.

b) Hãy hoàn thiện biểu đồ hình quạt tròn sau vào vở để biểu diễn bảng thống kê này.



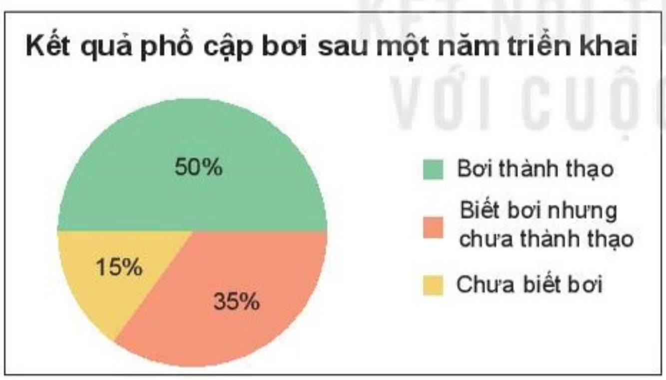
Hình 5.11

Giải

a) Tổng số học sinh tham gia khảo sát là: 250 + 175 + 75 = 500 (học sinh).

Tỉ lệ số học sinh bơi thành thạo, biết bơi nhưng chưa thành thạo và chưa biết bơi trên tổng số học sinh tương ứng là: $\frac{250}{500} = 50\%$; $\frac{175}{500} = 35\%$; $\frac{75}{500} = 15\%$.

b) Biểu đồ đã hoàn thiện có dạng sau:

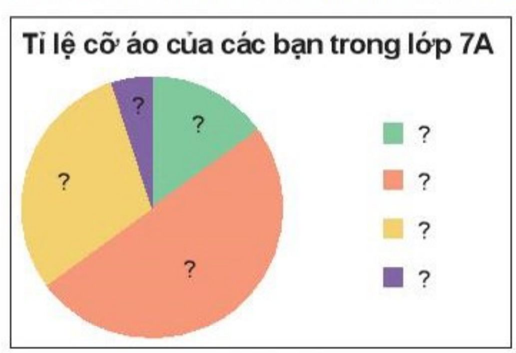


Hình 5.12

Luyện tập 3 Bảng số liệu sau cho biết tỉ lệ áo đồng phục theo kích cỡ của các bạn học sinh lớp 7A.

Cỡ áo	S	M	L	XL
Tỉ lệ	15%	50%	30%	5%

Hãy hoàn thiện biểu đồ Hình 5.13 vào vở để biểu diễn bảng thống kê này.



Hình 5.13

3 PHÂN TÍCH DỮ LIỆU TRONG BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN

Ví dụ 3 Cho biểu đồ Hình 5.14.

a) Em hãy lập bảng thống kê về mức độ ảnh hưởng (đơn vị %) của các yếu tố đến chiều cao của trẻ.

b) Ngoài yếu tố di truyền, ba yếu tố ảnh hưởng nhiều nhất đến chiều cao là gì? Ba yếu tố đó chiếm tổng cộng bao nhiêu phần trăm?

Hình 5.14. (Theo *suckhoedoisong.vn*)

Giải

a) Bảng thống kê:

Yếu tố	Vận động	Di truyền	Dinh dưỡng	Giấc ngủ và môi trường	Yếu tố khác
Mức độ ảnh hưởng (%)	20	23	32	16	9

b) Ngoài yếu tố di truyền, ba yếu tố ảnh hưởng nhiều nhất đến chiều cao là:

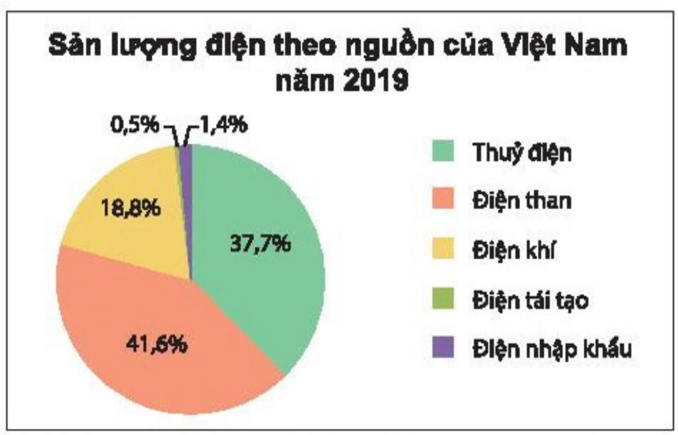
Dinh dưỡng: 32%; vận động: 20%; giấc ngủ và môi trường: 16%.

Tổng mức độ ảnh hưởng của ba yếu tố này là: 32% + 20% + 16% = 68%.

Luyện tập 4 Cho biểu đồ Hình 5.15.

a) Hãy liệt kê ba nguồn điện chủ yếu của Việt Nam năm 2019.

b) Biết sản lượng điện của Việt Nam năm 2019 là $240{,}1 \cdot 10^9$ kWh. Em hãy cho biết trong năm này Việt Nam đã nhập khẩu bao nhiêu kWh điện.

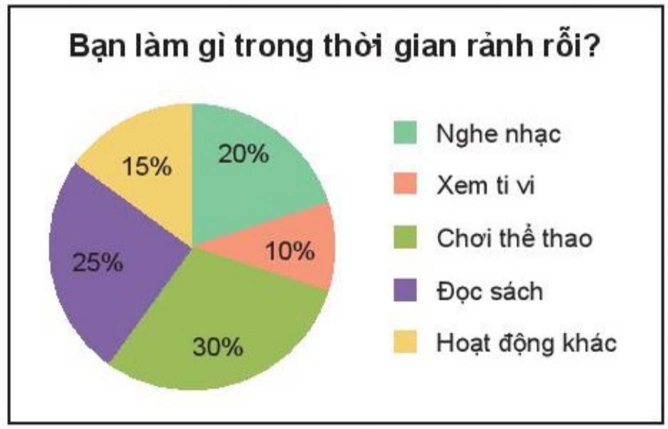


Hình 5.15. (Theo *Chương trình Hỗ trợ Năng lượng GIZ*)

Ví dụ 4 *Ứng dụng để dự đoán*

Biểu đồ Hình 5.16 cho biết các hoạt động của học sinh khối 7 tại một trường trung học trong thời gian rảnh rỗi.

Hãy dự đoán trong 200 học sinh khối 7 của trường đó có khoảng bao nhiêu bạn thích chơi thể thao trong thời gian rảnh rỗi.



Hình 5.16

Giải

Số học sinh khối 7 của trường thích chơi thể thao trong thời gian rảnh rỗi là khoảng:

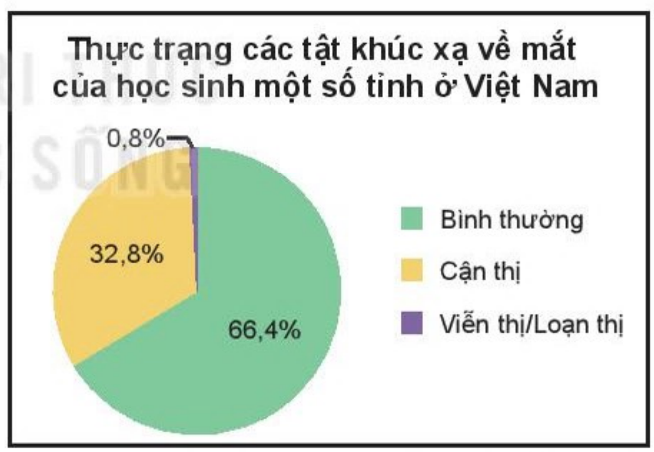
$$200 \cdot 30\% = 200 \cdot \frac{30}{100} = 60 \text{ (học sinh).}$$

Luyện tập 5

Dựa vào biểu đồ Hình 5.16, em hãy cho biết trong 200 học sinh khối 7 của trường đó có khoảng bao nhiêu bạn thích đọc sách hoặc nghe nhạc trong thời gian rảnh rỗi.

Tranh luận

Cho biểu đồ Hình 5.17.



Hình 5.17. (Theo *Tạp chí Y học dự phòng, số 4 năm 2020*)

Em đồng ý với ý kiến nào trong hai ý kiến trên?

BÀI TẬP

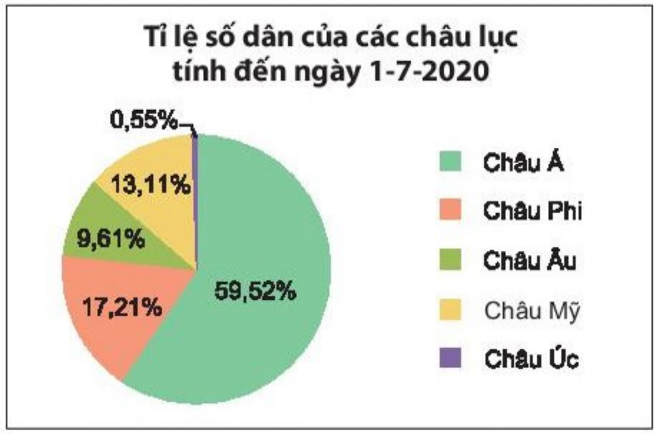
5.6. Cho biểu đồ Hình 5.18.

a) Cho biết các thành phần của biểu đồ này.

b) Hình tròn trong biểu đồ được chia thành mấy hình quạt? Mỗi hình quạt biểu diễn số liệu nào?

c) Châu lục nào có số dân đông nhất? Ít nhất?

d) Biết rằng năm 2020 tổng số dân của 5 châu lục là 7 773 triệu người. Tính số dân của mỗi châu lục.



Hình 5.18. (Theo *Báo cáo dân số năm 2020 của Liên Hợp Quốc*)

5.7. An khảo sát về thú nuôi được yêu thích của các bạn trong lớp và thu được kết quả như bảng sau:

Vật nuôi	Chó	Mèo	Chim	Cá
Số bạn yêu thích	10	20	7	3

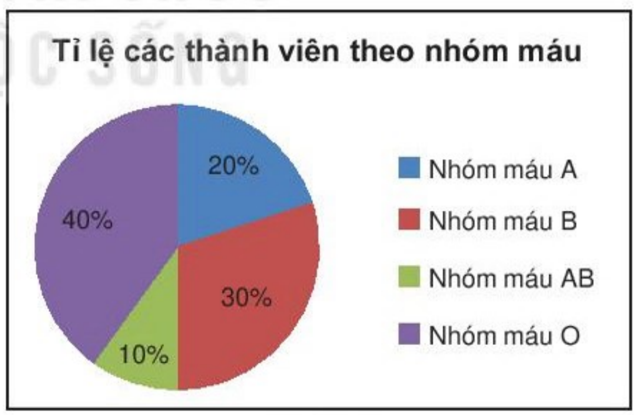
Hãy hoàn thiện biểu đồ Hình 5.19 vào vở để biểu diễn bảng thống kê trên.

Hình 5.19

5.8. Biểu đồ Hình 5.20 cho biết tỉ lệ thành viên theo nhóm máu của một đội hiến máu gồm 200 tình nguyện viên. Hỏi:

a) Có bao nhiêu người mang nhóm máu A, bao nhiêu người mang nhóm máu B?

b) Có bao nhiêu người mang nhóm máu A hoặc O?



Hình 5.20

5.9. Từ kết quả thu thập dữ liệu về kĩ năng bơi của học sinh tiểu học (H.5.12), em hãy ước lượng xem trong 800 học sinh tiểu học của một xã trong huyện đó, có bao nhiêu học sinh bơi thành thạo, bao nhiêu học sinh chưa biết bơi.

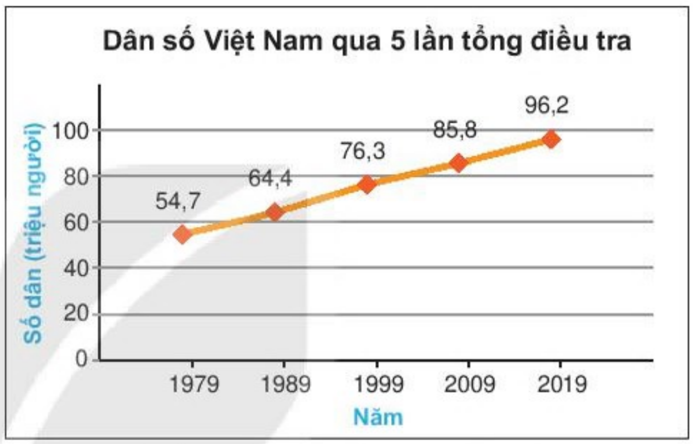
Bài 19 BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Biểu đồ đoạn thẳng	• Đọc và mô tả dữ liệu từ biểu đồ đoạn thẳng. • Vẽ biểu đồ đoạn thẳng. • Nhận ra vấn đề hoặc quy luật đơn giản từ việc phân tích biểu đồ đoạn thẳng.

Sự thay đổi dân số Việt Nam theo thời gian từ năm 1979 đến 2019, được biểu diễn bằng biểu đồ đoạn thẳng như Hình 5.21.

Qua biểu đồ đoạn thẳng, ta có thể thu nhận được những thông tin gì? Cách vẽ biểu đồ đó như thế nào?

Chúng ta cùng tìm hiểu loại biểu đồ này!



Hình 5.21. (Theo *Tổng cục Thống kê*)

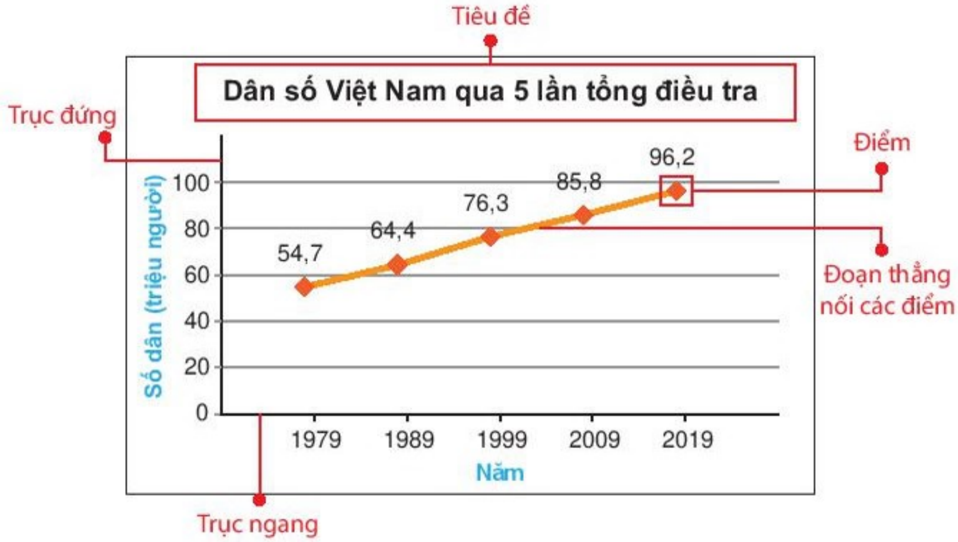
1 GIỚI THIỆU BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

Biểu đồ đoạn thẳng thường được dùng để biểu diễn sự thay đổi của một đại lượng theo thời gian. Các thành phần của biểu đồ đoạn thẳng gồm:

- Trục ngang biểu diễn thời gian;
- Trục đứng biểu diễn đại lượng ta đang quan tâm;
- Mỗi điểm biểu diễn giá trị của đại lượng tại một thời điểm. Hai điểm liên tiếp được nối với nhau bằng một đoạn thẳng.
- Tiêu đề của biểu đồ thường ở dòng trên cùng.

Có thể dùng biểu tượng khác như dấu chấm tròn, dấu nhân,... để biểu diễn các điểm.

Chẳng hạn, các thành phần của biểu đồ đoạn thẳng Hình 5.21 được biểu diễn như Hình 5.22.



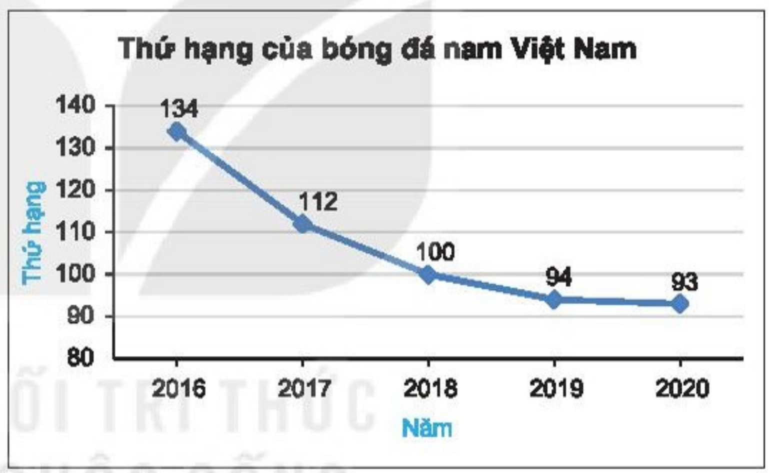
Hình 5.22. Các thành phần của biểu đồ đoạn thẳng

Trong biểu đồ trên, trục ngang biểu diễn thời gian (năm), trục đứng biểu diễn số dân (đơn vị triệu người), mỗi điểm biểu diễn số dân của Việt Nam tại năm tương ứng.

Luyện tập 1 Biểu đồ Hình 5.23 cho biết thứ hạng của bóng đá nam Việt Nam trên bảng xếp hạng của Liên đoàn Bóng đá thế giới (FIFA) trong các năm từ 2016 đến 2020.

a) Xác định tên biểu đồ, các trục, đơn vị trên các trục.

b) Em hãy cho biết mỗi điểm trên biểu đồ biểu diễn thông tin gì.



Hình 5.23. (Theo *fifa.com*)

2 ĐỌC VÀ PHÂN TÍCH DỮ LIỆU TRONG BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

Quan sát biểu đồ (H.5.21)

HĐ1 Em hãy thống kê số dân của Việt Nam từ năm 1979 đến năm 2019 bằng cách hoàn thành bảng sau:

Năm	1979	1989	1999	2009	2019
Số dân (triệu người)	54,7	?	76,3	?	?

HĐ2 Số dân của Việt Nam tăng hay giảm qua các năm từ 1979 đến 2019?

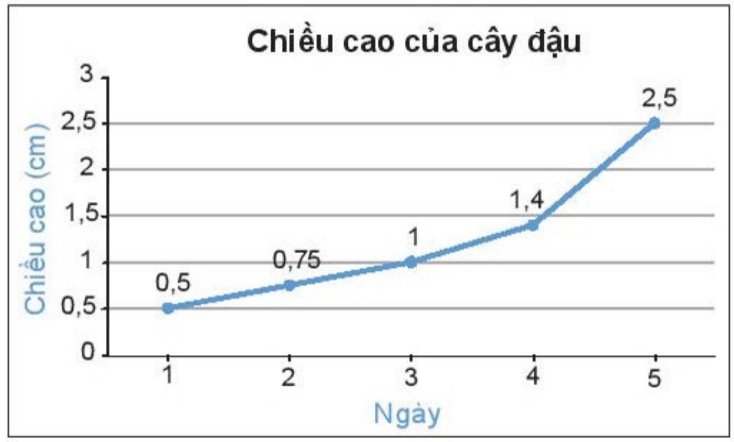
Nhận xét. Biểu đồ đoạn thẳng giúp ta dễ dàng nhận ra xu thế của đại lượng ta đang quan tâm theo thời gian.

Ví dụ 1

Cho biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn chiều cao của một cây đậu trong 5 ngày (H.5.24).

a) Từ biểu đồ, em hãy lập bảng thống kê về chiều cao của cây đậu qua từng ngày;

b) Theo em, ngày nào chiều cao của cây đậu tăng nhiều nhất so với các ngày còn lại?



Hình 5.24

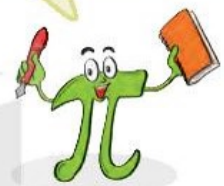
Giải

a) Bảng thống kê chiều cao của cây đậu:

Ngày	1	2	3	4	5
Chiều cao (cm)	0,5	0,75	1	1,4	2,5

Bảng 5.1

Độ dốc của biểu đồ đoạn thẳng cho biết tốc độ tăng của đại lượng được biểu diễn trong biểu đồ.



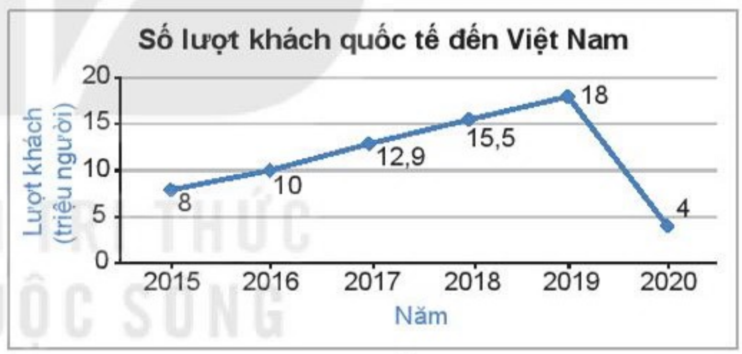
b) Ngày 5 chiều cao của cây đậu tăng nhiều nhất và tăng: 2,5 – 1,4 = 1,1 (cm).

Luyện tập 2

Biểu đồ Hình 5.25 cho biết số lượt khách quốc tế đến Việt Nam trong những năm gần đây.

a) Năm 2018 có bao nhiêu lượt khách quốc tế đến Việt Nam?

b) Từ năm 2015 đến năm 2019, số lượt khách quốc tế đến Việt Nam có xu hướng tăng hay giảm?



Hình 5.25. (Theo *Tổng cục Du lịch*)

c) Em có biết vì sao số lượt khách quốc tế đến Việt Nam trong năm 2020 lại giảm mạnh không?

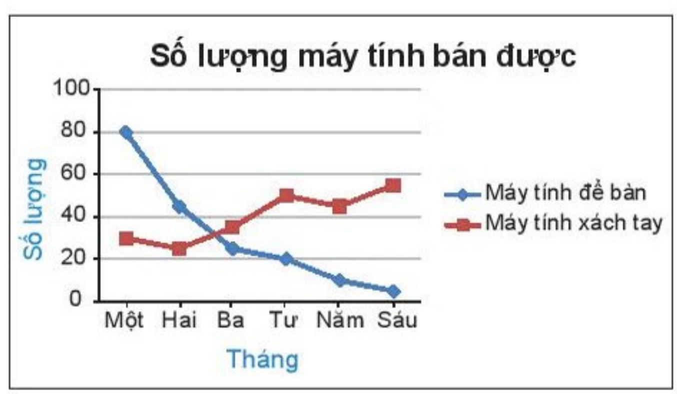
Ví dụ 2

Cho biểu đồ đoạn thẳng (H.5.26).

a) Biểu đồ này cho ta biết thông tin gì?

b) Trong tháng Sáu, cửa hàng bán được loại máy tính nào nhiều hơn?

c) Phân tích xu thế về số lượng máy tính mỗi loại mà cửa hàng bán được. Thời gian tiếp theo cửa hàng nên nhập nhiều loại máy tính nào?



Hình 5.26

Giải

a) Biểu đồ cho biết số lượng máy tính để bàn và máy tính xách tay một cửa hàng bán được trong 6 tháng đầu năm.

b) Trong tháng Sáu, cửa hàng bán được nhiều máy tính xách tay hơn.

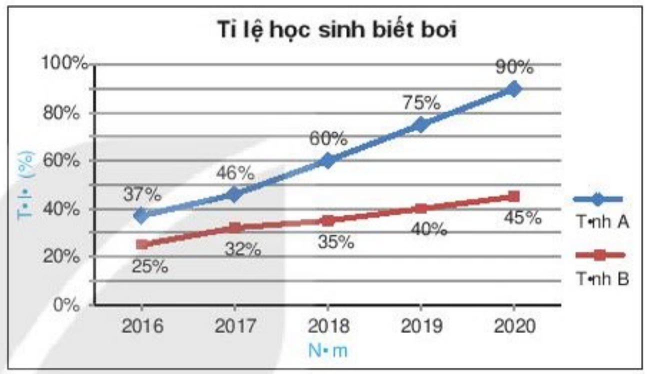
c) Trong hai tháng đầu, số lượng máy tính để bàn bán được nhiều hơn. Bốn tháng sau, số lượng máy tính để bàn bán được ngày càng giảm, trong khi số lượng máy tính xách tay bán được có xu hướng tăng. Vì thế, thời gian tới cửa hàng nên nhập nhiều máy tính xách tay.

Chú ý. Đôi khi người ta biểu diễn nhiều bộ số liệu trên cùng một biểu đồ để dễ so sánh (mỗi đường có chú giải ứng với một bộ số liệu) (H.5.26).

Luyện tập 3 Biểu đồ Hình 5.27 cho biết tỉ lệ học sinh biết bơi của hai tỉnh A, B trong các năm từ 2016 đến 2020.

Em có nhận xét gì về tỉ lệ học sinh biết bơi của hai tỉnh A và B từ năm 2016 đến 2020?

Trong giai đoạn này, tỉnh nào có tỉ lệ học sinh biết bơi tăng nhanh hơn?



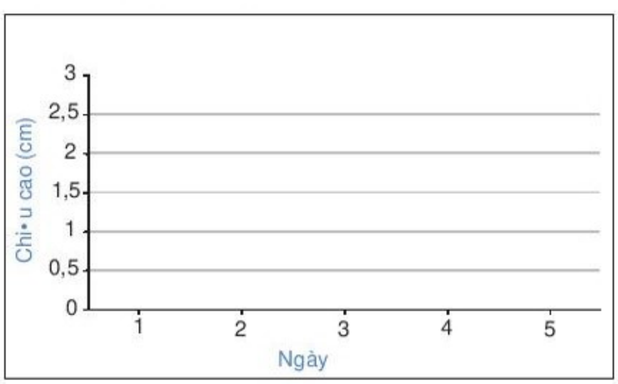
Hình 5.27

3 VẼ BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

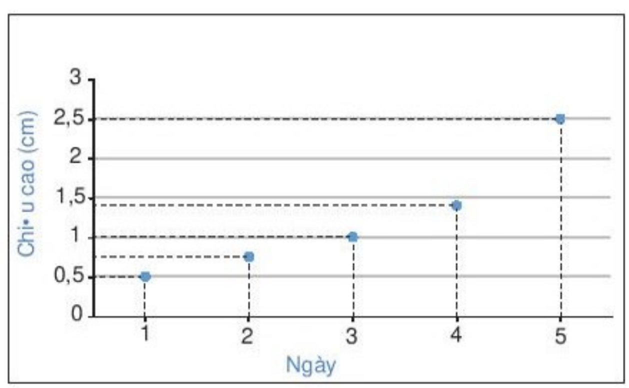
Thực hành Để vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số liệu về chiều cao cây đậu trong Bảng 5.1, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Vẽ trục ngang biểu diễn ngày, trục đứng biểu diễn chiều cao cây đậu. Do chiều cao lớn nhất là 2,5 cm và thấp nhất là 0,5 cm nên ở trục đứng ta chọn đơn vị là 0,5 và giá trị lớn nhất là 3 (H.5.28).

Bước 2. Với mỗi ngày trên trục ngang, chiều cao của cây đậu tại ngày đó được biểu diễn bởi một điểm (H.5.29).



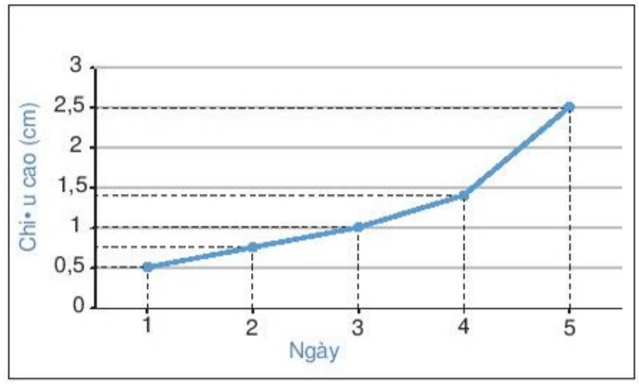
Hình 5.28



Hình 5.29

Bước 3. Nối các điểm liên tiếp với nhau bằng các đoạn thẳng (H.5.30).

Bước 4. Ghi chú thích cho các trục, điền giá trị tại các điểm (nếu cần) và đặt tên cho biểu đồ để hoàn thiện biểu đồ (H.5.24).



Hình 5.30

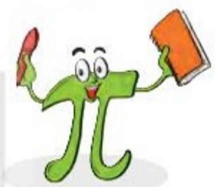
Luyện tập 4

Bảng thống kê sau đây cho biết thành tích của một vận động viên chạy cự li 1 500 m trong thời gian luyện tập từ tuần 1 đến tuần 7.

Tuần	1	2	3	4	5	6	7
Thành tích (phút)	8	8	8	7	6,5	6,5	6

Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng số liệu trên.

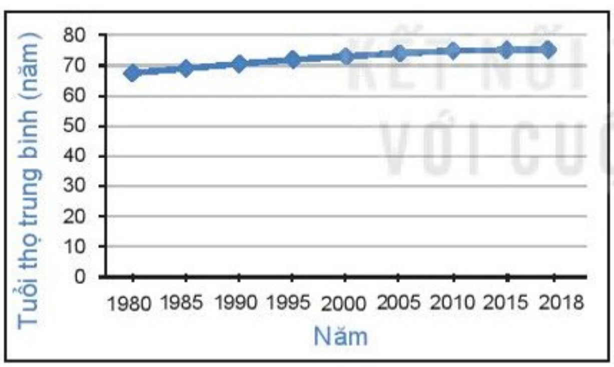
Em có thể sử dụng phần mềm Excel để vẽ biểu đồ đoạn thẳng.



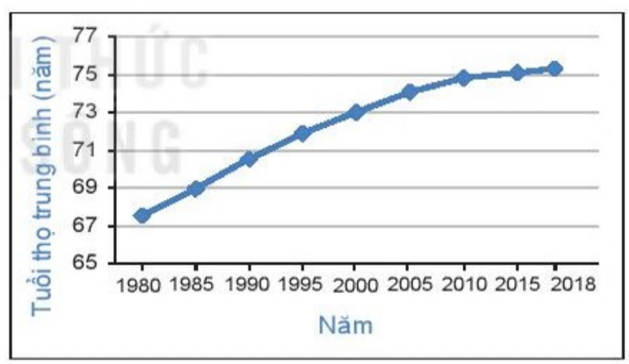
Thử thách nhỏ

Cho hai biểu đồ biểu diễn tuổi thọ trung bình của người Việt Nam qua các năm (H.5.31).

Biểu đồ C



Biểu đồ D



Hình 5.31. (Theo *Tổng cục Thống kê*)

Theo em, để thấy rõ hơn tuổi thọ trung bình của người Việt Nam ngày càng tăng, ta nên dùng biểu đồ nào?

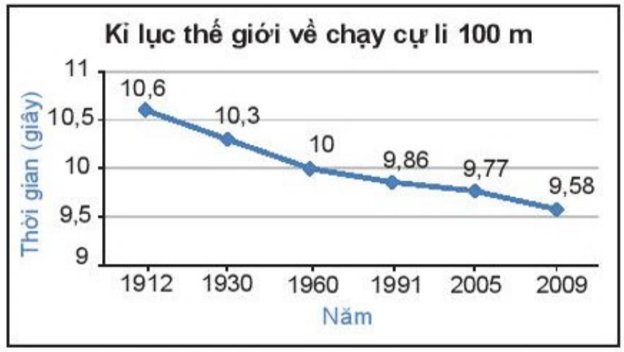
Nhận xét. Độ dốc của biểu đồ phụ thuộc vào việc chọn đơn vị của trục đứng. Khi số liệu lớn trong khi đơn vị độ dài của trục đứng nhỏ thì ta không nên vẽ trục đứng bắt đầu từ 0.

BÀI TẬP

5.10. Biểu đồ Hình 5.32 cho biết kỉ lục thế giới về thời gian chạy cự li 100 m trong các năm từ 1912 đến 2009.

a) Kỉ lục thế giới về chạy cự li 100 m đạt được ở năm 1991 là bao nhiêu giây?

b) Từ năm 1912 đến 2009, kỉ lục thế giới về chạy cự li 100 m đã giảm được bao nhiêu giây?



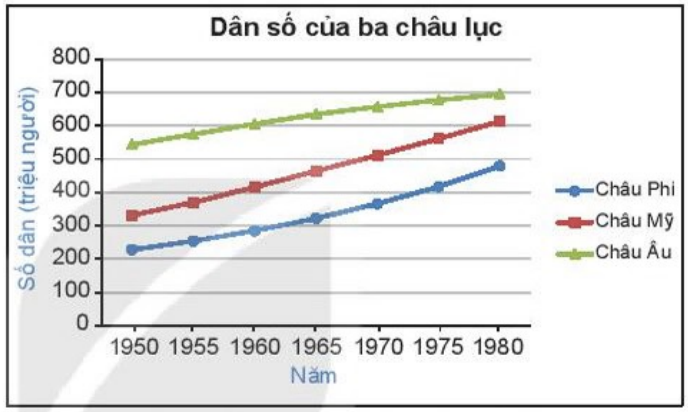
Hình 5.32. (Theo *topendsports.com*)

5.11. Biểu đồ Hình 5.33 cho biết số dân của ba châu lục gồm châu Phi, châu Mỹ và châu Âu trong một số năm.

a) Cho biết xu hướng tăng, giảm về số dân của mỗi châu lục theo thời gian.

b) Trong ba châu lục trên, châu lục nào có số dân cao nhất, thấp nhất trong các năm từ 1950 đến 1980?

c) Từ năm 1950 đến 1980, số dân của châu lục nào tăng chậm nhất?



Hình 5.33. (Theo *worldometers.info*)

5.12. Bảng sau cho biết nhiệt độ tại thủ đô Hà Nội vào một ngày mùa thu.

Thời điểm (giờ)	8	10	12	14	16	18	20
Nhiệt độ (^oC)	23	25	34	32	26	22	18

Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng thống kê trên.

5.13. Số trận thắng của một đội bóng trong 8 năm từ năm 2013 đến 2020 được cho như sau:

36 42 15 23 25 35 32 20.

a) Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn dãy số liệu trên.

b) Cho biết số trận thắng của đội bóng này trong các năm có xu hướng tăng hay giảm.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1 Chi muốn tìm hiểu về sự yêu thích bóng đá của các bạn trong trường nên đã lập phiếu hỏi như hình bên và phát cho 30 bạn nam trong trường để thu thập dữ liệu.

PHIẾU HỎI

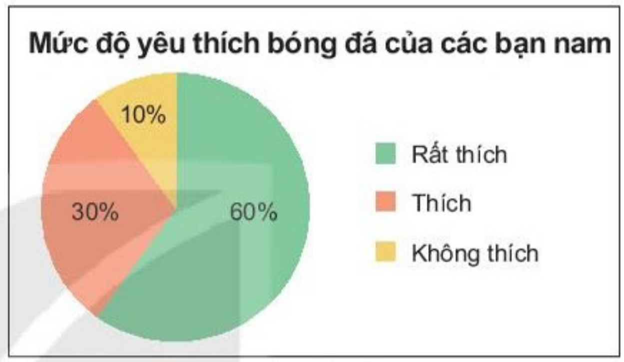
1. Bạn có yêu thích bóng đá không?
   A. Rất thích B. Thích C. Không thích
2. Mỗi tuần bạn dành mấy giờ để xem bóng đá hoặc đá bóng?
3. Cầu thủ yêu thích nhất của bạn là ai?

a) Dữ liệu thu được từ mỗi câu hỏi trên thuộc loại nào?

b) Biểu đồ Hình 5.34 cho biết tỉ lệ lựa chọn các phương án trong câu hỏi 1 của 30 học sinh tham gia khảo sát.

Em hãy cho biết mỗi phương án có bao nhiêu bạn lựa chọn.

c) Từ thông tin này, Chi kết luận rằng "Đa phần các bạn yêu thích bóng đá". Kết luận này có hợp lí không.



Hình 5.34

Giải

a) Dữ liệu thu được từ câu hỏi 1 không phải là số, có thể sắp thứ tự.

Dữ liệu thu được từ câu hỏi 2 là số (đơn vị giờ) nên là số liệu.

Dữ liệu thu được từ câu hỏi 3 là tên các cầu thủ nên dữ liệu này không phải là số, không thể sắp thứ tự.

b) Số bạn lựa chọn phương án A là: $\frac{60}{100} \cdot 30 = 18$ (bạn).

Số bạn lựa chọn phương án B là: $\frac{30}{100} \cdot 30 = 9$ (bạn).

Số bạn lựa chọn phương án C là: $\frac{10}{100} \cdot 30 = 3$ (bạn).

c) Vì Chi chỉ khảo sát trên các bạn nam trong trường mà lại kết luận chung cho tất cả các bạn nên kết luận này không hợp lí.

Ví dụ 2 Tỉ lệ tăng dân số Việt Nam trong một số năm gần đây được cho trong bảng sau:

Năm	1991	1995	1999	2003	2007	2011	2015	2019
Tỉ lệ (%)	1,86	1,65	1,51	1,17	1,09	1,24	1,12	1,15

(Theo *vietnam.opendevelopmentmekong.net*)

a) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng số liệu trên.

b) Tỉ lệ gia tăng dân số thấp nhất vào năm nào, là bao nhiêu?

c) Tỉ lệ gia tăng dân số của Việt Nam từ năm 1991 đến 2007 có xu hướng tăng hay giảm?

Giải

a) Biểu đồ được vẽ như Hình 5.35.

b) Năm 2007 là năm có tỉ lệ gia tăng dân số thấp nhất với 1,09%.

c) Từ năm 1991 đến 2007, tỉ lệ gia tăng dân số Việt Nam có xu hướng giảm.

Hình 5.35

BÀI TẬP

5.14. Xác định phương pháp thu thập dữ liệu trong mỗi trường hợp sau và cho biết mỗi dữ liệu thu được thuộc loại nào?

a) Mức độ thường xuyên tập thể dục buổi sáng của các bạn trong lớp (rất thường xuyên, thường xuyên, không thường xuyên).

b) Phương tiện giao thông các bạn trong lớp sử dụng để đến trường.

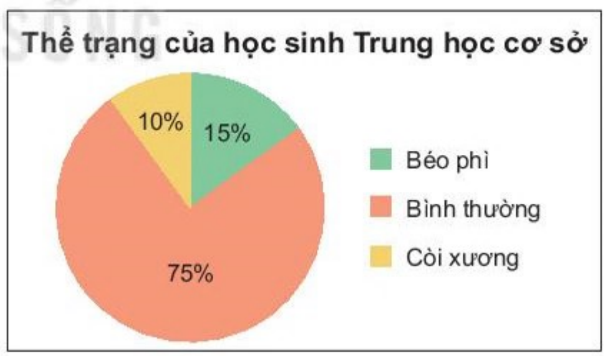
5.15. Các dữ liệu thu được trong mỗi trường hợp sau có đảm bảo tính đại diện không?

a) Để xác định sức bật cao của học sinh khối 7, giáo viên đã yêu cầu các bạn trong câu lạc bộ bóng rổ bật cao và ghi lại kết quả;

b) Để khảo sát ý kiến của học sinh về quy định mới, nhà trường đã chọn ngẫu nhiên một số học sinh khối 7 và phát phiếu khảo sát.

5.16. Biểu đồ Hình 5.36 được trích từ báo cáo tổng kết của một tỉnh về thể trạng học sinh Trung học cơ sở tại tỉnh này.

Một trường Trung học cơ sở của tỉnh có 1 500 học sinh. Em hãy ước lượng số học sinh béo phì của trường đó.



Hình 5.36

5.17. Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn nhiệt độ không khí trung bình tại Hà Nội trong 6 năm từ 2014 đến 2019.

Năm	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Nhiệt độ trung bình (°C)	24,6	25,3	25,2	25,1	25,1	25,9

(Theo *Tổng cục Thống kê*)

5.18. Một nhóm nghiên cứu đã khảo sát về mơ ước nghề nghiệp của các bạn học sinh khối 7 của một tỉnh và thu được kết quả như các biểu đồ Hình 5.37.

Hình 5.37a

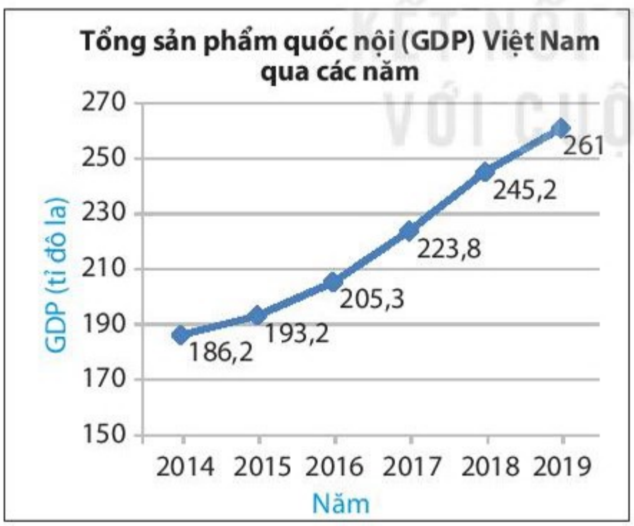
Hình 5.37b

a) Lập bảng thống kê về mơ ước nghề nghiệp của các bạn nam, nữ.

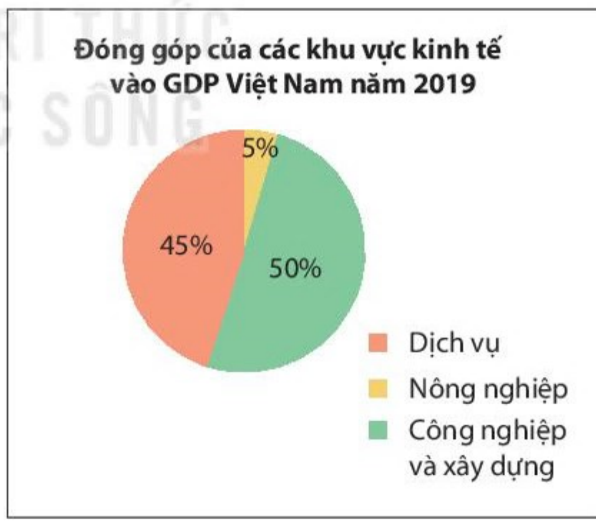
b) Liệt kê những nghề có tỉ lệ bạn nữ lựa chọn cao hơn các bạn nam.

c) Một trường Trung học của tỉnh này có 250 học sinh khối 7, gồm 130 bạn nam và 120 bạn nữ, hãy dự đoán số bạn có mơ ước trở thành giáo viên.

5.19. Cho hai biểu đồ sau:



Hình 5.38a. (Theo *Ngân hàng Thế giới*)

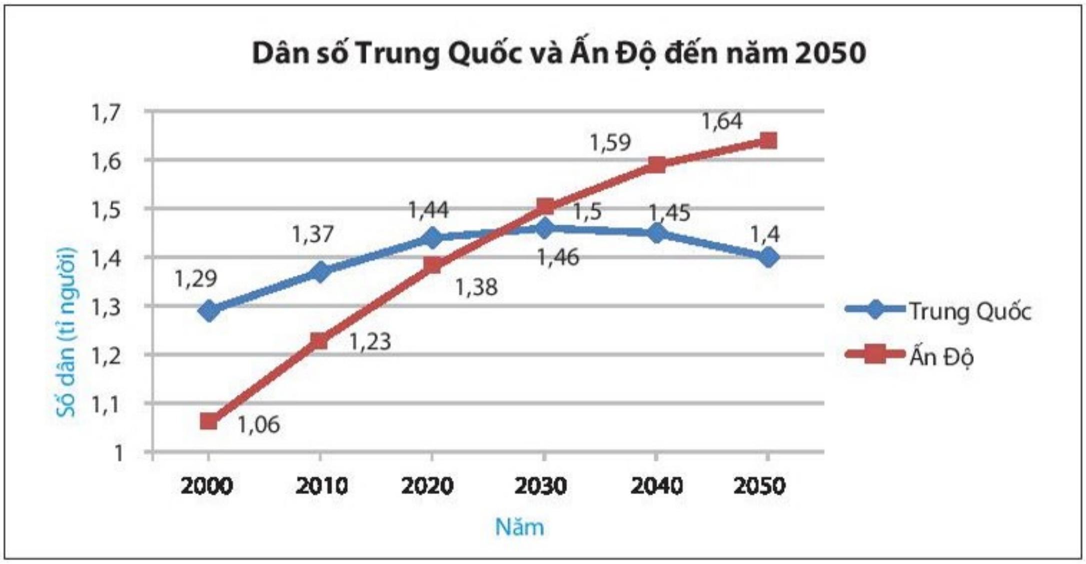


Hình 5.38b. (Theo *Cổng thông tin điện tử Bộ Tài chính*)

a) Mỗi biểu đồ trên cho biết những thông tin gì?

b) Cho biết năm 2019, GDP của Việt Nam là bao nhiêu tỉ đô la. Mỗi khu vực kinh tế đóng góp bao nhiêu tỉ đô la?

5.20. Biểu đồ đoạn thẳng Hình 5.40 cho biết số dân và dự báo quy mô dân số của Trung Quốc và Ấn Độ đến năm 2050.



Hình 5.40. (Theo *worldometers.info*)

Từ biểu đồ trên, em hãy dự đoán:

a) Năm 2020, số dân nước nào lớn hơn, tương ứng là khoảng bao nhiêu tỉ người?

b) Đến khoảng năm nào thì số dân hai nước bằng nhau?

c) Xác định xu thế tăng, giảm dân số của mỗi nước trong quá khứ và trong tương lai.

5.21. Để biểu diễn dữ liệu trong các tình huống sau, em sẽ chọn loại biểu đồ nào?

a) Tỉ lệ đóng góp vào GDP của các thành phần kinh tế ở Việt Nam;

b) Sự thay đổi của giá gạo xuất khẩu từ năm 2010 đến nay.

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM

VẼ HÌNH ĐƠN GIẢN VỚI PHẦN MỀM GEOGEBRA

Mục tiêu

Biết sử dụng phần mềm GeoGebra để vẽ:

- Hai đường thẳng song song
- Tia phân giác của một góc
- Đường trung trực của một đoạn thẳng
- Tam giác biết một số yếu tố về cạnh và góc

Em đã được học về tia phân giác của một góc, đường trung trực của đoạn thẳng, đường thẳng song song, các loại tam giác. Chúng ta đã biết cách vẽ các hình đó bằng thước kẻ và compa. Nếu dùng phần mềm GeoGebra thì ta sẽ vẽ như thế nào?

Chúng ta cùng thực hành nhé.

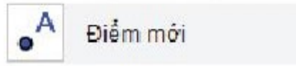
HĐ1 VẼ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Em thấy vẽ hai đường thẳng song song bằng bút và thước thẳng thật khó đúng không. Chúng ta sẽ sử dụng hộp công cụ đường thẳng trong GeoGebra để vẽ nhé.

Bước 1. Vẽ đường thẳng *f* đi qua hai điểm *A*, *B*:

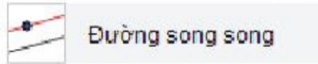
Chọn công cụ → Chọn Đường thẳng qua 2 điểm → Chọn điểm *A* → Chọn điểm *B*.

Bước 2. Vẽ điểm C nằm ngoài đường thẳng f:

Chọn công cụ  → Chọn 

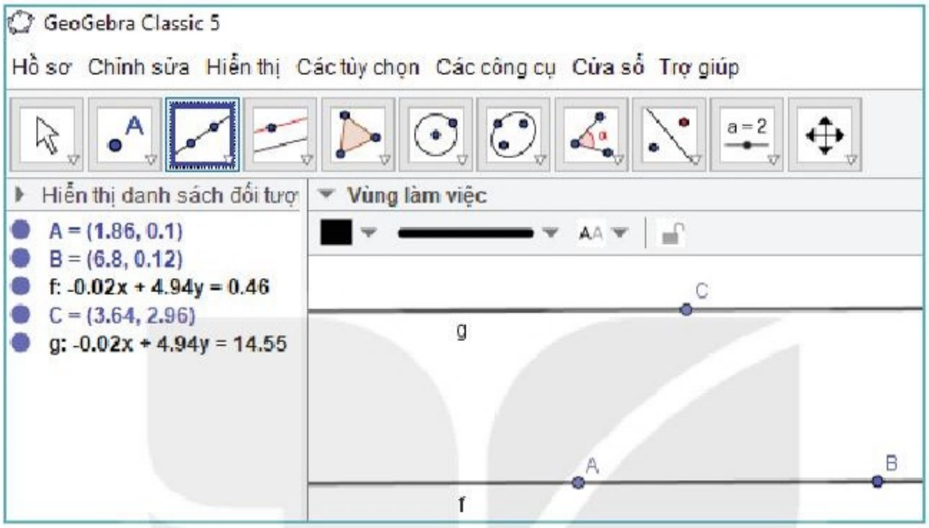
→ Chọn điểm C nằm ngoài đường thẳng f.

Bước 3. Vẽ đường thẳng g đi qua điểm C song song với đường thẳng f:

Chọn công cụ  → Chọn 

→ Nháy chuột vào điểm C → Nháy chuột vào đường thẳng f.

Ta được đường thẳng g đi qua điểm C song song với đường thẳng f như Hình T.1.



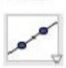
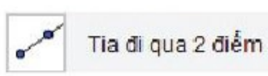
Hình T.1

Cùng suy luận. Sau khi thực hiện Bước 3, ta thấy có đúng một đường thẳng g được hiện ra. Điều này gợi cho em liên tưởng đến khẳng định nào?

HĐ2 VẼ TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC

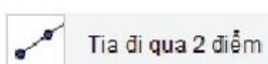
Các em vẽ tia phân giác của góc BAC theo các bước sau.

Bước 1. Vẽ tia AB

Chọn công cụ  → Chọn 

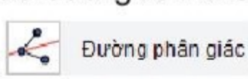
→ Chọn điểm A → Chọn điểm B.

Bước 2. Vẽ góc BAC

Chọn công cụ  → Chọn 

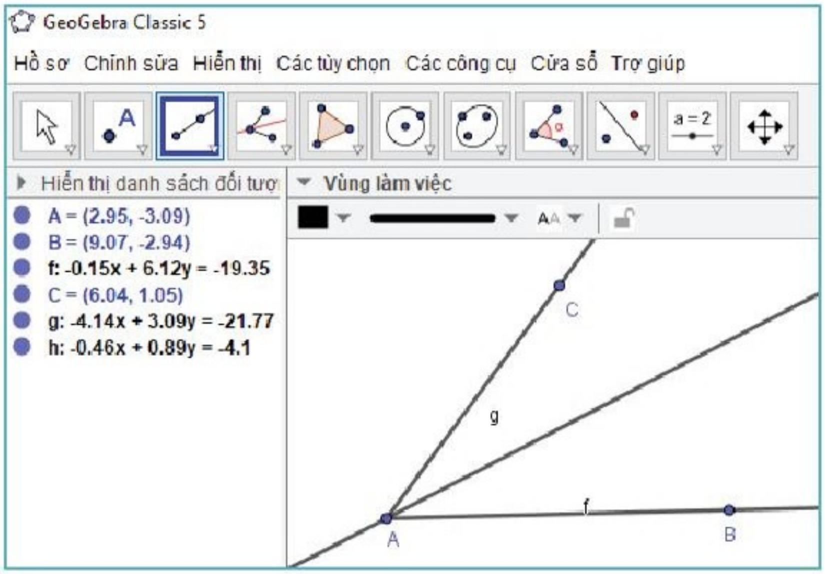
→ Nháy chuột vào điểm A → Chọn điểm C.

Bước 3. Vẽ đường phân giác của góc BAC

Chọn công cụ  → Chọn 

→ Nháy chuột lần lượt vào các điểm B, A, C.

Phần đường thẳng nằm trong góc BAC là tia phân giác của góc BAC như Hình T.2.



Hình T.2

HĐ3 VẼ ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

Các em vẽ đường trung trực của đoạn thẳng *AB* theo các bước sau.

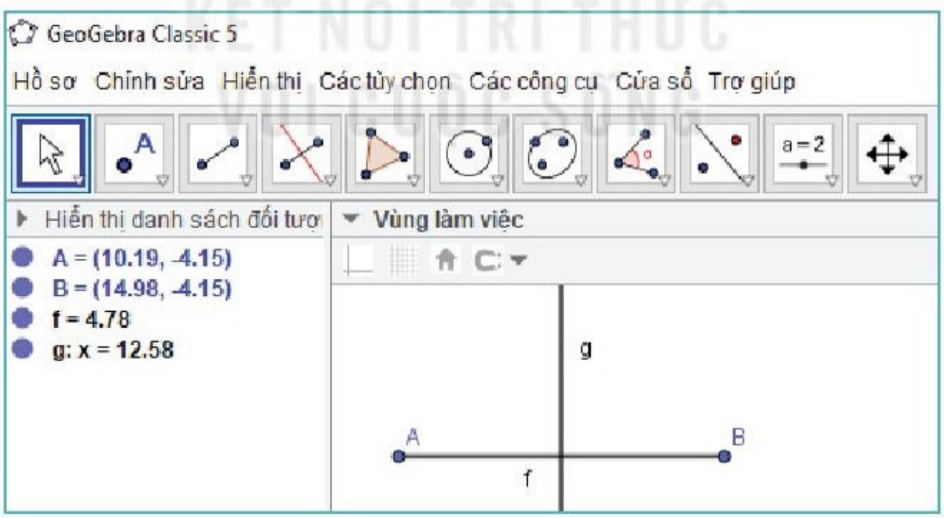
Bước 1. Vẽ đoạn thẳng *AB*

Chọn công cụ → Chọn Đoạn thẳng → Chọn điểm *A* → Chọn điểm *B*.

Bước 2. Vẽ đường trung trực của đoạn thẳng *AB*

Chọn công cụ → Chọn Đường trung trực → Nháy chuột vào đoạn thẳng *AB*.

Ta thu được đường trung trực *g* của đoạn thẳng *AB* như hình T.3.



Hình T.3

Cùng suy luận. Bạn Lan vẽ đường trung trực của đoạn thẳng *AB* theo các bước như sau:

Bước 1. Chọn công cụ → Chọn Đoạn thẳng → Chọn điểm *A* → Chọn điểm *B*.

Bước 2. Chọn công cụ → Chọn Trung điểm hoặc tâm → Nháy chuột vào đoạn thẳng *AB* (trung điểm của đoạn thẳng *AB* được kí hiệu là *C*).

Bước 3. Chọn công cụ → Chọn Đường vuông góc → Nháy chuột lần lượt vào điểm *C* và đoạn thẳng *AB*.

Đường thẳng *g* vẽ được có phải là đường trung trực của đoạn thẳng *AB* không?

HĐ4 VẼ TAM GIÁC BIẾT ĐỘ DÀI BA CẠNH

Các em vẽ tam giác *ABC* có *AB* = 4 cm, *BC* = 5 cm, *CA* = 6 cm theo các bước sau.

Bước 1. Vẽ hai điểm *A*, *B* sao cho *AB* = 4 cm.

Chọn công cụ → Chọn → Chọn điểm *A*, nhập bán kính bằng 4.

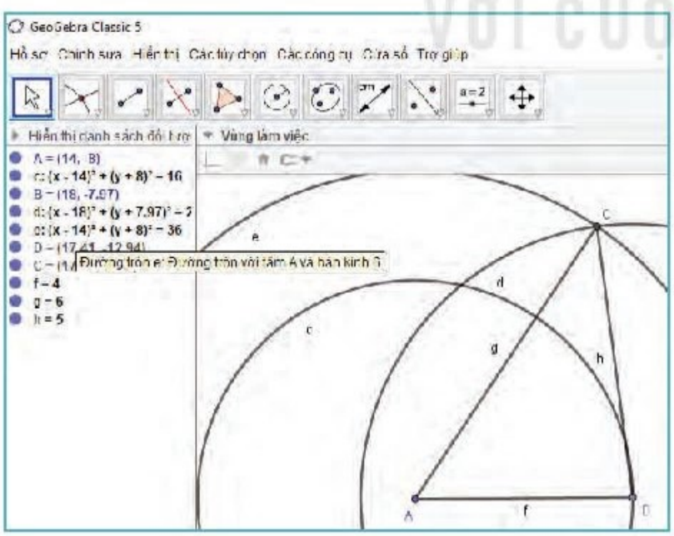
Chọn công cụ → Chọn Điểm mới → Chọn điểm *B* nằm trên đường tròn.

Bước 2. Chọn công cụ → Chọn → Nháy chuột vào điểm *B*, nhập bán kính bằng 5.

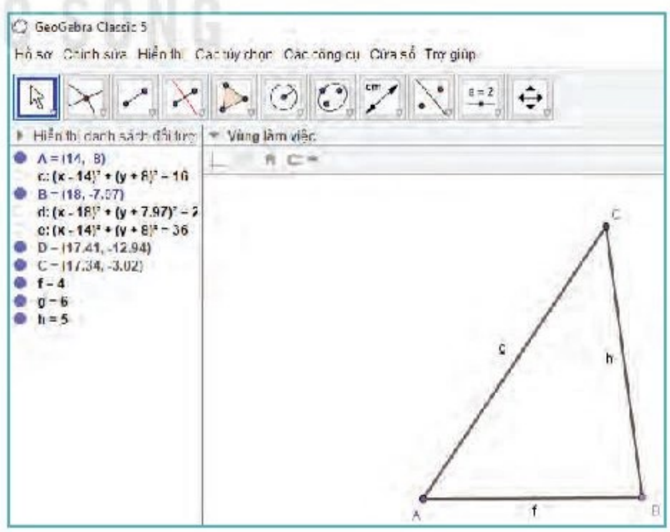
Bước 3. Chọn công cụ → Chọn → Nháy chuột vào điểm *A*, nhập bán kính bằng 6.

Bước 4. Chọn công cụ → Chọn Giao điểm của 2 đối tượng → Lần lượt nháy chuột vào hai đường tròn ở Bước 2 và Bước 3, giao điểm *C* của hai đường tròn được đánh dấu.

Bước 5. Chọn công cụ đoạn thẳng Đoạn thẳng để nối các điểm *A*, *B*, *C* với nhau và thu được tam giác *ABC* như Hình T.4a. Ẩn các đường tròn ta được Hình T.4b như sau.



Hình T.4a



Hình T.4b

? Nếu cho trước đoạn thẳng *AB* = 4 cm cố định, em vẽ được mấy tam giác *ABC* thoả mãn yêu cầu *BC* = 5 cm, *CA* = 6 cm?

HĐ5 VẼ TAM GIÁC BIẾT ĐỘ DÀI HAI CẠNH VÀ GÓC XEN GIỮA

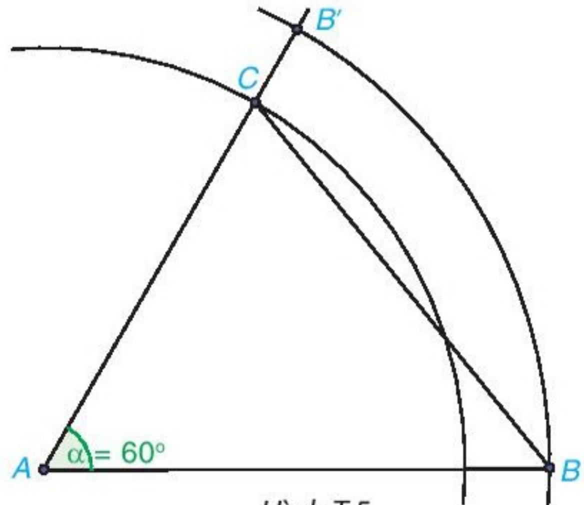
Em vẽ tam giác ABC có $AB = 6$ cm, $AC = 5$ cm, $\widehat{BAC} = 60^\circ$ theo các bước gợi ý sau:

Bước 1. Vẽ hai điểm A, B sao cho $AB = 6$ cm tương tự Bước 1 của HĐ4.

Bước 2. Vẽ góc $\widehat{BAB'} = 60^\circ$ bằng cách:

Chọn công cụ → Chọn → Nháy chuột lần lượt vào các điểm B, A (theo ngược chiều kim đồng hồ) và nhập số đo góc 60.

Bước 3. Vẽ điểm C là giao điểm của đường thẳng AB' và đường tròn tâm A bán kính 5.



Hình T.5

Bước 4. Chọn công cụ đoạn thẳng Đoạn thẳng để nối các điểm A, B, C với nhau và ta thu được tam giác ABC cần vẽ (H.T.5).

? Tam giác ABC có phải là tam giác nhọn không? Em hãy sử dụng công cụ Góc kiểm tra các góc của tam giác để trả lời câu hỏi đó.

Luyện tập 1 Vẽ tam giác ABC có $AB = 6$ cm, $\widehat{BAC} = 50^\circ$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

Gợi ý: Vẽ $\widehat{BAB'} = 50^\circ$ (theo ngược chiều kim đồng hồ); $\widehat{ABA'} = 60^\circ$ (theo chiều kim đồng hồ) và C là giao điểm của hai tia AB' và BA'.

Luyện tập 2 Vẽ tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm.

Gợi ý: – Vẽ đoạn thẳng $AB = 4$ cm.

– Vẽ C là giao điểm của đường tròn tâm B bán kính 6 và đường thẳng đi qua A vuông góc với AB.

BÀI TẬP

1. a) Em hãy trình bày các bước dùng phần mềm GeoGebra để vẽ tam giác ABC có: $AB = 6$ cm, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\widehat{ACB} = 70^\circ$.

b) Vẽ tam giác trên trong phần mềm GeoGebra và lưu thành một tệp có đuôi png.

2. a) Sử dụng phần mềm GeoGebra, em hãy vẽ tam giác ABC vuông tại A, $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm và lưu thành một tệp có đuôi png.

b) Dùng phần mềm GeoGebra, em hãy đo độ dài cạnh BC.

DÂN SỐ VÀ CƠ CẤU DÂN SỐ VIỆT NAM

Mục tiêu

Tìm hiểu về dân số Việt Nam và cơ cấu dân số Việt Nam.

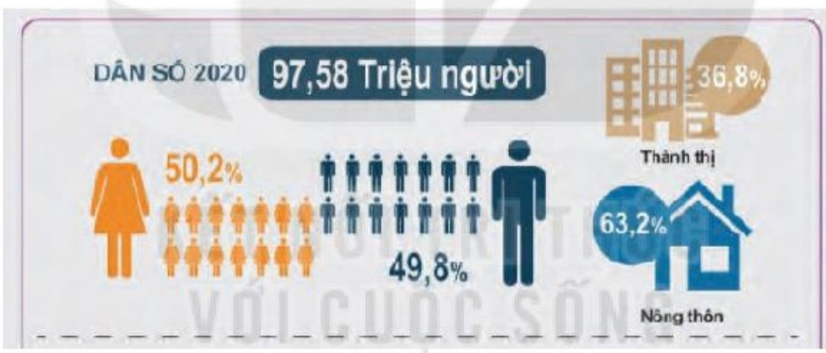
HĐ1 THU THẬP SỐ LIỆU

– Em hãy thu thập số liệu về dân số Việt Nam từ năm 2011 đến năm 2020. Có thể thu thập từ sách, báo hoặc truy cập Internet và thu thập số liệu từ:

- Website của Tổng cục Thống kê https://www.gso.gov.vn/ (mục Số liệu thống kê → Dân số và lao động).
- Website https://www.worldometers.info/ (mục Population → Population by Country → Vietnam).

– Lập bảng thống kê cho dãy số liệu thu thập được.

– Hình vẽ dưới đây cho biết về cấu trúc dân số Việt Nam năm 2020.



(Theo *Tổng cục Thống kê*)

Em hãy lập các bảng thống kê biểu diễn cơ cấu dân số (đơn vị %) theo giới tính (nam, nữ) và theo nơi sinh sống (thành thị, nông thôn).

HĐ2 VẼ BIỂU ĐỒ

– Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số dân của Việt Nam từ năm 2011 đến năm 2020.

– Vẽ các biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn cơ cấu dân số Việt Nam năm 2020 theo giới tính và theo nơi sinh sống.

HĐ3 PHÂN TÍCH DỮ LIỆU

- Nhận xét về xu thế số dân của Việt Nam từ năm 2011 đến năm 2020.
- Nhận xét về cơ cấu dân số Việt Nam năm 2020 theo giới tính và theo nơi sinh sống.
- Tính số dân Việt Nam sống ở thành thị, nông thôn năm 2020.

HƯỚNG DẪN THỰC HÀNH VỚI MÁY TÍNH

1. Vẽ biểu đồ hình quạt tròn bằng Excel

Thị phần các hãng điện thoại tại Việt Nam tại thời điểm tháng 10 năm 2020 được cho trong bảng sau:

Hãng	Samsung	Oppo	Vsmart	Vivo	Apple	Realme	Khác
Thị phần (%)	31	18,6	15,2	9,6	10,6	7,2	7,8

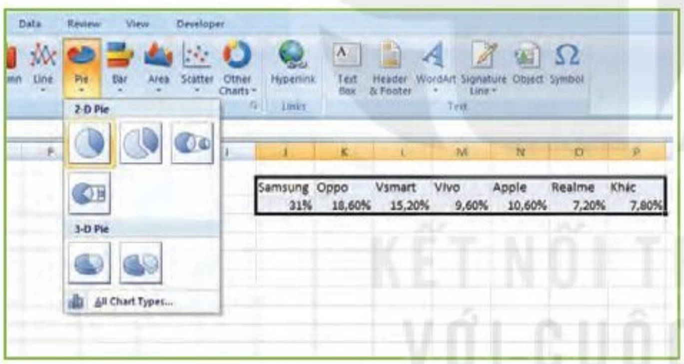
(Theo *vov.vn)*

Để vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng số liệu trên ta thực hiện theo các bước sau đây:

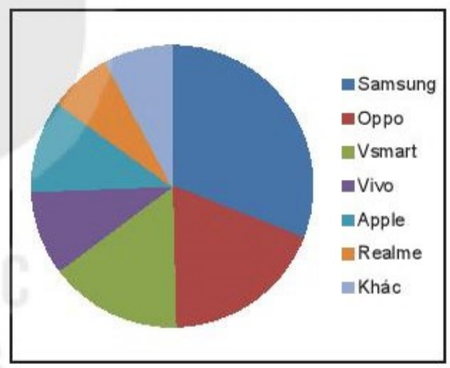
Bước 1. Mở công cụ Microsoft Excel và nhập dữ liệu:

Samsung	Oppo	Vsmart	Vivo	Apple	Realme	Khác
31%	18,6%	15,2%	9,6%	10,6%	7,2%	7,8%

Bước 2. Chọn vùng dữ liệu cần vẽ biểu đồ. Trên thanh Menu chọn Insert → Pie → 2-D Pie sau đó chọn biểu tượng tương ứng với định dạng của biểu đồ hình quạt tròn muốn vẽ (H.T.6).



Hình T.6



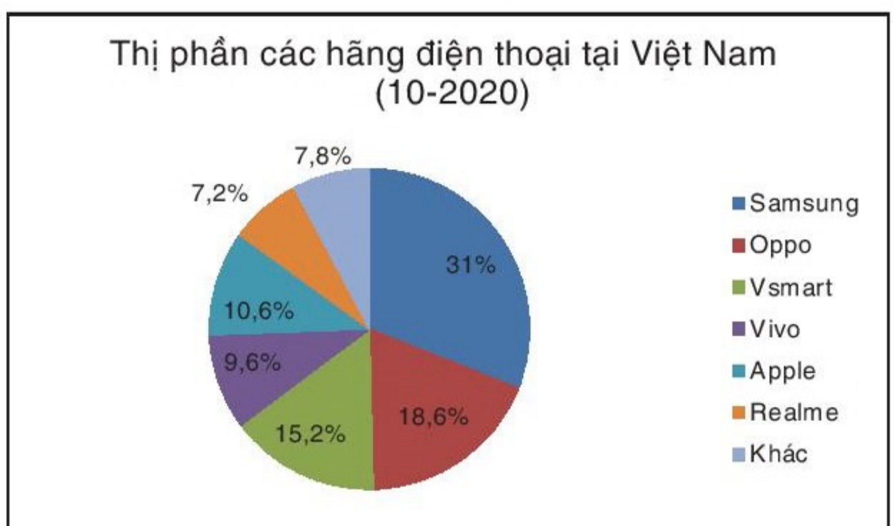
Hình T.7

Bước 3. Hoàn thiện tiêu đề, các chú giải khác bằng cách chọn Layout, cụ thể:

– Chọn Chart Title → Above Chart rồi điền tiêu đề:

Thị phần các hãng điện thoại tại Việt Nam (10-2020).

– Chọn Data Labels → Best Fit (hoặc lựa chọn khác) để hiện số liệu. Kết quả được biểu đồ như Hình T.8.



Hình T.8

2. Vẽ biểu đồ đoạn thẳng bằng Excel

Bảng sau đây cho biết chỉ số giá tiêu dùng của Việt Nam từ tháng 3-2020 đến tháng 3-2021.

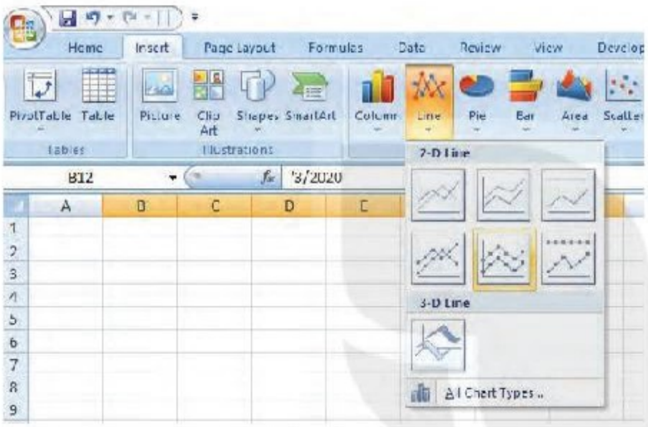
Thời điểm	3-2020	5-2020	7-2020	9-2020	11-2020	1-2021	3-2021
Chỉ số	4,87%	2,40%	3,39%	2,98%	1,48%	−0,97%	1,16%

Để vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng số liệu này ta thực hiện theo các bước sau đây:

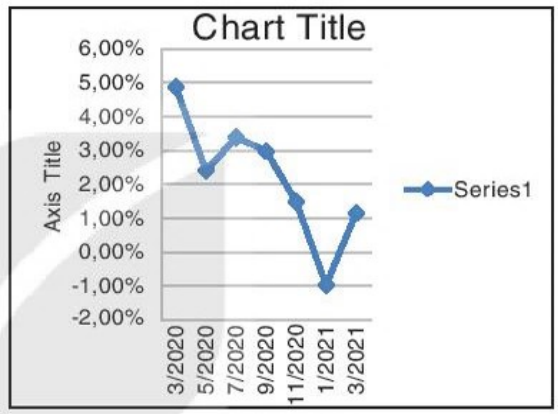
Bước 1. Mở công cụ Microsoft Excel và nhập dữ liệu.

3-2020	5-2020	7-2020	9-2020	11-2020	1-2021	3-2021
4,87%	2,40%	3,39%	2,98%	1,48%	−0,97%	1,16%

Bước 2. Chọn vùng dữ liệu cần vẽ biểu đồ. Trên thanh Menu chọn Insert → Line → 2-D Line, sau đó chọn biểu tượng tương ứng với định dạng của biểu đồ đoạn thẳng muốn vẽ (H.T.9).



Hình T.9



Hình T.10

Vì biểu đồ này chỉ biểu diễn một dãy dữ liệu nên ta sẽ xoá phần chú giải Series1.

Bước 3. Hoàn thiện tiêu đề, các chú giải khác bằng cách chọn Layout, cụ thể:

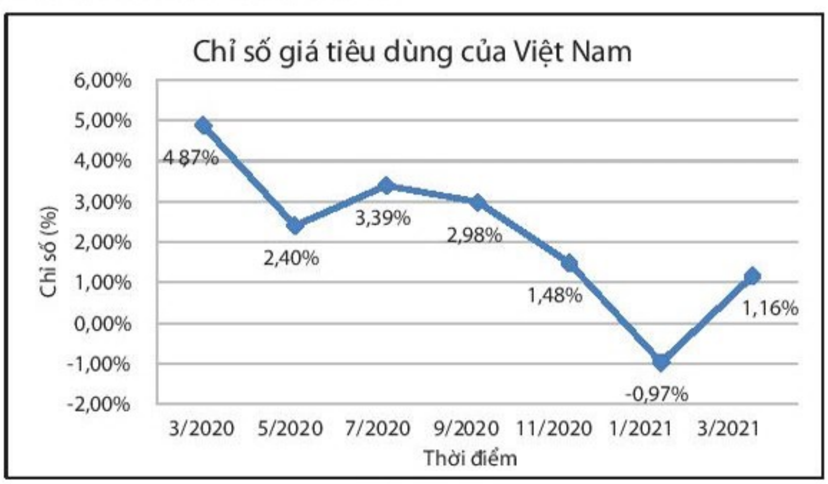
– Đổi tên Chart Title thành *Chỉ số giá tiêu dùng của Việt Nam.*

Trường hợp chưa có Chart Title, chọn Chart Title → Above Chart rồi điền tiêu đề: *Chỉ số giá tiêu dùng của Việt Nam.*

– Chọn Data Labels và chọn một lựa chọn để hiện số liệu.

– Chọn Axis Title để đặt tên cho các trục đứng và trục ngang.

Kết quả được biểu đồ như Hình T.11.



Hình T.11

BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ

THUẬT NGỮ	GIẢI THÍCH
Cạnh góc vuông của một tam giác vuông	Cạnh kề với góc vuông của tam giác đó.
Cạnh huyền của một tam giác vuông	Cạnh đối diện với góc vuông của tam giác đó.
Căn bậc hai số học của số a không âm	Số x không âm sao cho $x^2 = a$.
Định lí	Khẳng định được suy ra từ những khẳng định đúng đã biết.
Đường trung trực của một đoạn thẳng	Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của đoạn thẳng đó.
Giá trị tuyệt đối của số thực a (kí hiệu là $\|a\|$).	$\|a\| = a$ khi $a \geq 0$ và $\|a\| = -a$ khi $a < 0$ $\|a\|$ là khoảng cách từ điểm biểu diễn số a trên trục số đến điểm gốc.
Giả thiết, kết luận của định lí có dạng "Nếu ... thì ..."	Giả thiết: phần nằm giữa từ "nếu" và từ "thì"; Kết luận: phần nằm sau từ "thì".
Hai đường thẳng vuông góc	Hai đường thẳng cắt nhau sao cho trong các góc tạo thành có một góc vuông.
Hai góc đối đỉnh	Hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.
Hai góc bù nhau	Hai góc có tổng số đo bằng 180°.
Hai góc kề bù	Hai góc có một cạnh chung, hai cạnh còn lại là hai tia đối nhau.
Hai tam giác bằng nhau	Hai tam giác có ba cạnh tương ứng bằng nhau và ba góc tương ứng bằng nhau.
Quy tắc chuyển vế	Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó.
Số hữu tỉ	Số viết được dưới dạng một phân số (số thập phân hữu hạn hoặc số thập phân vô hạn tuần hoàn).
Số thực	Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực.
Số vô tỉ	Số biểu diễn được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.
Tam giác cân	Tam giác có hai cạnh bằng nhau.
Tam giác đều	Tam giác có ba cạnh bằng nhau.
Tam giác nhọn	Tam giác có ba góc đều nhọn.
Tam giác tù	Tam giác có một góc tù.
Tam giác vuông	Tam giác có một góc vuông.
Tia phân giác của một góc	Tia nằm giữa hai cạnh của góc, tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau.
Tiên đề Euclid	Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:

Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: NGUYỄN THỊ THANH XUÂN – NGUYỄN TRỌNG THIỆP
Biên tập mĩ thuật: NGUYỄN BÍCH LA
Thiết kế sách: PHẠM VIỆT QUANG – VŨ XUÂN NHỰ
Trình bày bìa: NGUYỄN BÍCH LA
Minh hoạ: LÊ THẾ HẢI – NGUYỄN HỒNG SƠN
Sửa bản in: NGUYỄN NGỌC TÚ
Chế bản: CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

TOÁN 7 - TẬP MỘT

Mã số: G1HH7T001H22

In ... bản, (QĐ ...) khổ 19 x 26,5 cm.
Đơn vị in: ...
Địa chỉ: ...
Số ĐKXB: 146-2022/CXBIPH/16-48/GD.
Số QĐXB: .../QĐ - GD - HN ngày ... tháng ... năm ....
In xong và nộp lưu chiểu tháng ... năm 20...
Mã số ISBN: Tập một: 978-604-0-30715-6.
Tập hai: 978-604-0-30716-3.

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 7 – KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

1. Ngữ văn 7, tập một
2. Ngữ văn 7, tập hai
3. Toán 7, tập một
4. Toán 7, tập hai
5. Khoa học tự nhiên 7
6. Công nghệ 7
7. Lịch sử và Địa lí 7
8. Mĩ thuật 7
9. Âm nhạc 7
10. Giáo dục công dân 7
11. Tin học 7
12. Hoạt động trải nghiệm, hướng nghiệp 7
13. Giáo dục thể chất 7
14. Tiếng Anh 7 – Global Success – SHS

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
- **Cửu Long:** CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

ISBN 978-604-0-30715-6

9 786040 307156

Giá: 18.000 đ

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

HÀ HUY KHOÁI (Tổng Chủ biên)
NGUYỄN HUY ĐOAN (Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG
DOÃN MINH CƯỜNG – TRẦN PHƯƠNG DUNG – SĨ ĐỨC QUANG
LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

TOÁN 7

TẬP HAI

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HÀ HUY KHOÁI (Tổng Chủ biên)
NGUYỄN HUY ĐOAN (Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG – DOÃN MINH CƯỜNG
TRẦN PHƯƠNG DUNG – SĨ ĐỨC QUANG – LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

TOÁN 7

TẬP HAI

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

1. Mỗi bài học được thiết kế gồm:

- Phần **Định hướng**: Chỉ rõ các thuật ngữ, khái niệm và các kiến thức, kĩ năng mà các em cần chú ý trong bài học.
- Phần **Mở đầu**: Thường là một bài toán hay một tình huống có liên quan đến nội dung mới của bài học.
- Phần **Hình thành kiến thức mới**: Gồm các hoạt động *Tìm tòi – Khám phá* ( ) và *Đọc hiểu – Nghe hiểu* ( ) cùng với *Chú ý* hay *Nhận xét*.

– Kiến thức trọng tâm được đặt trong khung màu vàng.

– Câu hỏi ( ) giúp đánh giá kết quả sau hoạt động *Đọc hiểu – Nghe hiểu*.

- Phần **Luyện tập và củng cố**: Gồm *Ví dụ*, *Luyện tập*, *Thực hành* để hình thành và phát triển các kĩ năng gắn với kiến thức mới vừa học.
- Phần **Vận dụng**: Gồm các hoạt động *Vận dụng*, *Tranh luận* ( ) và *Thử thách nhỏ* ( ) để giải quyết các tình huống, vấn đề trong thực tiễn và mở rộng kiến thức.

2. Các em sẽ được đồng hành với anh Pi, các bạn Tròn, Vuông trong các bài học để việc học hấp dẫn hơn nhé.

3. Các em có thể tham khảo thêm mục *Em có biết?* để mở rộng hiểu biết của mình. Cuối sách là *Bảng tra cứu thuật ngữ* và *Bảng giải thích thuật ngữ*.

Hãy bảo quản, giữ gìn sách giáo khoa để dành tặng các em học sinh lớp sau!

MỤC LỤC

Chương VI

TỈ LỆ THỨC VÀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ

ĐẠI SỐ

Chương này giới thiệu khái niệm và các tính chất của tỉ lệ thức, tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, đại lượng tỉ lệ thuận, đại lượng tỉ lệ nghịch và vận dụng chúng để giải quyết một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ trong thực tế.

Bài 20 TỈ LỆ THỨC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Tỉ lệ thức	• Nhận biết tỉ lệ thức và các tính chất của tỉ lệ thức.
• Tính chất của tỉ lệ thức	• Vận dụng tính chất của tỉ lệ thức trong giải toán.

Cờ đỏ sao vàng là quốc kì của nước Cộng hoà xã hội chủ nghĩa Việt Nam. Lá cờ có dạng một hình chữ nhật màu đỏ với hình ngôi sao năm cánh màu vàng nằm ở chính giữa.

Nếu tìm hiểu kĩ hơn em sẽ thấy dù lớn hay nhỏ thì các lá cờ đều có một điểm chung về kích thước. Điểm chung đó là gì nhỉ?

Cột cờ Lũng Cú, Hà Giang

1 TỈ LỆ THỨC

Nhận biết tỉ lệ thức

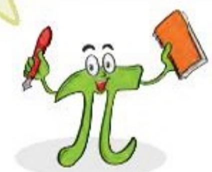
HĐ1 Lá quốc kì cắm trên đỉnh cột cờ Lũng Cú, Hà Giang có chiều rộng 6 m, chiều dài 9 m. Lá quốc kì bố Linh treo tại nhà mỗi dịp lễ có chiều rộng 0,8 m, chiều dài 1,2 m.

a) Tính tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài của mỗi lá cờ. Viết kết quả này dưới dạng phân số tối giản.

b) So sánh hai tỉ số nhận được.

Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Đẳng thức $\frac{6}{9} = \frac{0,8}{1,2}$ được gọi là một *tỉ lệ thức*.



Chú ý. Tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ còn được viết dưới dạng $a : b = c : d$.

Ví dụ 1

Hai tỉ số sau có lập thành một tỉ lệ thức không?

$$10 : 15; \qquad \frac{2}{7} : \frac{3}{7}.$$

Giải

Ta có $10 : 15 = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$; $\frac{2}{7} : \frac{3}{7} = \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2}{3}$.

Do đó ta có tỉ lệ thức $10 : 15 = \frac{2}{7} : \frac{3}{7}$.

Ta viết các tỉ số đã cho dưới dạng tỉ số giữa các số nguyên để dễ so sánh.

Luyện tập 1

Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau rồi lập tỉ lệ thức tương ứng:

$$4 : 20; \qquad 0,5 : 1,25; \qquad \frac{3}{5} : \frac{3}{2}.$$

Tranh luận

Tỉ lệ thức là một đẳng thức giữa hai phân số mà thôi.

Điều này có đúng không nhỉ?

Em hãy giúp Vuông trả lời câu hỏi trên nhé!

Vận dụng 1

Mặt sân cỏ trong sân vận động Quốc gia Mỹ Đình có dạng hình chữ nhật có chiều dài 105 m và chiều rộng 68 m. Nam vẽ mô phỏng mặt sân cỏ này bằng một hình chữ nhật có chiều dài 21 cm và chiều rộng 13,6 cm. Hỏi Nam đã vẽ mô phỏng mặt sân cỏ đúng tỉ lệ thực tế hay chưa?

Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình

2 TÍNH CHẤT CỦA TỈ LỆ THỨC

Tính chất của tỉ lệ thức

HĐ2 Quay trở lại tỉ lệ thức tìm được ở HĐ1: $\frac{6}{9}=\frac{0,8}{1,2}$, em hãy tính các tích chéo $6\cdot 1,2$ và $9\cdot 0,8$ rồi so sánh kết quả.

$$\frac{6}{9}=\frac{0,8}{1,2}$$

Các tích $6\cdot 1,2$ và $9\cdot 0,8$ là các tích chéo.

HĐ3 Từ đẳng thức $2\cdot 6=3\cdot 4$, ta có thể suy ra những tỉ lệ thức nào?

Chẳng hạn, chia cả hai vế của đẳng thức $2\cdot 6=3\cdot 4$ cho tích $6\cdot 3$ ta được tỉ lệ thức $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$.

- Nếu $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ thì $ad=bc$.
- Nếu $ad=bc$ (với $a, b, c, d\neq 0$) thì ta có các tỉ lệ thức:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d};\quad \frac{a}{c}=\frac{b}{d};\quad \frac{d}{b}=\frac{c}{a};\quad \frac{d}{c}=\frac{b}{a}.$$

Chẳng hạn, từ đẳng thức $2\cdot 45=6\cdot 15$ (cùng bằng 90) ta có thể lập được các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{2}{6}=\frac{15}{45};\quad \frac{2}{15}=\frac{6}{45};\quad \frac{45}{6}=\frac{15}{2};\quad \frac{45}{15}=\frac{6}{2}.$$

Luyện tập 2 Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ đẳng thức $0,2\cdot 4,5=0,6\cdot 1,5$.

Nhận xét. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ($a, b, c, d\neq 0$) suy ra

$$a=\frac{bc}{d};\quad b=\frac{ad}{c};\quad c=\frac{ad}{b};\quad d=\frac{bc}{a}.$$

Ví dụ 2

Phương cùng các bạn dự định làm các lá quốc kì Việt Nam bằng giấy đảm bảo tỉ lệ quy định, chiều rộng 14 cm để tham gia Hội khoẻ Phù Đổng. Tính chiều dài của lá cờ.

Điểm chung về kích thước giữa các lá quốc kì Việt Nam chính là: tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài của chúng luôn không đổi và bằng 2 : 3.

Giải

Gọi x (cm) là chiều dài của lá cờ Phương và các bạn dự định làm.

Ta có tỉ lệ thức $\frac{14}{x} = \frac{2}{3}$. Suy ra $x = \frac{14 \cdot 3}{2} = 21$ (cm).

Vậy chiều dài của lá cờ là 21 cm.

Vận dụng 2

Để gói 10 chiếc bánh chưng, bà Nam cần 5 kg gạo nếp. Nếu bà muốn gói 45 chiếc bánh chưng cùng loại gửi cho người dân vùng lũ thì bà cần bao nhiêu kilôgam gạo nếp?

BÀI TẬP

6.1. Thay tỉ số sau đây bằng tỉ số giữa các số nguyên:

a) $\frac{10}{16} : \frac{4}{21}$; b) $1{,}3 : 2{,}75$; c) $\frac{-2}{5} : 0{,}25$.

6.2. Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau rồi lập tỉ lệ thức:

$$12 : 30; \quad \frac{3}{7} : \frac{18}{24}; \quad 2{,}5 : 6{,}25.$$

6.3. Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

a) $\frac{x}{6} = \frac{-3}{4}$; b) $\frac{5}{x} = \frac{15}{-20}$.

6.4. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ đẳng thức $14 \cdot (-15) = (-10) \cdot 21$.

6.5. Để pha nước muối sinh lí, người ta cần pha theo đúng tỉ lệ. Biết rằng cứ 3 lít nước tinh khiết thì pha với 27 g muối. Hỏi nếu có 45 g muối thì cần pha với bao nhiêu lít nước tinh khiết để được nước muối sinh lí?

6.6. Để cày hết một cánh đồng trong 14 ngày phải sử dụng 18 máy cày. Hỏi muốn cày hết cánh đồng đó trong 12 ngày thì phải sử dụng bao nhiêu máy cày (biết năng suất của các máy cày là như nhau)?

EM CÓ BIẾT?

Áp dụng tính chất của tỉ lệ thức, ta thấy từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ có thể đổi chỗ các thành phần a với d, b với c cho nhau để tạo ra các tỉ lệ thức mới.

Đổi chỗ a với d

$\frac{a}{b} \quad \frac{c}{d}$

$\downarrow$

$\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

Đổi chỗ b với c

$\frac{a}{b} \quad \frac{c}{d}$

$\downarrow$

$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

Đổi chỗ cả a với d và b với c

$\frac{a}{b} \quad \frac{c}{d}$

$\downarrow$

$\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$

Bài 21 TÍNH CHẤT CỦA DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Dãy tỉ số bằng nhau	• Nhận biết dãy tỉ số bằng nhau. • Vận dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau trong giải toán.

Để xây dựng một số phòng học cho một ngôi trường ở bản vùng khó khăn, người ta cần số tiền là 450 triệu đồng. Ba nhà từ thiện đã đóng góp số tiền đó theo tỉ lệ 3 : 5 : 7. Hỏi mỗi nhà từ thiện đã đóng góp bao nhiêu tiền?

Bài học này sẽ giúp em tìm được đáp số của bài toán trên.

Tính chất của dãy hai tỉ số bằng nhau

HĐ1 Cho tỉ lệ thức $\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$. Tính các tỉ số $\frac{2+6}{3+9}$ và $\frac{2-6}{3-9}$.

HĐ2 So sánh hai tỉ số nhận được ở HĐ1 với các tỉ số trong tỉ lệ thức đã cho.

> Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ suy ra $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d}$.
>
> (Giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

Ví dụ 1

Tìm hai số x và y, biết: $\frac{x}{5}=\frac{y}{11}$ và $x+y=32$.

Giải

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{x}{5}=\frac{y}{11}=\frac{x+y}{5+11}=\frac{x+y}{16}=\frac{32}{16}=2$.

Từ đây tính được $x=2\cdot 5=10$ và $y=2\cdot 11=22$.

Luyện tập Tìm hai số x và y, biết: $\frac{x}{11}=\frac{y}{17}$ và $x-y=12$.

Mở rộng tính chất cho dãy tỉ số bằng nhau

Tính chất trên còn được mở rộng cho dãy tỉ số bằng nhau, chẳng hạn:

> Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$ suy ra $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a-c+e}{b-d+f}$.
>
> (Giả thiết các tỉ số đều có nghĩa)

Nếu $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$, ta còn nói các số a, c, e tỉ lệ với các số b, d, f.

Khi đó ta cũng viết $a:c:e=b:d:f$.

Ví dụ 2

Em hãy giải *bài toán mở đầu.*

Giải

Gọi số tiền đóng góp của ba nhà từ thiện lần lượt là x, y, z (triệu đồng).

Ta có $x + y + z = 450$.

Theo đề bài, ba nhà từ thiện đã đóng góp số tiền 450 triệu đồng theo tỉ lệ 3 : 5 : 7, nghĩa là số tiền đóng góp x, y, z của ba nhà từ thiện đó tỉ lệ với các số 3; 5; 7. Do đó ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$.

Từ tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{3+5+7} = \frac{450}{15} = 30$.

Suy ra $x = 30 \cdot 3 = 90$, $y = 30 \cdot 5 = 150$, $z = 30 \cdot 7 = 210$.

Vậy số tiền đóng góp của ba nhà từ thiện lần lượt là 90; 150 và 210 triệu đồng.

Vận dụng

Ba nhà đầu tư góp vốn để mở một công ty theo tỉ lệ 2 : 3 : 4. Cuối năm, số tiền lợi nhuận công ty dự kiến trả cho các nhà đầu tư là 72 triệu đồng, chia theo tỉ lệ góp vốn. Tính số tiền lợi nhuận mỗi nhà đầu tư nhận được.

BÀI TẬP

6.7. Tìm hai số x và y, biết: $\frac{x}{9} = \frac{y}{11}$ và $x + y = 40$.

6.8. Tìm hai số x và y, biết: $\frac{x}{17} = \frac{y}{21}$ và $x - y = 8$.

6.9. Tỉ số sản phẩm làm được của hai công nhân là 0,95. Hỏi mỗi người làm được bao nhiêu sản phẩm, biết rằng người này làm nhiều hơn người kia 10 sản phẩm?

6.10. Ba lớp 7A, 7B và 7C được giao nhiệm vụ trồng 120 cây để phủ xanh đồi trọc. Tính số cây trồng được của mỗi lớp, biết số cây trồng được của ba lớp 7A, 7B và 7C tỉ lệ với 7; 8; 9.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1 Lập các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số: 15; 18; 20; 24.

Giải. Từ bốn số đã cho ta lập được đẳng thức: $15 \cdot 24 = 18 \cdot 20$ (vì đều bằng 360).

Từ đẳng thức này ta lập được bốn tỉ lệ thức sau: $\frac{15}{18} = \frac{20}{24}$; $\frac{15}{20} = \frac{18}{24}$; $\frac{24}{18} = \frac{20}{15}$; $\frac{24}{20} = \frac{18}{15}$.

Ví dụ 2 Tìm x và y sao cho $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ và $x + y = 15$.

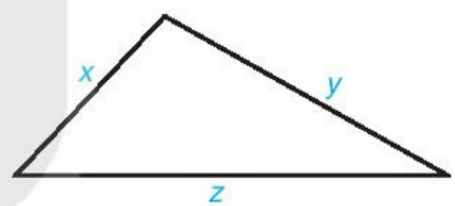
Giải. Từ $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ suy ra $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{x+y}{3+2} = \frac{15}{5} = 3$.

Suy ra $x = 3 \cdot 3 = 9$ và $y = 3 \cdot 2 = 6$.

Ví dụ 3 Tính độ dài các cạnh của một tam giác, biết độ dài các cạnh của nó tỉ lệ với 2; 3; 4 và cạnh lớn nhất dài hơn cạnh nhỏ nhất 6 cm.

Giải. Gọi x, y, z (cm) lần lượt là độ dài ba cạnh của tam giác (theo thứ tự từ nhỏ đến lớn). Theo đề bài, ta có $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $z - x = 6$.



Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{z-x}{4-2} = \frac{6}{2} = 3.$$

Suy ra $x = 3 \cdot 2 = 6$, $y = 3 \cdot 3 = 9$ và $z = 3 \cdot 4 = 12$.

Vậy độ dài ba cạnh của tam giác đó là 6 cm, 9 cm và 12 cm.

BÀI TẬP

6.11. Lập các tỉ lệ thức có thể được từ đẳng thức $3x = 4y$ $(x, y \neq 0)$.

6.12. Hãy lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số: 5; 10; 25; 50.

6.13. Tìm x và y, biết: a) $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$ và $x + y = 16$; b) $\frac{x}{y} = \frac{9}{4}$ và $x - y = -15$.

6.14. Tỉ số của số học sinh của hai lớp 7A và 7B là 0,95. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh, biết số học sinh của một lớp nhiều hơn lớp kia là 2 em?

6.15. Người ta định làm một con đường trong 15 ngày. Một đội công nhân 45 người làm trong 10 ngày mới được một nửa công việc. Hỏi phải bổ sung thêm bao nhiêu người nữa để có thể hoàn thành công việc đúng hạn (biết năng suất lao động của mỗi người như nhau)?

6.16. Tìm ba số x, y, z, biết rằng: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $x + 2y - 3z = -12$.

Bài 22 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đại lượng tỉ lệ thuận • Hệ số tỉ lệ	• Nhận biết hai đại lượng tỉ lệ thuận. • Giải một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ thuận.

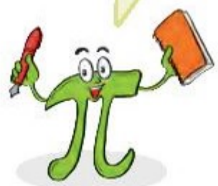
Bột sắn dây được làm từ củ sắn dây, là một loại thực phẩm có nhiều tác dụng tốt với sức khoẻ. Ông An nhận thấy cứ 4,5 kg củ sắn dây tươi thì thu được khoảng 1 kg bột. Hỏi với 3 tạ củ sắn dây tươi, ông An sẽ thu được khoảng bao nhiêu kilôgam bột sắn dây?

1 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Nhận biết đại lượng tỉ lệ thuận

Một xe ô tô di chuyển với vận tốc không đổi 60 km/h. Gọi *s* (km) là quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian *t* (h).

Trong chuyển động với vận tốc không đổi, thời gian di chuyển tăng lên bao nhiêu lần thì quãng đường đi được tăng lên bấy nhiêu lần.



HĐ1 Thay mỗi dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

t (h)	1	1,5	2	3
s (km)	?	?	?	?

HĐ2 Viết công thức tính quãng đường *s* theo thời gian di chuyển tương ứng *t*.

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = ax$ (a là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ a.

? Trong HĐ2, quãng đường *s* có tỉ lệ thuận với thời gian *t* không? Thời gian *t* có tỉ lệ thuận với quãng đường *s* không?

Chú ý. Nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ a thì x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{a}$. Khi đó ta nói x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

$y = ax \Rightarrow x = \frac{1}{a}y.$

Ví dụ 1

Biết rằng x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và $x = 2$ khi $y = -4$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ a trong công thức $y = ax$. Từ đó viết công thức tính y theo x;

b) Tìm giá trị của y khi $x = 3$;

c) Tìm giá trị của x khi $y = 0{,}8$.

Giải

a) Ta có $a = \dfrac{y}{x} = \dfrac{-4}{2} = -2$. Do đó $y = -2x$.

b) Khi $x = 3$ thì $y = -2 \cdot 3 = -6$.

c) Từ $y = -2x$ suy ra $x = -\dfrac{1}{2}y$. Do đó khi $y = 0{,}8$ thì $x = -\dfrac{1}{2} \cdot 0{,}8 = -0{,}4$.

Ví dụ 2

Cho y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $a = 5$.

a) Thay mỗi dấu "?" trong bảng bên bằng số thích hợp.

b) Tính $\dfrac{y_1}{x_1}, \dfrac{y_2}{x_2}, \dfrac{y_3}{x_3}$ và so sánh với hệ số tỉ lệ a.

x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$
y	$y_1 = ?$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$

Giải

a) Theo đề bài, y = 5x. Do đó ta có bảng bên.

x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$
y	$y_1 = 10$	$y_2 = 15$	$y_3 = 20$

b) Ta có $\dfrac{y_1}{x_1} = \dfrac{10}{2} = 5$, $\dfrac{y_2}{x_2} = \dfrac{15}{3} = 5$, $\dfrac{y_3}{x_3} = \dfrac{20}{4} = 5$.

Vậy $\dfrac{y_1}{x_1} = \dfrac{y_2}{x_2} = \dfrac{y_3}{x_3} = 5 = a$.

Nhận xét. Nếu đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x thì:

- Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (và bằng hệ số tỉ lệ):

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \ldots = a.$$

- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2},\ \frac{y_1}{y_3} = \frac{x_1}{x_3},\ \frac{y_2}{y_3} = \frac{x_2}{x_3}, \ldots$$

Luyện tập 1

Theo Viện Dinh dưỡng Quốc gia, cứ trong 100 g đậu tương (đậu nành) thì có 34 g protein. Khối lượng protein trong đậu tương có tỉ lệ thuận với khối lượng đậu tương không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

Vận dụng Em hãy giải *bài toán mở đầu.*

2 MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Trong mục này ta sẽ vận dụng tính chất của đại lượng tỉ lệ thuận để giải một số bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận.

Giải toán về đại lượng tỉ lệ thuận

Để giải toán về đại lượng tỉ lệ thuận, ta cần nhận biết hai đại lượng tỉ lệ thuận trong bài toán. Từ đó ta có thể lập các tỉ số bằng nhau và dựa vào tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm các yếu tố chưa biết.

Ví dụ 3

Một công ty may quần áo bảo hộ lao động có hai xưởng may, xưởng thứ nhất có 25 công nhân, xưởng thứ hai có 30 công nhân. Mỗi ngày xưởng thứ hai may được nhiều hơn xưởng thứ nhất 20 bộ quần áo. Hỏi trong một ngày, mỗi xưởng may được bao nhiêu bộ quần áo (biết năng suất của mỗi công nhân là như nhau)?

Giải

Gọi số bộ quần áo may được trong một ngày của xưởng thứ nhất và xưởng thứ hai lần lượt là x, y (bộ).

Ta có $y - x = 20$.

Vì năng suất của mỗi công nhân là như nhau nên số bộ quần áo may được tỉ lệ thuận với số công nhân. Do đó ta có: $\dfrac{x}{25} = \dfrac{y}{30}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có $\dfrac{x}{25} = \dfrac{y}{30} = \dfrac{y - x}{30 - 25} = \dfrac{20}{5} = 4$.

Suy ra: $x = 4 \cdot 25 = 100$ và $y = 4 \cdot 30 = 120$.

Vậy mỗi ngày xưởng thứ nhất may được 100 bộ quần áo và xưởng thứ hai may được 120 bộ quần áo.

Luyện tập 2

Hai thanh kim loại đồng chất có thể tích tương ứng là $10\ cm^3$ và $15\ cm^3$. Hỏi mỗi thanh nặng bao nhiêu gam, biết rằng một thanh nặng hơn thanh kia 40 g?

Khối lượng của một vật đồng chất tỉ lệ thuận với thể tích của nó.

Ví dụ 4

Trong một đợt tặng đồ dùng học tập cho học sinh vùng cao, có 635 quyển vở được chia cho ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với số học sinh của mỗi lớp. Hỏi mỗi lớp được tặng bao nhiêu quyển vở, biết sĩ số của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 40; 42 và 45 học sinh.

Giải

Gọi x, y, z (quyển) lần lượt là số vở ba lớp 7A, 7B, 7C được tặng.

Theo đề bài, ta có $x + y + z = 635$ và $\dfrac{x}{40} = \dfrac{y}{42} = \dfrac{z}{45}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{40}=\frac{y}{42}=\frac{z}{45}=\frac{x+y+z}{40+42+45}=\frac{635}{127}=5.$$

Suy ra $x = 5 \cdot 40 = 200$, $y = 5 \cdot 42 = 210$, $z = 5 \cdot 45 = 225$.

Vậy số vở mà ba lớp 7A, 7B, 7C nhận được lần lượt là 200 quyển, 210 quyển và 225 quyển.

Chú ý. Bài toán trên còn có thể phát biểu đơn giản thành: *Chia số 635 thành ba phần tỉ lệ thuận với 40; 42; 45.*

Luyện tập 3 Hãy chia 1 tấn gạo thành ba phần có khối lượng tỉ lệ thuận với 2; 3; 5.

BÀI TẬP

6.17. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Thay mỗi dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

x	2	4	5	?	?	?
y	–6	?	?	9	18	1,5

Viết công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y.

6.18. Theo bảng giá trị dưới đây, hai đại lượng x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận không?

a)

x	5	9	15	24
y	15	27	45	72

b)

x	4	8	16	25
y	8	16	30	50

6.19. Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ a, x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ b. Hỏi y có tỉ lệ thuận với z không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

6.20. Hai bể nước hình hộp chữ nhật có chiều dài và chiều rộng tương ứng bằng nhau, nhưng chiều cao của bể thứ nhất bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của bể thứ hai. Để bơm đầy nước vào bể thứ nhất mất 4,5 giờ. Hỏi phải mất bao nhiêu thời gian để bơm đầy nước vào bể thứ hai (nếu dùng máy bơm có cùng công suất)?

6.21. Để chuẩn bị cho học sinh làm thí nghiệm, cô Hương chia 1,5 lít hoá chất thành ba phần tỉ lệ thuận với 4; 5; 6 và đựng trong ba chiếc lọ. Hỏi mỗi chiếc lọ đựng bao nhiêu lít hoá chất đó?

Bài 23 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đại lượng tỉ lệ nghịch • Hệ số tỉ lệ	• Nhận biết hai đại lượng tỉ lệ nghịch. • Giải một số bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ nghịch.

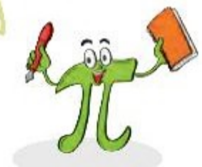
Bốn người thợ cùng làm sẽ xây xong một bức tường trong 9 ngày. Hỏi 6 người thợ cùng làm sẽ xây xong bức tường đó trong bao nhiêu ngày (biết năng suất lao động của mỗi người thợ là như nhau)?

1 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Nhận biết đại lượng tỉ lệ nghịch

Một ô tô đi từ thành phố A đến thành phố B trên quãng đường 180 km. Gọi t (h) là thời gian để ô tô đi từ A đến B với vận tốc v (km/h).

Trên cùng một quãng đường, vận tốc tăng lên bao nhiêu lần thì thời gian đi tương ứng giảm đi bấy nhiêu lần.



HĐ1 Thay mỗi dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

v (km/h)	40	50	60	80
t (h)	?	?	?	?

HĐ2 Viết công thức tính thời gian t theo vận tốc tương ứng v.

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{a}{x}$ (a là một hằng số khác 0) thì ta nói y **tỉ lệ nghịch** với x theo **hệ số tỉ lệ** a.

? Trong HĐ2, thời gian t có tỉ lệ nghịch với vận tốc v không? Vận tốc v có tỉ lệ nghịch với thời gian t không?

Chú ý. Nếu y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a thì x cũng tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ a và ta nói hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau.

Ví dụ 1 Biết rằng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 2$ thì $y = -4$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ a trong công thức $y = \frac{a}{x}$. Từ đó viết công thức tính y theo x.

b) Tìm giá trị của y khi $x = 4$.

c) Tìm giá trị của x khi $y = 0,5$.

Giải

a) Ta có $a = xy = 2 \cdot (-4) = -8$. Do đó $y = \frac{-8}{x}$.

b) Khi $x = 4$ ta có $y = \frac{-8}{4} = -2$.

c) Từ $y = \frac{-8}{x}$ suy ra $x = \frac{-8}{y}$. Do đó khi $y = 0,5$ ta có $x = \frac{-8}{0,5} = -16$.

Ví dụ 2 Cho y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $a = 12$.

a) Thay mỗi dấu "?" trong bảng bên bằng số thích hợp.

b) Tính x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3 và so sánh với hệ số tỉ lệ a.

x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$
y	$y_1 = ?$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$

Giải

a) Theo đề bài ta có $y = \frac{12}{x}$. Do đó ta có bảng bên:

x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$
y	$y_1 = 6$	$y_2 = 4$	$y_3 = 3$

b) Ta có: $x_1y_1 = 2 \cdot 6 = 12$, $x_2y_2 = 3 \cdot 4 = 12$, $x_3y_3 = 4 \cdot 3 = 12$.

Như vậy $x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = 12 = a$.

Nhận xét. Nếu hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau thì:

- Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (và bằng hệ số tỉ lệ):

$$x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = \ldots = a \text{ hay } \frac{y_1}{\frac{1}{x_1}} = \frac{y_2}{\frac{1}{x_2}} = \frac{y_3}{\frac{1}{x_3}} = \ldots = a.$$

- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1};\ \frac{y_1}{y_3} = \frac{x_3}{x_1};\ \frac{y_2}{y_3} = \frac{x_3}{x_2};\ \ldots$$

Luyện tập 1 Chiều dài và chiều rộng của các hình chữ nhật có cùng diện tích bằng 12 cm^2 có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

Vận dụng 1

a) Một cửa hàng bán gạo cần đóng 300 kg gạo thành các túi gạo có khối lượng như nhau. Thay mỗi dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

Lượng gạo trong mỗi túi (kg)	5	10	?	?
Số túi tương ứng	?	?	15	12

b) Số túi gạo và số kilôgam gạo trong mỗi túi có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

2 MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Trong mục này ta sẽ vận dụng tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch để giải một số bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch.

Giải toán về đại lượng tỉ lệ nghịch

Để giải toán về đại lượng tỉ lệ nghịch, ta cần nhận biết được hai đại lượng tỉ lệ nghịch trong bài toán. Từ đó ta có thể lập các tỉ số bằng nhau và dựa vào tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để tìm các yếu tố chưa biết.

Ví dụ 3

Hãy giải *bài toán mở đầu.*

Giải

Gọi x (ngày) là thời gian để 6 người thợ cùng xây xong bức tường.

Vì năng suất lao động của mỗi người thợ là như nhau nên số người thợ và thời gian để họ xây xong bức tường là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Do đó, ta có $\frac{x}{9}=\frac{4}{6}$.

Suy ra $x=\frac{4\cdot 9}{6}=6$ (ngày).

Vậy thời gian để 6 người thợ cùng xây xong bức tường là 6 ngày.

Luyện tập 2

Một nhà thầu ước tính rằng có thể hoàn thành một hợp đồng xây dựng trong 12 tháng với 280 công nhân. Nếu được yêu cầu phải hoàn thành hợp đồng trong 10 tháng thì nhà thầu đó phải thuê bao nhiêu công nhân (biết năng suất lao động của mỗi công nhân là như nhau)?

Ví dụ 4

Một người mua 65 quả trứng gà gồm ba loại: loại I giá 4 nghìn đồng một quả, loại II giá 3 nghìn đồng một quả và loại III giá 2 nghìn đồng một quả. Hỏi người đó mua bao nhiêu quả trứng mỗi loại, biết rằng số tiền mà người đó phải trả cho mỗi loại trứng là như nhau?

Giải

Gọi x, y, z lần lượt là số quả trứng gà loại I, loại II và loại III. Ta có $x+y+z=65$.

Vì số tiền mà người đó phải trả cho mỗi loại trứng là như nhau nên

$$4x=3y=2z \text{ hay } \frac{x}{\frac{1}{4}}=\frac{y}{\frac{1}{3}}=\frac{z}{\frac{1}{2}}.$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{\frac{1}{4}}=\frac{y}{\frac{1}{3}}=\frac{z}{\frac{1}{2}}=\frac{x+y+z}{\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}=\frac{65}{\frac{13}{12}}=60.$$

Suy ra $x=\frac{1}{4}\cdot 60=15$; $y=\frac{1}{3}\cdot 60=20$; $z=\frac{1}{2}\cdot 60=30$.

Vậy số trứng gà loại I, loại II, loại III lần lượt là 15 quả; 20 quả và 30 quả.

Chú ý. Trong thực hành, để tiện lợi từ dãy đẳng thức $4x = 3y = 2z$ ta thường chia $4x$; $3y$; $2z$ cho 12 (là BCNN của 4; 3; 2) để được dãy tỉ số bằng nhau $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6}$. Sau đó giải tiếp tương tự như trên.

Luyện tập 3

Bạn An mua tổng cộng 34 quyển vở gồm ba loại: loại 120 trang giá 12 nghìn đồng một quyển, loại 200 trang giá 18 nghìn đồng một quyển và loại 240 trang giá 20 nghìn đồng một quyển. Hỏi An mua bao nhiêu quyển vở mỗi loại, biết rằng số tiền bạn ấy dành để mua mỗi loại vở là như nhau?

BÀI TẬP

6.22. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Thay mỗi dấu "?" trong bảng sau bằng số thích hợp.

x	2	4	5	?	?	?
y	–6	?	?	3	10	0,5

Viết công thức mô tả mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng x và y.

6.23. Theo bảng giá trị dưới đây, hai đại lượng x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không?

a)

x	3	6	16	24
y	160	80	30	20

b)

x	4	8	25	32
y	160	80	26	20

6.24. Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a, x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ b. Hỏi y tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch với z và hệ số tỉ lệ bằng bao nhiêu?

6.25. Với cùng số tiền để mua 17 tập giấy A4 loại I có thể mua bao nhiêu tập giấy A4 loại II, biết rằng giá tiền giấy loại II chỉ bằng 85% giá tiền giấy loại I.

6.26. Ba đội máy cày làm trên ba cánh đồng cùng diện tích. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày và đội thứ ba trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có mấy máy cày, biết rằng số máy của đội thứ nhất nhiều hơn số máy của đội thứ hai là 2 máy và năng suất của các máy như nhau?

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Cho biết x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ 2, y tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ 3. Hỏi x tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch với z và hệ số tỉ lệ bằng bao nhiêu?

Giải

Theo đề bài, ta có: $x = 2y$ và $y = \frac{3}{z}$.

Từ đây suy ra $x = 2y = 2 \cdot \frac{3}{z} = \frac{6}{z}$.

Vậy x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số tỉ lệ 6.

Ví dụ 2

Biết rằng giá một quyển vở loại 120 trang bằng 80% giá một quyển vở loại 200 trang. Hỏi với cùng số tiền để mua 16 quyển vở loại 200 trang, bạn Minh có thể mua được bao nhiêu quyển vở loại 120 trang?

Giải

Gọi x là số quyển vở loại 120 trang mà Minh có thể mua được.

Với cùng số tiền để mua thì số quyển vở mua được và giá tiền của mỗi quyển vở là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có: $16 = 80\% \cdot x = 0{,}8 \cdot x$.

Suy ra $x = \frac{16}{0{,}8} = 20$.

Vậy với cùng số tiền để mua 16 quyển vở loại 200 trang, Minh có thể mua được 20 quyển vở loại 120 trang.

Ví dụ 3

Tính độ dài các cạnh của một tam giác, biết chu vi của tam giác là 48 cm và độ dài các cạnh của nó tỉ lệ với 3; 4; 5.

Giải

Gọi x, y, z (cm) lần lượt là độ dài ba cạnh của tam giác.

Theo đề bài ta có: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ và $x + y + z = 48$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{3+4+5} = \frac{48}{12} = 4.$$

Từ đây tìm được $x = 4 \cdot 3 = 12$, $y = 4 \cdot 4 = 16$ và $z = 4 \cdot 5 = 20$.

Vậy độ dài ba cạnh của tam giác đó là 12 cm, 16 cm và 20 cm.

BÀI TẬP

6.27. Các giá trị của hai đại lượng x và y được cho bởi bảng sau đây:

x	0,5	1	1,5	2	2,5
y	2,5	5	7,5	10	12,5

Hỏi hai đại lượng x và y có quan hệ tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch không? Viết công thức liên hệ giữa x và y.

6.28. Cho ba đại lượng x, y, z. Tìm mối quan hệ giữa hai đại lượng x và z, biết rằng:

a) x và y tỉ lệ thuận, y và z tỉ lệ thuận;

b) x và y tỉ lệ thuận, y và z tỉ lệ nghịch;

c) x và y tỉ lệ nghịch, y và z tỉ lệ nghịch.

6.29. Để thu được một loại đồng thau, người ta pha chế đồng và kẽm nguyên chất theo tỉ lệ 6 : 4. Tính khối lượng đồng và kẽm nguyên chất cần thiết để sản xuất 150 kg đồng thau.

6.30. Với thời gian để một thợ lành nghề làm được 12 sản phẩm thì người thợ học việc chỉ làm được 8 sản phẩm. Hỏi người thợ học việc phải mất bao nhiêu thời gian để hoàn thành khối lượng công việc mà người thợ lành nghề làm trong 48 giờ?

6.31. Học sinh khối lớp 7 đã quyên góp được một số sách nộp cho thư viện. Sĩ số của các lớp 7A, 7B, 7C, 7D tương ứng là 38; 39; 40 và 40 em. Biết rằng số sách quyên góp được tỉ lệ với số học sinh của lớp và lớp 7D góp được nhiều hơn lớp 7A là 4 quyển sách. Hỏi mỗi lớp quyên góp được bao nhiêu quyển sách?

6.32. Thư viện của một trường Trung học cơ sở mua ba đầu sách tham khảo môn Toán lớp 6, lớp 7 và lớp 8, tổng cộng 121 cuốn. Giá của mỗi cuốn sách tham khảo môn Toán lớp 6, lớp 7 và lớp 8 lần lượt là 40 nghìn đồng, 45 nghìn đồng và 50 nghìn đồng. Hỏi thư viện đó mua bao nhiêu cuốn sách tham khảo môn Toán mỗi loại, biết rằng số tiền dùng để mua mỗi loại sách đó là như nhau?

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI

6.33. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số sau: 0,2; 0,3; 0,8; 1,2.

6.34. Tìm thành phần chưa biết x trong tỉ lệ thức: $\frac{x}{2,5}=\frac{10}{15}$.

6.35. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ (với a, b, c, d khác 0) có thể suy ra những tỉ lệ thức nào?

6.36. Inch (đọc là in-sơ và viết tắt là in) là tên của một đơn vị đo chiều dài trong Hệ đo lường Mỹ. Biết rằng 1 in = 2,54 cm.

a) Hỏi một người cao 170 cm sẽ có chiều cao là bao nhiêu inch (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

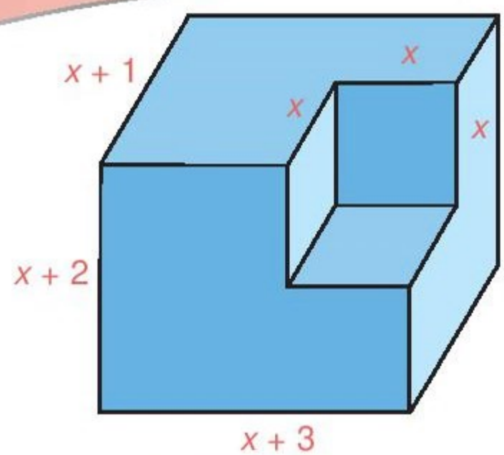
b) Chiều cao của một người tính theo xentimét có tỉ lệ thuận với chiều cao của người đó tính theo inch không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

6.37. Số đo ba góc A, B, C của tam giác ABC tỉ lệ với 5; 6; 7. Tính số đo ba góc của tam giác đó.

6.38. Ba đội công nhân làm đường được giao ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 5 ngày và đội thứ ba trong 6 ngày. Tính số công nhân của mỗi đội, biết đội thứ nhất nhiều hơn đội thứ hai là 3 người và năng suất của các công nhân là như nhau trong suốt quá trình làm việc.

Chương VII BIỂU THỨC ĐẠI SỐ VÀ ĐA THỨC MỘT BIẾN

ĐẠI SỐ



Biểu thức $(x + 1)(x + 2)(x + 3) - x^3$ có ý nghĩa gì?

Chương này sẽ đưa các em vào ngưỡng cửa của Đại số – một lĩnh vực mới của Toán học phổ thông. Trong Đại số, người ta dùng chữ đại diện cho các số, do đó có thể giải được hàng loạt bài toán tương tự nhau.

Muốn học tốt Đại số, các em phải có kĩ năng biến đổi các biểu thức đại số mà trước hết là thực hiện các phép toán trên các đa thức một biến.

Bài 24 BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Biểu thức số • Biểu thức đại số • Giá trị của biểu thức	• Nhận biết biểu thức số và biểu thức đại số. • Tính giá trị của biểu thức đại số.

Giả sử một ô tô đi với vận tốc không đổi 50 km/h. Khi đó, *biểu thức biểu thị quãng đường ô tô đi được trong* t (giờ) là $50 \cdot t$ (km).

Ta có thể tính quãng đường ô tô đi được trong thời gian tuỳ ý bằng cách thay t bởi một số thích hợp. Chẳng hạn, nếu $t = 2$ giờ thì quãng đường ô tô đi được là $50 \cdot 2 = 100$ (km).

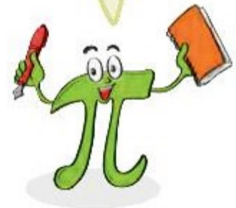
Trong tình huống trên, ta đã dùng chữ t để thay cho một số. Nhờ đó ta có thể phát biểu và giải được nhiều bài toán có nội dung tương tự nhau.

Trong bài này ta sẽ bước đầu tìm hiểu về phương pháp *dùng chữ thay số*.

Biểu thức đại số

Ta đã biết những số và chữ được nối với nhau bởi dấu của các phép tính (cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên luỹ thừa) làm thành một *biểu thức*. Người ta thường phân biệt biểu thức số và biểu thức chứa chữ.

> Từ "đại" trong "đại số" không phải là "to lớn" mà có nghĩa là "đại diện" hay "thay thế cho".



HĐ1 Trong các biểu thức sau, em hãy chỉ ra biểu thức số, biểu thức chứa chữ.

a) $23 + 8 \cdot 9$;   b) $3a + 7$;

c) $(3^4 - 5) : 8$;   d) $\left(\dfrac{3}{x} - y^2\right) + 2$.

HĐ2 Hãy viết biểu thức biểu thị chu vi của hình chữ nhật có chiều rộng là x (cm) và chiều dài hơn chiều rộng 3 cm.

> Biểu thức không chứa chữ gọi là **biểu thức số**. Biểu thức chỉ chứa số hoặc chỉ chứa chữ hoặc chứa cả số và chữ gọi chung là **biểu thức đại số**.
>
> Trong một biểu thức đại số, các chữ (nếu có) dùng để thay thế hay đại diện cho những số nào đó được gọi là các **biến số** (gọi tắt là các **biến**).

Chú ý

> Một biểu thức đại số có thể chứa nhiều biến khác nhau.

- Để cho gọn, khi viết các biểu thức đại số, ta không viết dấu nhân giữa các biến, cũng như giữa biến và số. Chẳng hạn, $a \cdot b$ và $2 \cdot a$ tương ứng có thể viết là ab và $2a$.
- Thông thường ta không viết thừa số 1 trong một tích.

Chẳng hạn, $1xy$ viết là xy; $(-1)ab$ viết là $-ab$.

- Với các biến, ta cũng có thể áp dụng các quy tắc và tính chất của các phép tính như đối với các số. Chẳng hạn:

$$x + x = 2x;\ x \cdot x \cdot x = x^3;\ x + y = y + x;$$

$$x(y + z) = xy + xz;\ -(x + y - z) = -x - y + z;\ \ldots$$

Luyện tập

Hãy chỉ ra các biến của mỗi biểu thức đại số sau:

a) $3x^2 - 1$;   b) $3a + b$.

Giá trị của biểu thức đại số

Nếu thay $p = 5$ và $q = 7$ vào biểu thức $A = 3p - q$ rồi thực hiện phép tính, ta được:

$$A = 3 \cdot 5 - 7 = 8.$$

Khi đó, ta nói: 8 là **giá trị của biểu thức** A tại $p = 5$ và $q = 7$ hay khi $p = 5$ và $q = 7$ thì **giá trị của biểu thức** A là 8.

Muốn tính giá trị của một biểu thức đại số tại những giá trị cho trước của các biến, ta thay giá trị đã cho của mỗi biến vào biểu thức rồi thực hiện các phép tính.

Ví dụ

Bác Hoà mua một túi rau và một số cam. Biết rằng mỗi kilôgam cam có giá 40 nghìn đồng và mỗi túi rau có giá 15 nghìn đồng.

a) Hãy viết biểu thức biểu thị tổng số tiền bác Hoà phải trả nếu số cam bác Hoà mua là x kilôgam.

b) Giả sử số cam bác Hoà mua là 2,5 kilôgam. Sử dụng kết quả câu a, em hãy tính xem bác Hoà phải trả tất cả bao nhiêu tiền.

Giải

a) Số tiền bác Hoà phải trả cho x kilôgam cam là $40x$ (nghìn đồng).

Tiền rau là 15 nghìn đồng. Vậy biểu thức biểu thị tổng số tiền bác Hoà phải trả là:

$$40x + 15 \text{ (nghìn đồng)}.$$

b) Thay $x = 2,5$ vào biểu thức $40x + 15$, ta được:

$$40 \cdot 2,5 + 15 = 115 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Vậy bác Hoà phải trả tất cả 115 nghìn đồng.

Vận dụng

Một người đi ô tô với vận tốc 40 km/h trong x giờ, sau đó tiếp tục đi bộ với vận tốc 5 km/h trong y giờ.

a) Hãy viết biểu thức biểu thị tổng quãng đường người đó đi được.

b) Tính giá trị của biểu thức trong câu a khi $x = 2,5$ (giờ) và $y = 0,5$ (giờ).

BÀI TẬP

7.1. Viết biểu thức đại số biểu thị:

a) Nửa tổng của x và y;
b) Tổng của x và y nhân với tích của x và y.

7.2. Viết biểu thức đại số biểu thị diện tích của hình thang có hai đáy là a và b, chiều cao là h (a, b và h có cùng đơn vị đo).

7.3. Tính giá trị của biểu thức:

a) $4x + 3$ tại $x = 5,8$;
b) $y^2 - 2y + 1$ tại $y = 2$;

c) $(2m + n)(m - n)$ tại $m = 5,4$ và $n = 3,2$.

7.4. Một bác nông dân sử dụng hai chiếc máy bơm để tưới nước cho vườn cây. Máy bơm thứ nhất mỗi giờ bơm được 5 m^3 nước. Máy bơm thứ hai mỗi giờ bơm được 3,5 m^3 nước.

a) Viết biểu thức đại số biểu thị lượng nước bơm được của hai máy, nếu máy bơm thứ nhất chạy trong x giờ và máy bơm thứ hai chạy trong y giờ.

b) Sử dụng kết quả câu a, tính lượng nước bơm được của cả hai máy khi $x = 2$ (giờ), $y = 3$ (giờ).

Bài 25 ĐA THỨC MỘT BIẾN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đơn thức (một biến)	• Nhận biết đơn thức (một biến) và bậc của đơn thức.
• Đa thức (một biến)	• Nhận biết đa thức (một biến) và các hạng tử của nó.
• Bậc của một đa thức	• Thu gọn và sắp xếp đa thức.
• Hệ số cao nhất	• Nhận biết bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của một đa thức.
• Hệ số tự do	• Tính giá trị của một đa thức khi biết giá trị của biến.
• Nghiệm của đa thức	• Nhận biết nghiệm của một đa thức.

Bài toán: Độ cao H (mét) của một vật (so với mặt đất) khi ném lên từ một điểm trên mặt đất được biểu thị bởi biểu thức $H = -5x^2 + 15x$, trong đó x (giây) là thời gian tính từ thời điểm ném vật. Hỏi sau bao lâu kể từ khi được ném lên, vật sẽ rơi trở lại mặt đất?

Dễ thấy biểu thức H có vai trò quan trọng trong bài toán trên.

Trong bài này chúng ta sẽ bước đầu tìm hiểu về các biểu thức tương tự như biểu thức H, đó là các *đa thức một biến*.

1 ĐƠN THỨC MỘT BIẾN

Chúng ta bắt đầu bằng những biểu thức đơn giản nhất, đó là các *đơn thức một biến*. Biến có thể là một chữ cái tuỳ ý. Nhưng để dễ nhận biết, ta chỉ xét các biểu thức với biến x.

Sơ lược về đơn thức một biến

1. Các biểu thức như $-0,5x$; $3x^2$; $-\frac{3}{4}x^5$ là những ví dụ về *đơn thức một biến*. Chúng đều là tích của một số với một luỹ thừa của x.

Đơn thức một biến (gọi tắt là đơn thức) là biểu thức đại số có dạng tích của một số thực với một luỹ thừa của biến, trong đó số thực gọi là hệ số, số mũ của luỹ thừa của biến gọi là bậc của đơn thức. Chẳng hạn:

- Biểu thức $4x^3$ là một đơn thức, trong đó 4 là hệ số, số mũ 3 của x là bậc của đơn thức đó.
- Đơn thức $-0,5x$ có hệ số là $-0,5$ và có bậc là 1 (vì $x = x^1$).
- Một số khác 0 là một đơn thức bậc 0.

Hệ số   Bậc

$4x^3$

Chú ý. Số 0 cũng được coi là một đơn thức. Đơn thức này không có bậc.

Số 2 là đơn thức bậc 0 vì có thể coi rằng $2 = 2x^0$.

Cho biết hệ số và bậc của mỗi đơn thức sau:

a) $2x^6$;   b) $-\frac{1}{5}x^2$;   c) -8;   d) 3^2x.

2. Với các đơn thức một biến, ta có thể:

• *Cộng (hay trừ) hai đơn thức cùng bậc* bằng cách cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên luỹ thừa của biến. Tổng nhận được là một đơn thức. Chẳng hạn:

$$-3x^4 + x^4 = (-3 + 1)x^4 = -2x^4;$$

$$3{,}7x^2 - 1{,}2x^2 = (3{,}7 - 1{,}2)x^2 = 2{,}5x^2.$$

• *Nhân hai đơn thức tuỳ ý* bằng cách nhân hai hệ số với nhau và nhân hai luỹ thừa của biến với nhau. Tích nhận được cũng là một đơn thức. Chẳng hạn:

$$(0{,}5x) \cdot (6x^2) = (0{,}5 \cdot 6) \cdot (x \cdot x^2) = 3x^3;$$

$$\left(-6x^3\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x^2\right) = \left[(-6) \cdot \frac{2}{3}\right](x^3 \cdot x^2) = -4x^5.$$

Khi nhân một đơn thức bậc 3 với một đơn thức bậc 2, ta được đơn thức bậc mấy?

Luyện tập 1

Tính: a) $5x^3 + x^3$; b) $\frac{7}{4}x^5 - \frac{3}{4}x^5$; c) $(-0{,}25x^2) \cdot (8x^3)$.

2 KHÁI NIỆM ĐA THỨC MỘT BIẾN

Đa thức một biến là gì?

• Các biểu thức $A = 6x^3 - 5x^2 - 4x^3 + 7$ và $B = 2x^4 - 3x^2 + x + 1$ có chung một đặc điểm: chúng đều là *tổng của những đơn thức* với biến x. Đó là những ví dụ về *đa thức một biến*.

Một cách tổng quát:

• Đa thức một biến (gọi tắt là đa thức) là tổng của những đơn thức của cùng một biến; mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

• Số 0 cũng được coi là một đa thức, gọi là đa thức *không*.

Chú ý. Ta thường kí hiệu đa thức bằng một chữ cái in hoa. Đôi khi còn viết thêm kí hiệu biến trong ngoặc đơn. Chẳng hạn:

$$A = A(x) = 6x^3 - 5x^2 - 4x^3 + 7.$$

Mỗi số thực có phải là một đa thức không? Tại sao?

Ví dụ 1

Đa thức $2x^3 - 5x^2 + 7$ có ba hạng tử là $2x^3$; $-5x^2$ và 7.

Luyện tập 2

Hãy liệt kê các hạng tử của đa thức $B = 2x^4 - 3x^2 + x + 1$.

3 ĐA THỨC MỘT BIẾN THU GỌN

Đa thức thu gọn

Xét hai đa thức $A = 6x^3 - 5x^2 - 4x^3 + 7$ và $B = 2x^4 - 3x^2 + x + 1$, ta thấy:

- Trong đa thức A có hai đơn thức cùng bậc là $6x^3$ và $-4x^3$.
- Trong đa thức B không có hai đơn thức nào cùng bậc.

Ta gọi các đa thức *không chứa hai đơn thức nào cùng bậc* là các đa thức thu gọn.

Ví dụ 2 dưới đây sẽ cho thấy: nếu cho một đa thức có chứa những đơn thức cùng bậc (đa thức chưa thu gọn) thì ta có thể đưa nó về dạng thu gọn.

Ví dụ 2

Thu gọn đa thức $A = 6x^3 - 5x^2 - 4x^3 + 7$.

Giải

$A = 6x^3 - 5x^2 - 4x^3 + 7 = 6x^3 - 4x^3 - 5x^2 + 7$ ← Đổi chỗ hai đơn thức

$= (6x^3 - 4x^3) - 5x^2 + 7$ ← Nhóm hai đơn thức bậc 3

$= (6 - 4)x^3 - 5x^2 + 7$ ← Cộng hai đơn thức cùng bậc

$= 2x^3 - 5x^2 + 7$.

Kết quả, ta được đa thức thu gọn $2x^3 - 5x^2 + 7$.

Luyện tập 3

Thu gọn đa thức $P = 2x^3 - 5x^2 + 4x^3 + 4x + 9 + x$.

4 SẮP XẾP ĐA THỨC MỘT BIẾN

Sắp xếp đa thức theo luỹ thừa giảm của biến

Dưới đây, ta chỉ xét các đa thức khác đa thức *không*.

- Để thuận lợi cho việc tính toán các đa thức một biến, người ta thường viết chúng dưới dạng thu gọn và sắp xếp các hạng tử của nó theo luỹ thừa giảm của biến.

Chẳng hạn, sắp xếp các hạng tử của đa thức $P = 5x^2 - 2x + 1 - 3x^4$ theo luỹ thừa giảm của biến, ta được $P = -3x^4 + 5x^2 - 2x + 1$.

- Trong đa thức P ta thấy có các đơn thức bậc 4 và bậc 2, nhưng khuyết đơn thức bậc 3. Tuy nhiên khi cần, ta cũng có thể viết:

$$P = -3x^4 + 0x^3 + 5x^2 - 2x + 1.$$

Ở đây, ta coi rằng hệ số của luỹ thừa bậc 3 là 0.

Luyện tập 4

Thu gọn (nếu cần) và sắp xếp mỗi đa thức sau theo luỹ thừa giảm của biến:

a) $A = 3x - 4x^4 + x^3$;

b) $B = -2x^3 - 5x^2 + 2x^3 + 4x + x^2 - 5$;

c) $C = x^5 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{4}x - x^5 + 6x^2 - 2$.

Chú ý. Người ta cũng có thể sắp xếp đa thức theo luỹ thừa tăng của biến. Chẳng hạn, ta có thể sắp xếp các hạng tử của đa thức P trên đây như sau: $P = 1 - 2x + 5x^2 - 3x^4$.

5 BẬC VÀ CÁC HỆ SỐ CỦA MỘT ĐA THỨC

Bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của một đa thức

Xét đa thức $P = -3x^4 + 5x^2 - 2x + 1$. Đó là một đa thức thu gọn. Hãy quan sát các hạng tử (các đơn thức) của đa thức P và trả lời các câu hỏi sau:

HĐ1 Trong đa thức P, bậc của hạng tử $5x^2$ là 2 (số mũ của x^2). Hãy xác định bậc của các hạng tử trong P.

HĐ2 Trong đa thức P, hạng tử nào có bậc cao nhất? Tìm hệ số và bậc của hạng tử đó.

HĐ3 Trong đa thức P, hạng tử nào có bậc bằng 0?

Hạng tử có *bậc cao nhất* và hạng tử bậc 0 có vai trò đặc biệt trong một đa thức. Ta có định nghĩa:

> Trong một đa thức thu gọn và khác đa thức *không*:
> - Bậc của hạng tử có bậc cao nhất gọi là bậc của đa thức đó.
> - Hệ số của hạng tử có bậc cao nhất gọi là hệ số cao nhất của đa thức đó.
> - Hệ số của hạng tử bậc 0 gọi là hệ số tự do của đa thức đó.

Chú ý

- Đa thức *không* là đa thức không có bậc.
- Trong một đa thức thu gọn, hệ số cao nhất phải khác 0 (các hệ số khác có thể bằng 0).
- Muốn tìm bậc của một đa thức chưa thu gọn, ta phải thu gọn đa thức đó.

? Một số khác 0 cũng là một đa thức. Vậy bậc của nó bằng bao nhiêu?

Ví dụ 3

Tìm bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức $P = -x^3 - 2x^2 + x^3 + 4x + 5$.

Giải

Trước hết ta thu gọn P:

$$\begin{aligned} P &= -x^3 - 2x^2 + x^3 + 4x + 5 \\ &= (-x^3 + x^3) - 2x^2 + 4x + 5 \\ &= -2x^2 + 4x + 5. \end{aligned}$$

Trong dạng thu gọn của P, hạng tử có bậc cao nhất là $-2x^2$ nên bậc của P là 2, hệ số cao nhất là -2; hạng tử bậc 0 là 5 nên hệ số tự do là 5.

Luyện tập 5

Xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của mỗi đa thức sau:

a) $5x^2 - 2x + 1 - 3x^4$; b) $1{,}5x^2 - 3{,}4x^4 + 0{,}5x^2 - 1$.

6 NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

Giá trị và nghiệm của một đa thức

Xét đa thức $G(x) = x^2 - 4$. Giá trị của biểu thức $G(x)$ tại $x = 3$ còn gọi là giá trị của đa thức $G(x)$ tại $x = 3$ và được kí hiệu là $G(3)$. Như vậy, ta có $G(3) = 3^2 - 4 = 5$.

HĐ4 Tính các giá trị $G(-2)$; $G(-1)$; $G(0)$; $G(1)$; $G(2)$.

HĐ5 Với giá trị nào của x thì $G(x)$ có giá trị bằng 0?

Nếu tại $x = a$, đa thức $F(x)$ có giá trị bằng 0, tức là $F(a) = 0$, thì ta gọi a (hoặc $x = a$) là một nghiệm của đa thức $F(x)$.

Ví dụ 4

a) $x = -3$ và $x = 0$ là hai nghiệm của đa thức $A(x) = 2x^2 + 6x$ vì

$$A(0) = 0 \text{ và } A(-3) = 2 \cdot (-3)^2 + 6 \cdot (-3) = 0.$$

b) Đa thức $B(x) = x^2 + 1$ không có nghiệm vì tại giá trị bất kì của x, ta luôn có $x^2 \geq 0$ nên $B(x) = x^2 + 1 \geq 1 > 0$.

Một đa thức có thể không có nghiệm hoặc có nhiều nghiệm.

Nhận xét

Nếu một đa thức có hệ số tự do bằng 0 thì $x = 0$ là một nghiệm của đa thức đó.

Chẳng hạn, trong ví dụ trên cho thấy đa thức $A(x) = 2x^2 + 6x$ có hệ số tự do bằng 0 và có nghiệm $x = 0$.

Luyện tập 6

1. Tính giá trị của đa thức $F(x) = 2x^2 - 3x - 2$ tại $x = -1$; $x = 0$; $x = 1$; $x = 2$. Từ đó hãy tìm một nghiệm của đa thức $F(x)$.

2. Tìm nghiệm của đa thức $E(x) = x^2 + x$.

Vận dụng

Trở lại *bài toán mở đầu*, hãy thực hiện các yêu cầu sau:

a) Xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức $H(x) = -5x^2 + 15x$.

b) Tại sao $x = 0$ là một nghiệm của đa thức $H(x)$? Kết quả đó nói lên điều gì?

c) Tính giá trị của $H(x)$ khi $x = 1$; $x = 2$ và $x = 3$ để tìm nghiệm khác 0 của $H(x)$. Nghiệm ấy có ý nghĩa gì? Từ đó hãy trả lời câu hỏi của bài toán.

BÀI TẬP

7.5. a) Tính $\left(\frac{1}{2}x^3\right) \cdot (-4x^2)$. Tìm hệ số và bậc của đơn thức nhận được.

b) Tính $\frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^3$. Tìm hệ số và bậc của đơn thức nhận được.

7.6. Cho hai đa thức:

$A(x) = x^3 + \frac{3}{2}x - 7x^4 + \frac{1}{2}x - 4x^2 + 9$ và $B(x) = x^5 - 3x^2 + 8x^4 - 5x^2 - x^5 + x - 7$.

a) Thu gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo luỹ thừa giảm của biến.

b) Tìm bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của mỗi đa thức đã cho.

7.7. Cho hai đa thức:

$P(x) = 5x^3 + 2x^4 - x^2 + 3x^2 - x^3 - 2x^4 - 4x^3$ và $Q(x) = 3x - 4x^3 + 8x^2 - 5x + 4x^3 + 5$.

a) Thu gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo luỹ thừa giảm của biến.

b) Sử dụng kết quả câu a để tính $P(1)$, $P(0)$, $Q(-1)$ và $Q(0)$.

7.8. Người ta dùng hai máy bơm để bơm nước vào một bể chứa nước. Máy thứ nhất bơm mỗi giờ được 22 m^3 nước. Máy thứ hai bơm mỗi giờ được 16 m^3 nước. Sau khi cả hai máy chạy trong x giờ, người ta tắt máy thứ nhất và để máy thứ hai chạy thêm 0,5 giờ nữa thì bể nước đầy.

Hãy viết đa thức (biến x) biểu thị dung tích của bể (m^3), biết rằng trước khi bơm, trong bể có 1,5 m^3 nước. Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức đó.

7.9. Viết đa thức $F(x)$ thoả mãn đồng thời các điều kiện sau:

- Bậc của $F(x)$ bằng 3.
- Hệ số của x^2 bằng hệ số của x và bằng 2.
- Hệ số cao nhất của $F(x)$ bằng –6 và hệ số tự do bằng 3.

7.10. Kiểm tra xem:

a) $x = -\frac{1}{8}$ có phải là nghiệm của đa thức $P(x) = 4x + \frac{1}{2}$ không?

b) Trong ba số 1; –1 và 2, số nào là nghiệm của đa thức $Q(x) = x^2 + x - 2$?

7.11. Mẹ cho Quỳnh 100 nghìn đồng. Quỳnh mua một bộ dụng cụ học tập có giá 37 nghìn đồng và một cuốn sách tham khảo môn Toán với giá x (nghìn đồng).

a) Hãy tìm đa thức (biến x) biểu thị số tiền Quỳnh còn lại (đơn vị: nghìn đồng). Tìm bậc của đa thức đó.

b) Sau khi mua sách thì Quỳnh tiêu vừa hết số tiền mẹ cho. Hỏi giá tiền của cuốn sách là bao nhiêu?

EM CÓ BIẾT?

- Mỗi đa thức bậc nhất với biến x đều có thể viết dưới dạng

$$ax + b \ (a, b \text{ là các số cho trước và } a \neq 0).$$

Do đó ta còn gọi đa thức bậc nhất là *nhị thức bậc nhất* (gọi là nhị thức vì đa thức này có hai hạng tử).

- Mỗi đa thức bậc hai với biến x đều có thể viết dưới dạng

$$ax^2 + bx + c \ (a, b \text{ và } c \text{ là các số cho trước và } a \neq 0).$$

Do đó ta còn gọi đa thức bậc hai là *tam thức bậc hai* (gọi là tam thức vì đa thức này có ba hạng tử).

Bài 26 PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Tổng, hiệu của hai đa thức	• Thực hiện các phép tính cộng, trừ hai đa thức. • Nhận biết các tính chất của phép cộng đa thức. • Vận dụng các tính chất của phép cộng đa thức trong tính toán.

Xét hai biểu thức số $A = 5 \cdot 7^2 + 2$ và $B = 7^2 - 12 \cdot 7$. Dựa vào tính chất các phép toán đối với các số, ta có:

$$\begin{aligned} A + B &= (5 \cdot 7^2 + 2) + (7^2 - 12 \cdot 7) \\ &= (5 \cdot 7^2 + 7^2) - 12 \cdot 7 + 2 \\ &= (5 + 1) \cdot 7^2 - 12 \cdot 7 + 2 \\ &= 6 \cdot 7^2 - 12 \cdot 7 + 2. \end{aligned}$$

Tương tự, ta cũng có thể thực hiện các phép tính cộng và trừ hai đa thức; kết quả của mỗi phép tính đó cũng là một đa thức. Trong bài này chúng ta sẽ tìm hiểu cách *cộng và trừ đa thức*.

1 CỘNG HAI ĐA THỨC MỘT BIẾN

Tổng của hai đa thức

Cho hai đa thức:

$$P = x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x \text{ và } Q = -x^3 + 4x^2 - 2x + 1.$$

Giả sử ta cần tìm *tổng*:

$$P + Q = (x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x) + (-x^3 + 4x^2 - 2x + 1).$$

Ta có thể trình bày phép cộng này theo một trong hai cách sau:

Cách 1. Bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các hạng tử cùng bậc:

$$\begin{aligned} &(x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x) + (-x^3 + 4x^2 - 2x + 1) \\ &= x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x - x^3 + 4x^2 - 2x + 1 && \leftarrow \text{Bỏ dấu ngoặc} \\ &= x^4 + (3x^3 - x^3) + (4x^2 - 5x^2) + (7x - 2x) + 1 && \leftarrow \text{Nhóm các hạng tử cùng bậc} \\ &= x^4 + 2x^3 - x^2 + 5x + 1. \end{aligned}$$

Vậy $P + Q = x^4 + 2x^3 - x^2 + 5x + 1$.

Cách 2. Đặt tính cộng sao cho các hạng tử cùng bậc đặt thẳng cột với nhau rồi cộng theo từng cột:

$$\begin{array}{rrrrrr}
 & x^4 & +\,3x^3 & -\,5x^2 & +\,7x & \\
+ & & -x^3 & +\,4x^2 & -\,2x & +\,1 \\
\hline
P + Q = & x^4 & +\,2x^3 & -\,x^2 & +\,5x & +\,1
\end{array}$$

Nếu một đa thức khuyết một hạng tử bậc nào đó thì hãy để một khoảng trống ứng với hạng tử đó.

? Tìm tổng của hai đa thức: $x^3 - 5x + 2$ và $x^3 - x^2 + 6x - 4$.

Chú ý

Phép cộng đa thức cũng có các tính chất như phép cộng các số thực. Cụ thể là:

– Tính chất *giao hoán*: $A + B = B + A$.

– Tính chất *kết hợp*: $(A + B) + C = A + (B + C)$.

– Cộng với đa thức không: $A + 0 = 0 + A = A$.

Luyện tập 1

Cho hai đa thức $M = 0{,}5x^4 - 4x^3 + 2x - 2{,}5$ và $N = 2x^3 + x^2 + 1{,}5$.

Hãy tính tổng $M + N$ (trình bày theo hai cách).

Vận dụng 1

Đặt tính cộng để tìm tổng của ba đa thức sau:

$A = 2x^3 - 5x^2 + x - 7$;

$B = x^2 - 2x + 6$;

$C = -x^3 + 4x^2 - 1$.

2 TRỪ HAI ĐA THỨC MỘT BIẾN

Hiệu của hai đa thức

Cho hai đa thức $P = x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x$ và $Q = -x^3 + 4x^2 - 2x + 1$.

Đối với phép trừ: $P - Q = (x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 7x) - (-x^3 + 4x^2 - 2x + 1)$, ta cũng có hai cách trình bày, tương tự như phép cộng hai đa thức.

Cụ thể, hãy thực hiện các hoạt động sau:

HĐ1 Tìm hiệu $P - Q$ bằng cách bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các hạng tử cùng bậc và thu gọn.

HĐ2 Tìm hiệu $P - Q$ bằng cách đặt tính trừ: đặt đa thức Q dưới đa thức P sao cho các hạng tử cùng bậc thẳng cột với nhau rồi trừ theo từng cột.

Luyện tập 2

Cho hai đa thức:

$$M = 0{,}5x^4 - 4x^3 + 2x - 2{,}5 \text{ và } N = 2x^3 + x^2 + 1{,}5.$$

Hãy tính hiệu $M - N$ (trình bày theo hai cách).

Chú ý. Tương tự như các số, đối với các đa thức P, Q, R, ta cũng có:

Nếu $Q + R = P$ thì $R = P - Q$.

Nếu $R = P - Q$ thì $Q + R = P$.

Vận dụng 2

Cho đa thức $A = x^4 - 3x^2 - 2x + 1$. Tìm các đa thức B và C sao cho:

$$A + B = 2x^5 + 5x^3 - 2;$$
$$A - C = x^3.$$

BÀI TẬP

7.12. Tìm tổng của hai đa thức sau bằng cách nhóm các hạng tử cùng bậc:

$$x^2 - 3x + 2 \text{ và } 4x^3 - x^2 + x - 1.$$

7.13. Tìm hiệu sau theo cách đặt tính trừ: $(-x^3 - 5x + 2) - (3x + 8)$.

7.14. Cho hai đa thức $A = 6x^4 - 4x^3 + x - \frac{1}{3}$ và $B = -3x^4 - 2x^3 - 5x^2 + x + \frac{2}{3}$.

Tính $A + B$ và $A - B$.

7.15. Cho các đa thức $A = 3x^4 - 2x^3 - x + 1$; $B = -2x^3 + 4x^2 + 5x$ và $C = -3x^4 + 2x^2 + 5$.

Tính $A + B + C$; $A - B + C$ và $A - B - C$.

7.16. Bạn Nam được phân công mua một số sách làm quà tặng trong buổi tổng kết cuối năm học của lớp. Nam dự định mua ba loại sách với giá bán như bảng sau. Giả sử Nam cần mua x cuốn sách khoa học, $x + 8$ cuốn sách tham khảo và $x + 5$ cuốn truyện tranh.

Loại sách	Giá bán một cuốn (đồng)
Truyện tranh	15 000
Sách tham khảo	12 500
Sách khoa học	21 500

a) Viết các đa thức biểu thị số tiền Nam phải trả cho từng loại sách.

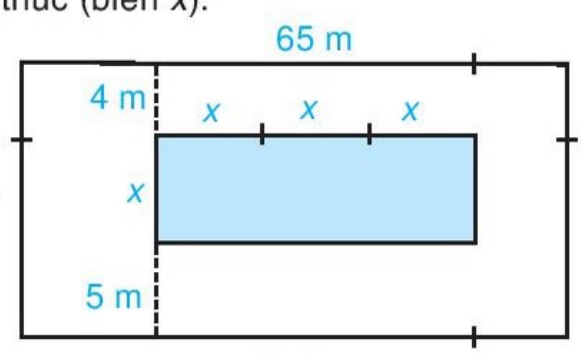
b) Tìm đa thức biểu thị tổng số tiền Nam phải trả để mua số sách đó.

7.17. Trên một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 65 m, người ta định làm một bể bơi có chiều rộng là x mét, chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Sơ đồ và kích thước cụ thể (tính bằng mét) được cho trong Hình 7.1. Tìm đa thức (biến x):

a) Biểu thị diện tích của bể bơi.

b) Biểu thị diện tích mảnh đất.

c) Biểu thị diện tích phần đất xung quanh bể bơi.



Hình 7.1

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Ba bạn Lan, Bình và Dung rủ nhau đến cửa hàng sách để mua sách cũ được bán đồng giá (nghĩa là các cuốn sách cũ trong cửa hàng đó đều được bán với cùng một giá). Lan mua 5 cuốn, Bình mua 3 cuốn, Dung mua 6 cuốn. Gọi x (đồng) là giá bán một cuốn sách cũ.

a) Tìm đa thức biểu thị tổng số tiền cả ba bạn phải trả.

b) Nếu mỗi cuốn sách cũ đều có giá là 30 000 đồng thì tổng số tiền cả ba bạn phải trả là bao nhiêu?

Giải. a) Lan mua 5 cuốn sách nên phải trả $5x$ (đồng).

Bình mua 3 cuốn nên phải trả $3x$ (đồng).

Dung mua 6 cuốn nên phải trả $6x$ (đồng).

Vậy đa thức biểu thị tổng số tiền cả ba bạn phải trả là:

$$T(x) = 5x + 3x + 6x = (5 + 3 + 6)x = 14x.$$

b) Nếu mỗi cuốn sách cũ có giá 30 000 đồng thì tổng số tiền cả ba bạn phải trả là giá trị của đa thức $T(x) = 14x$ tại $x = 30\,000$. Giá trị đó là:

$$T(30\,000) = 14 \cdot 30\,000 = 420\,000 \text{ (đồng)}.$$

Ví dụ 2

Cho hai đa thức $F = x^3 - x^2 - 3x - 5$ và $G = 3x^2 - 2x - 1$.

a) Gọi $H(x)$ là tổng của hai đa thức F và G. Tìm $H(x)$.

b) Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của $H(x)$.

c) Trong tập hợp $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$, những số nào là nghiệm của $H(x)$?

Giải

a) Ta có:
$$\begin{aligned} H(x) &= (x^3 - x^2 - 3x - 5) + (3x^2 - 2x - 1) \\ &= x^3 - x^2 - 3x - 5 + 3x^2 - 2x - 1 \\ &= x^3 + (-x^2 + 3x^2) + (-3x - 2x) + (-5 - 1) \\ &= x^3 + 2x^2 - 5x - 6. \end{aligned}$$

b) Hệ số cao nhất của $H(x)$ là 1; hệ số tự do của $H(x)$ là -6.

c) Để tính giá trị của $H(x)$ tại các giá trị đã cho của x ta lập bảng sau:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^3	-27	-8	-1	0	1	8	27
$2x^2$	18	8	2	0	2	8	18
$-5x$	15	10	5	0	-5	-10	-15
$H(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$	0	4	0	-6	-8	0	24

Trong đó, số ghi trong mỗi ô thuộc dòng cuối bằng tổng các số ở cùng cột và thuộc ba dòng không tô màu phía trên, cộng thêm -6.

Dựa vào bảng trên ta được:

$$H(-3) = 0;\quad H(-2) = 4;\quad H(-1) = 0;\quad H(0) = -6;$$
$$H(1) = -8;\quad H(2) = 0;\quad H(3) = 24.$$

Từ đó suy ra $x = -3$; $x = -1$ và $x = 2$ là ba nghiệm của đa thức $H(x)$.

BÀI TẬP

7.18. Cho các đơn thức: $2x^6$; $-5x^3$; $-3x^5$; x^3; $\frac{3}{5}x^2$; $-\frac{1}{2}x^2$; 8; $-3x$. Gọi A là tổng của các đơn thức đã cho.

a) Hãy thu gọn tổng A và sắp xếp các hạng tử để được một đa thức.

b) Tìm hệ số cao nhất, hệ số tự do và hệ số của x^2 của đa thức thu được.

7.19. Một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật được thiết kế với kích thước theo tỉ lệ:

Chiều cao : chiều rộng : chiều dài = 1 : 2 : 3.

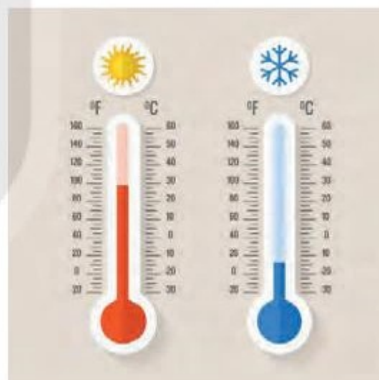
Trong bể hiện còn 0,7 m^3 nước. Gọi chiều cao của bể là x (mét).

Hãy viết đa thức biểu thị số mét khối nước cần phải bơm thêm vào bể để bể đầy nước. Xác định bậc của đa thức đó.

7.20. Ngoài thang nhiệt độ Celsius (độ C), nhiều nước còn dùng thang nhiệt độ Fahrenheit, gọi là độ F để đo nhiệt độ trong dự báo thời tiết. Muốn tính xem x°C tương ứng với bao nhiêu độ F, ta dùng công thức:

$$T(x) = 1{,}8x + 32.$$

Chẳng hạn, 0°C tương ứng với $T(0) = 32$ (°F).



a) Hỏi 0°F tương ứng với bao nhiêu độ C?

b) Nhiệt độ vào một ngày mùa hè ở Hà Nội là 35°C. Nhiệt độ đó tương ứng với bao nhiêu độ F?

c) Nhiệt độ vào một ngày mùa đông ở New York (Mỹ) là 41°F. Nhiệt độ đó tương ứng với bao nhiêu độ C?

7.21. Cho hai đa thức $P = -5x^4 + 3x^3 + 7x^2 + x - 3$ và $Q = 5x^4 - 4x^3 - x^2 + 3x + 3$.

a) Xác định bậc của mỗi đa thức $P + Q$ và $P - Q$.

b) Tính giá trị của mỗi đa thức $P + Q$ và $P - Q$ tại $x = 1$; $x = -1$.

c) Đa thức nào trong hai đa thức $P + Q$ và $P - Q$ có nghiệm là $x = 0$?

7.22. Một xe khách đi từ Hà Nội lên Yên Bái (trên đường cao tốc Hà Nội – Lào Cai) với vận tốc 60 km/h. Sau đó 25 phút, một xe du lịch cũng đi từ Hà Nội lên Yên Bái (đi cùng đường với xe khách) với vận tốc 85 km/h. Cả hai xe đều không nghỉ dọc đường.

a) Gọi $D(x)$ là đa thức biểu thị quãng đường xe du lịch đi được và $K(x)$ là đa thức biểu thị quãng đường xe khách đi được kể từ khi xuất phát cho đến khi xe du lịch đi được x giờ. Tìm $D(x)$ và $K(x)$.

b) Chứng tỏ rằng đa thức $f(x) = K(x) - D(x)$ có nghiệm là $x = 1$. Hãy giải thích ý nghĩa nghiệm $x = 1$ của đa thức $f(x)$.

Bài 27 PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Tích của hai đa thức	• Thực hiện các phép tính nhân hai đa thức cùng biến. • Nhận biết và vận dụng các tính chất của các phép tính về đa thức trong tính toán.

Bài toán đoán tuổi.

Em hãy:

– Lấy tuổi của mình cộng với 1 rồi bình phương lên. Số nhận được gọi là kết quả thứ nhất.

– Lại lấy tuổi của mình trừ đi 1 rồi bình phương lên. Số nhận được gọi là kết quả thứ hai.

– Lấy kết quả thứ nhất trừ đi kết quả thứ hai và cho anh biết kết quả cuối cùng.

Anh sẽ đoán được tuổi của em.

Không biết anh Pi làm thế nào nhỉ? Học xong bài này em sẽ khám phá được bí mật đó.

1 NHÂN ĐƠN THỨC VỚI ĐA THỨC

Quy tắc nhân đơn thức với đa thức

HĐ1 Hãy nhắc lại cách nhân hai đơn thức và tính $(12x^3) \cdot (-5x^2)$.

HĐ2 Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng, hãy tìm tích $2x \cdot (3x^2 - 8x + 1)$ bằng cách nhân $2x$ với từng hạng tử của đa thức $3x^2 - 8x + 1$ rồi cộng các tích tìm được.

Tổng quát, ta có quy tắc sau:

> Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.

Ví dụ 1

Tính $(-2x^3)\cdot\left(\frac{1}{2}x^2 + 3x - 5\right)$.

Giải

Ta có: $(-2x^3)\cdot\left(\frac{1}{2}x^2 + 3x - 5\right) = (-2x^3)\cdot\left(\frac{1}{2}x^2\right) + (-2x^3)\cdot(3x) + (-2x^3)\cdot(-5)$

$= -x^5 - 6x^4 + 10x^3.$

Luyện tập 1

Tính $(-2x^2) \cdot (3x - 4x^3 + 7 - x^2)$.

Vận dụng 1

a) Rút gọn biểu thức $P(x) = 7x^2(x^2 - 5x + 2) - 5x(x^3 - 7x^2 + 3x)$.

b) Tính giá trị của biểu thức $P(x)$ khi $x = -\dfrac{1}{2}$.

Thử thách nhỏ

Rút gọn biểu thức $x^3(x + 2) - x(x^3 + 2^3) - 2x(x^2 - 2^2)$.

2 NHÂN ĐA THỨC VỚI ĐA THỨC

Nhân hai đa thức tuỳ ý

HĐ3 Tính $(2x - 3) \cdot (x^2 - 5x + 1)$ bằng cách thực hiện các bước sau:

Bước 1. Nhân $2x$ với đa thức $x^2 - 5x + 1$.

Bước 2. Nhân -3 với đa thức $x^2 - 5x + 1$.

Bước 3. Cộng các đa thức thu được ở hai bước trên và thu gọn.

Kết quả thu được là *tích* của đa thức $2x - 3$ với đa thức $x^2 - 5x + 1$.

Tổng quát, ta có quy tắc sau:

> Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

Ví dụ 2

Thực hiện phép nhân: $(x + 3) \cdot (2x^2 - 3x - 5)$.

Giải

$$\begin{aligned}(x + 3) \cdot (2x^2 - 3x - 5) &= x \cdot (2x^2 - 3x - 5) + 3 \cdot (2x^2 - 3x - 5)\\ &= x \cdot 2x^2 + x \cdot (-3x) + x \cdot (-5) + 3 \cdot 2x^2 + 3 \cdot (-3x) + 3 \cdot (-5)\\ &= 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6x^2 - 9x - 15\\ &= 2x^3 - 3x^2 + 6x^2 - 5x - 9x - 15 && \leftarrow \text{Đổi chỗ}\\ &= 2x^3 - (3x^2 - 6x^2) - (5x + 9x) - 15 && \leftarrow \text{Nhóm các hạng tử cùng bậc}\\ &= 2x^3 + 3x^2 - 14x - 15.\end{aligned}$$

Chú ý

- Ta có thể trình bày phép nhân trên bằng cách đặt tính nhân:

$$\begin{array}{rrrrl} \times & & 2x^2 & -\ 3x & -\ 5 \\ & & & x & +\ 3 \\ \hline & & 6x^2 & -\ 9x & -\ 15 \quad \leftarrow \text{Nhân 3 với } 2x^2 - 3x - 5 \\ + & 2x^3 & -\ 3x^2 & -\ 5x & \quad\quad\ \ \leftarrow \text{Nhân } x \text{ với } 2x^2 - 3x - 5 \\ \hline & 2x^3 & +\ 3x^2 & -\ 14x & -\ 15 \end{array}$$

Khi nhân các hạng tử ở dòng dưới với đa thức ở dòng trên, bạn nên nhân các hạng tử theo thứ tự từ bậc thấp đến bậc cao.

Khi trình bày theo cách này ta cần:

– Nhân lần lượt mỗi hạng tử ở dòng dưới với đa thức ở dòng trên và viết kết quả trong một dòng riêng.

– Viết các dòng sao cho các hạng tử cùng bậc thẳng cột với nhau (để thực hiện phép cộng theo cột).

- Phép nhân đa thức cũng có các tính chất:
  - *Giao hoán*: $A \cdot B = B \cdot A$.
  - *Kết hợp*: $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.
  - *Phân phối đối với phép cộng*: $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$.

Luyện tập 2

Tính $(x^3 - 2x^2 + x - 1)(3x - 2)$. Trình bày lời giải theo hai cách.

Vận dụng 2

Rút gọn biểu thức $(x - 2)(2x^3 - x^2 + 1) + (x - 2)x^2(1 - 2x)$.

Vận dụng 3 Trở lại *bài toán đoán tuổi*, để giải thích bí mật trong bài toán đoán tuổi của anh Pi, em hãy thực hiện các yêu cầu sau:

- Gọi x là tuổi cần đoán. Tìm hai đa thức (biến x) biểu thị kết quả thứ nhất và kết quả thứ hai.
- Tìm đa thức biểu thị kết quả cuối cùng.

Từ đó hãy nêu cách tìm x.

BÀI TẬP

7.23. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $6x^2 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 5x - 4)$;

b) $(-1{,}2x^2) \cdot (2{,}5x^4 - 2x^3 + x^2 - 1{,}5)$.

7.24. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $4x^2(5x^2 + 3) - 6x(3x^3 - 2x + 1) - 5x^3(2x - 1)$;

b) $\frac{3}{2}x\left(x^2 - \frac{2}{3}x + 2\right) - \frac{5}{3}x^2\left(x + \frac{6}{5}\right)$.

7.25. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $(x^2 - x) \cdot (2x^2 - x - 10)$;

b) $(0{,}2x^2 - 3x) \cdot 5(x^2 - 7x + 3)$.

7.26.

a) Tính $(x^2 - 2x + 5) \cdot (x - 2)$.

b) Từ đó hãy suy ra kết quả của phép nhân $(x^2 - 2x + 5) \cdot (2 - x)$. Giải thích cách làm.

7.27. Giả sử ba kích thước của một hình hộp chữ nhật là x; $x + 1$; $x - 1$ (cm) với $x > 1$. Tìm đa thức biểu thị thể tích (đơn vị: cm^3) của hình hộp chữ nhật đó.

7.28. Thực hiện các phép nhân hai đa thức sau:

a) $5x^3 - 2x^2 + 4x - 4$ và $x^3 + 3x^2 - 5$;

b) $-2{,}5x^4 + 0{,}5x^2 + 1$ và $4x^3 - 2x + 6$.

7.29. Người ta dùng những chiếc cọc để rào một mảnh vườn hình chữ nhật sao cho mỗi góc vườn đều có một chiếc cọc và hai cọc liên tiếp cắm cách nhau 0,1 m. Biết rằng số cọc dùng để rào hết chiều dài của vườn nhiều hơn số cọc dùng để rào hết chiều rộng là 20 chiếc. Gọi số cọc dùng để rào hết chiều rộng là x. Tìm đa thức biểu thị diện tích của mảnh vườn đó.

Bài 28 PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Phép chia hết • Phép chia có dư • Thương, dư (trong phép chia đa thức)	• Thực hiện các phép tính chia hai đa thức một biến. • Nhận biết và vận dụng các tính chất của các phép tính về đa thức trong tính toán.

Bài toán: Tìm đa thức P sao cho $A = B \cdot P$, trong đó

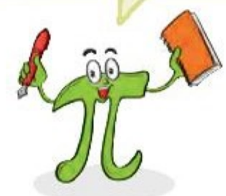
$$A = 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$$

và $B = x^2 - 2$.

Mình nghĩ mãi mà chưa giải được bài toán này. Vuông có cách nào giải không?

Ừ nhỉ! nếu A và B là hai số thì chỉ việc lấy A chia cho B là xong nhưng A và B lại là hai đa thức.

Cũng thế thôi các em ạ. Trước hết các em phải tìm hiểu cách chia hai đa thức.



1 LÀM QUEN VỚI PHÉP CHIA ĐA THỨC

Phép chia hết

1. Xét hai đơn thức $6x^4$ và $-2x^3$, ta thấy $6x^4 = (-2x^3) \cdot (-3x)$.
Từ đó, tương tự như đối với các số, ta cũng có thể viết:

$$6x^4 : (-2x^3) = -3x, \text{ hay } \frac{6x^4}{-2x^3} = -3x$$

và nói rằng đó là một *phép chia hết*.

2. Một cách tổng quát, cho hai đa thức A và B với $B \neq 0$. Nếu có một đa thức Q sao cho $A = B \cdot Q$ thì ta có phép chia hết:

$$A : B = Q \text{ hay } \frac{A}{B} = Q, \text{ trong đó:}$$

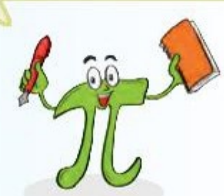
A là *đa thức bị chia*;

B là *đa thức chia*;

Q là *đa thức thương* (gọi tắt là *thương*).

Khi đó ta còn nói đa thức A *chia hết cho* đa thức B.

Kí hiệu $B \neq 0$ có nghĩa B không phải là *đa thức không*.



3. Để thực hiện phép chia $6x^4$ cho $(-2x^3)$, ta làm như sau:

- Chia hai hệ số: $6 : (-2) = -3$.
- Chia hai luỹ thừa của biến: $x^4 : x^3 = x$.
- Nhân hai kết quả trên, ta tìm được thương là $-3x$.

Khi nào thì ax^n chia hết cho bx^m?

HĐ1 Tìm thương của mỗi phép chia hết sau:

a) $12x^3 : 4x$; b) $(-2x^4) : x^4$; c) $2x^5 : 5x^2$.

HĐ2 Giả sử $x \neq 0$. Hãy cho biết:

a) Với điều kiện nào (của hai số mũ) thì thương hai luỹ thừa của x cũng là một luỹ thừa của x với số mũ nguyên dương?

b) Thương hai luỹ thừa của x cùng bậc bằng bao nhiêu?

Cho hai đơn thức ax^m và bx^n ($m, n \in \mathbb{N}$; $a, b \in \mathbb{R}$ và $b \neq 0$). Khi đó nếu $m \geq n$ thì phép chia ax^m cho bx^n là *phép chia hết* và ta có:

$$ax^m : bx^n = \frac{a}{b}x^{m-n} \text{ (quy ước: } x^0 = 1).$$

Luyện tập 1

Thực hiện các phép chia sau:

a) $3x^7 : \frac{1}{2}x^4$; b) $(-2x) : x$; c) $0{,}25x^5 : (-5x^2)$.

2 CHIA ĐA THỨC CHO ĐA THỨC, TRƯỜNG HỢP CHIA HẾT

Cách đặt tính chia

Để chia đa thức $A = 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3$ cho đa thức $B = x^2 - 4x - 3$, ta làm như sau:

Bước 1. Đặt tính chia tương tự chia hai số tự nhiên. Lấy hạng tử bậc cao nhất của A chia cho hạng tử bậc cao nhất của B:

$$2x^4 : x^2 = 2x^2.$$

Bước 2. Lấy A trừ đi tích $B \cdot (2x^2)$, ta được dư thứ nhất là $-5x^3 + 21x^2 + 11x - 3$:

$$\begin{array}{r r|l l}
 & 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3 & x^2 - 4x - 3 & \\
B \cdot (2x^2) \rightarrow & - \quad 2x^4 - 8x^3 - 6x^2 \qquad\qquad & 2x^2 & \leftarrow 2x^4 : x^2 = 2x^2 \\ \cline{2-2}
A - B \cdot (2x^2) \rightarrow & -5x^3 + 21x^2 + 11x - 3 & & \\
 & \text{(Dư thứ nhất)} & &
\end{array}$$

Bước 3. Lấy hạng tử bậc cao nhất của dư thứ nhất chia cho hạng tử bậc cao nhất của B:

$$(-5x^3) : x^2 = -5x.$$

Bước 4. Lấy dư thứ nhất trừ đi tích $B \cdot (-5x)$, ta được dư thứ hai là $x^2 - 4x - 3$:

$$\begin{array}{r l|l l}
 & -\,\begin{array}{r}2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3\\ 2x^4 - 8x^3 - 6x^2\end{array} & \begin{array}{l}x^2 - 4x - 3\\ \hline 2x^2 - 5x\end{array} & \leftarrow (-5x^3) : x^2 = -5x\\
\hline
 & -\,\begin{array}{r}-5x^3 + 21x^2 + 11x - 3\end{array} & & \\
B \cdot (-5x) \rightarrow & \begin{array}{r}-5x^3 + 20x^2 + 15x\end{array} & & \\
\hline
(\text{Dư thứ nhất}) - B \cdot (-5x) \rightarrow & \begin{array}{r}x^2 - 4x - 3\end{array} & & \\
 & (\text{Dư thứ hai}) & &
\end{array}$$

Bước 5. Làm tương tự như trên, ta được:

$$\begin{array}{r|l}
-\,\begin{array}{r}2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3\\ 2x^4 - 8x^3 - 6x^2\end{array} & \begin{array}{l}x^2 - 4x - 3\\ \hline 2x^2 - 5x + 1\end{array}\\
\hline
-\,\begin{array}{r}-5x^3 + 21x^2 + 11x - 3\\ -5x^3 + 20x^2 + 15x\end{array} & \\
\hline
-\,\begin{array}{r}x^2 - 4x - 3\\ x^2 - 4x - 3\end{array} & \\
\hline
0 &
\end{array}$$

Dư cuối cùng bằng 0 nên quá trình chia kết thúc.

Ta được thương là đa thức $2x^2 - 5x + 1$.

? Kiểm tra lại rằng ta có phép chia hết $A : B = 2x^2 - 5x + 1$, nghĩa là xảy ra:

$$A = B \cdot (2x^2 - 5x + 1).$$

Chú ý. Khi chia đa thức cho một đơn thức thì ta có thể không cần đặt tính chia. Cách làm như trong ví dụ sau:

$$\begin{aligned}
&(-6x^5 + 7x^4 - 6x^3) : 3x^3\\
&= (-6x^5 : 3x^3) + (7x^4 : 3x^3) + (-6x^3 : 3x^3)\\
&= -2x^2 + \frac{7}{3}x - 2.
\end{aligned}$$

Luyện tập 2

Thực hiện phép chia: a) $(-x^6 + 5x^4 - 2x^3) : 0{,}5x^2$.

b) $(9x^2 - 4) : (3x + 2)$.

Viết đa thức bị chia là: $9x^2 + 0x - 4$ sẽ dễ làm hơn.

Vận dụng

Em hãy giải bài toán trong *tình huống mở đầu*.

3 CHIA ĐA THỨC CHO ĐA THỨC, TRƯỜNG HỢP CHIA CÓ DƯ

Phép chia có dư

Bốn bước đầu tiên khi chia đa thức $D = 5x^3 - 3x^2 - x + 7$ cho đa thức $E = x^2 + 1$ được viết gọn như sau:

$$
\begin{array}{l|l}
\begin{array}{lrrrr}
 & -\,5x^3 & -\,3x^2 & -\,x & +\,7 \\
 & 5x^3 & & +\,5x & \\
\hline
\text{(Dư thứ nhất)} & & -\,-3x^2 & -\,6x & +\,7 \\
 & & -3x^2 & & -\,3 \\
\hline
\text{(Dư thứ hai)} & & & -6x & +\,10
\end{array}
&
\begin{array}{l}
x^2 + 1 \\
\hline
5x - 3
\end{array}
\end{array}
$$

Nếu đa thức ở một dòng khuyết một hạng tử bậc nào đó thì hãy để một khoảng trống ứng với hạng tử đó.

HĐ3 Hãy mô tả lại các bước đã thực hiện trong phép chia đa thức D cho đa thức E.

HĐ4 Kí hiệu dư thứ hai là $G = -6x + 10$. Đa thức này có bậc bằng 1. Lúc này phép chia có thể tiếp tục được không? Vì sao?

HĐ5 Hãy kiểm tra lại đẳng thức: $D = E \cdot (5x - 3) + G$.

Phép chia đa thức D cho đa thức E trong trường hợp này được gọi là *phép chia có dư* với *đa thức thương* là $5x - 3$ và *đa thức dư* là G.

> Khi chia đa thức A cho đa thức B:
> - Đa thức dư R phải bằng 0 hoặc có bậc nhỏ hơn bậc của B.
> - Nếu thương là đa thức Q, dư là R thì ta có đẳng thức $A = BQ + R$.

Luyện tập 3

Tìm dư R và thương Q trong phép chia đa thức $A = 3x^4 - 6x - 5$ cho đa thức $B = x^2 + 3x - 1$ rồi viết A dưới dạng $A = B \cdot Q + R$.

Thử thách nhỏ

Đố Vuông tìm được dư trong phép chia $x^3 - 3x^2 + x - 1$ cho $x^2 - 3x$.

Mình chỉ nhìn qua cũng biết được dư là $x - 1$.

Em có biết tại sao Vuông làm nhanh thế không?

BÀI TẬP

7.30. Tính:

a) $8x^5 : 4x^3$;

b) $120x^7 : (-24x^5)$;

c) $\frac{3}{4}(-x)^3 : \frac{1}{8}x$;

d) $-3{,}72x^4 : (-4x^2)$.

7.31. Thực hiện các phép chia đa thức sau:

a) $(-5x^3 + 15x^2 + 18x) : (-5x)$;

b) $(-2x^5 - 4x^3 + 3x^2) : 2x^2$.

7.32. Thực hiện các phép chia đa thức sau bằng cách đặt tính chia:

a) $(6x^3 - 2x^2 - 9x + 3) : (3x - 1)$;

b) $(4x^4 + 14x^3 - 21x - 9) : (2x^2 - 3)$.

7.33. Thực hiện phép chia $0{,}5x^5 + 3{,}2x^3 - 2x^2$ cho $0{,}25x^n$ trong mỗi trường hợp sau:

a) $n = 2$;

b) $n = 3$.

7.34. Trong mỗi trường hợp sau đây, tìm thương $Q(x)$ và dư $R(x)$ trong phép chia $F(x)$ cho $G(x)$ rồi biểu diễn $F(x)$ dưới dạng:

$$F(x) = G(x) \cdot Q(x) + R(x).$$

a) $F(x) = 6x^4 - 3x^3 + 15x^2 + 2x - 1$; $G(x) = 3x^2$.

b) $F(x) = 12x^4 + 10x^3 - x - 3$; $G(x) = 3x^2 + x + 1$.

7.35. Bạn Tâm lúng túng khi muốn tìm thương và dư trong phép chia đa thức $21x - 4$ cho $3x^2$. Em có thể giúp bạn Tâm được không?

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Cho một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là x; $x + 1$ và $x + 2$ ($x > 0$).

a) Chứng tỏ rằng biểu thức biểu thị thể tích của hình hộp chữ nhật đã cho là một đa thức bậc ba.

b) Chứng tỏ rằng biểu thức biểu thị diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật đã cho là một đa thức bậc hai.

Giải

a) Thể tích của hình hộp đã cho là:

$$V = x(x + 1)(x + 2) = x(x^2 + 3x + 2) = x^3 + 3x^2 + 2x.$$

Ta nhận được V là một đa thức bậc ba.

b) Ta đã biết hình hộp chữ nhật có 6 mặt là 6 hình chữ nhật, trong đó:

- Hai mặt có kích thước x và $x + 1$. Tổng diện tích của chúng là $2x(x + 1)$.
- Hai mặt có kích thước $x + 1$ và $x + 2$. Tổng diện tích của chúng là $2(x + 1)(x + 2)$.
- Hai mặt có kích thước x và $x + 2$. Tổng diện tích của chúng là $2x(x + 2)$.

Vậy diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật đã cho là:

$$\begin{aligned} S &= 2x(x + 1) + 2(x + 1)(x + 2) + 2x(x + 2) \\ &= 2(x^2 + x) + 2(x^2 + 2x + x + 2) + 2(x^2 + 2x) \\ &= 2x^2 + 2x + 2x^2 + 4x + 2x + 4 + 2x^2 + 4x \\ &= (2x^2 + 2x^2 + 2x^2) + (2x + 6x + 4x) + 4 \\ &= 6x^2 + 12x + 4. \end{aligned}$$

Ta có S là một đa thức bậc hai.

Ví dụ 2

Với giá trị nào của m trong các giá trị cho sau đây thì phép chia đa thức $3x^2 + 7x - 11m$ cho đa thức $x - 5$ là phép chia hết?

a) $m = 0$.

b) $m = 10$.

Giải. Thực hiện phép chia bằng cách đặt tính chia:

$$\begin{array}{rl|l} - & 3x^2 + 7x - 11m & x - 5 \\ \cline{3-3} & 3x^2 - 15x & 3x + 22 \\ \cline{2-2} - & 22x - 11m & \\ & 22x \quad - 110 & \\ \cline{2-2} & -11m + 110 & \end{array}$$

a) Khi $m = 0$ thì đa thức dư $-11m + 110$ bằng 110 (khác 0) nên ta không có phép chia hết.

b) Khi $m = 10$ thì đa thức dư $-11m + 110$ bằng 0 nên ta có phép chia hết. Từ đó suy ra $m = 10$.

BÀI TẬP

7.36. Rút gọn biểu thức sau:

$$(5x^3 - 4x^2) : 2x^2 + (3x^4 + 6x) : 3x - x(x^2 - 1).$$

7.37. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $2x(x + 3) - 3x^2(x + 2) + x(3x^2 + 4x - 6)$;

b) $3x(2x^2 - x) - 2x^2(3x + 1) + 5(x^2 - 1)$.

7.38. Tìm giá trị của x, biết rằng:

a) $3x^2 - 3x(x - 2) = 36$.

b) $5x(4x^2 - 2x + 1) - 2x(10x^2 - 5x + 2) = -36$.

7.39. Thực hiện các phép tính sau:

a) $(x^3 - 8) : (x - 2)$;

b) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$.

7.40. Trong một trò chơi ở câu lạc bộ Toán học, chủ trò viết lên bảng biểu thức:

$$P(x) = x^2(7x - 5) - (28x^5 - 20x^4 - 12x^3) : 4x^2.$$

Luật chơi là sau khi chủ trò đọc một số a nào đó, các đội chơi phải tính giá trị của $P(x)$ tại $x = a$. Đội nào tính đúng và tính nhanh nhất thì thắng cuộc.

Khi chủ trò vừa đọc $a = 5$, Vuông đã tính ngay được $P(a) = 15$ và thắng cuộc. Em có biết Vuông làm cách nào không?

7.41. Tìm số b sao cho đa thức $x^3 - 3x^2 + 2x - b$ chia hết cho đa thức $x - 3$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VII

7.42. Một hãng taxi quy định giá cước như sau: 0,5 km đầu tiên giá 8 000 đồng; tiếp theo cứ mỗi kilômét giá 11 000 đồng. Giả sử một người thuê xe đi x (kilômét).

a) Chứng tỏ rằng biểu thức biểu thị số tiền mà người đó phải trả là một đa thức. Tìm bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức đó.

b) Giá trị của đa thức tại $x = 9$ nói lên điều gì?

7.43. Cho đa thức bậc hai $F(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b và c là những số với $a \neq 0$.

a) Cho biết $a + b + c = 0$. Giải thích tại sao $x = 1$ là một nghiệm của $F(x)$.

b) Áp dụng, hãy tìm một nghiệm của đa thức bậc hai $2x^2 - 5x + 3$.

7.44. Cho đa thức $A = x^4 + x^3 - 2x - 2$.

a) Tìm đa thức B sao cho $A + B = x^3 + 3x + 1$.

b) Tìm đa thức C sao cho $A - C = x^5$.

c) Tìm đa thức D, biết rằng $D = (2x^2 - 3) \cdot A$.

d) Tìm đa thức P sao cho $A = (x + 1) \cdot P$.

e) Có hay không một đa thức Q sao cho $A = (x^2 + 1) \cdot Q$?

7.45. Cho đa thức $P(x)$. Giải thích tại sao nếu có đa thức $Q(x)$ sao cho $P(x) = (x - 3) \cdot Q(x)$ (tức là $P(x)$ chia hết cho $x - 3$) thì $x = 3$ là một nghiệm của $P(x)$.

7.46. Hai bạn Tròn và Vuông tranh luận với nhau như sau:

Đa thức $M(x) = x^3 + 1$ có thể viết được thành tổng của hai đa thức bậc hai.

Không thể như thế được. Nhưng $M(x)$ có thể viết được thành tổng của hai đa thức bậc bốn.

Hãy cho biết ý kiến của em và nêu một ví dụ minh hoạ.

Chương VIII
LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

XÁC SUẤT

Trong cuộc sống, ta thường gặp những sự kiện, hiện tượng mà ta không thể nói trước là có xảy ra hay không xảy ra. Trong chương này các em sẽ bước đầu làm quen với những sự kiện, hiện tượng như vậy và việc đo lường khả năng xảy ra của chúng.

Việt Nam có xác suất 4,44% dành vé dự World Cup 2022 (Theo VnExpress ngày 16-6-2021)

Bài 29 LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Biến cố • Biến cố ngẫu nhiên • Biến cố chắc chắn • Biến cố không thể	• Làm quen với khái niệm biến cố ngẫu nhiên, biến cố chắc chắn, biến cố không thể trong một số ví dụ đơn giản.

Phó chủ tịch UBND tỉnh Quảng Nam trả lời phỏng vấn: "Dự báo chính xác thời điểm xảy ra sạt lở đất do mưa lớn tại huyện Nam Trà My là không thể".

(Theo *VnExpress*, *ngày 10-11-2020*)

Có các sự kiện, hiện tượng ta không thể biết trước được nó có xảy ra hay không, như hiện tượng "xảy ra sạt lở đất sau mưa lớn".

Nhưng cũng có các sự kiện, hiện tượng ta có thể biết trước được chắc chắn nó có xảy ra hay không xảy ra đấy!

Trong bài học này, chúng ta cùng tìm hiểu về các sự kiện, hiện tượng đó nhé!

Biến cố

Đọc các sự kiện, hiện tượng sau và thực hiện HĐ1, HĐ2.

① Mức nước lũ trên sông Hồng trong tháng Bảy sang năm trên mức báo động 3.

② Ngày mai, Mặt Trời mọc ở phía tây.

③ Có sáu cơn bão đổ bộ vào nước ta trong năm tới.

④ Khi gieo hai con xúc xắc thì số chấm xuất hiện trên cả hai con xúc xắc đều là 6.

⑤ Khi gieo một con xúc xắc thì số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bé hơn 7.

HĐ1 Tìm các sự kiện, hiện tượng *không thể* biết trước được chắc chắn có xảy ra hay không xảy ra.

HĐ2 Tìm các sự kiện, hiện tượng *có thể* biết trước được chắc chắn có xảy ra hay không xảy ra.

- Các hiện tượng, sự kiện trong tự nhiên, cuộc sống được gọi chung là **biến cố**.
- **Biến cố chắc chắn** là biến cố biết trước được luôn xảy ra.
- **Biến cố không thể** là biến cố biết trước được không bao giờ xảy ra.
- **Biến cố ngẫu nhiên** là biến cố không thể biết trước được có xảy ra hay không.

? Trong HĐ1 và HĐ2, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?

Ví dụ 1

Trong các biến cố sau, em hãy chỉ ra biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên.

A: "Trong điều kiện thường, nước đun đến 100 °C sẽ sôi".

B: "Tháng Hai năm sau có 31 ngày".

C: "Khi gieo hai con xúc xắc thì tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 8".

Giải

- Biến cố A là biến cố chắc chắn vì nó luôn xảy ra.
- Biến cố B là biến cố không thể vì nó không bao giờ xảy ra.
- Biến cố C là biến cố ngẫu nhiên vì ta không biết trước nó có xảy ra hay không.

Chẳng hạn, biến cố C xảy ra nếu số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là (2; 6) và không xảy ra nếu số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là (5; 5).

Luyện tập 1

Chọn từ thích hợp (ngẫu nhiên, chắc chắn, không thể) thay vào dấu "?" để được câu đúng.

❶ Vuông và Tròn mỗi người gieo một con xúc xắc.

Biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lớn hơn 1" là biến cố ...?...

Biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7" là biến cố ...?...

❷ Một túi đựng các quả cầu được ghi số 3; 6; 9; 12; 15; 18; 24. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong túi.

Biến cố "Lấy được quả cầu có ghi số chia hết cho 3" là biến cố ...?...

Biến cố "Lấy được quả cầu có ghi số chia hết cho 7" là biến cố ...?...

Ví dụ 2

Trong một chiếc hộp có bốn tấm thẻ được ghi số 1; 2; 3; 6. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp. Xét ba biến cố sau:

A: "Rút được thẻ ghi số là số nguyên tố".

B: "Rút được thẻ ghi số nhỏ hơn 7".

C: "Rút được thẻ ghi số lớn hơn 10".

Biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?

Giải

• Biến cố *B* là biến cố chắc chắn vì ta luôn rút được thẻ ghi một trong các số 1; 2; 3; 6, đều là các số nhỏ hơn 7.

• Biến cố *C* là biến cố không thể vì ta chỉ rút được thẻ ghi một trong các số 1; 2; 3; 6, đều là các số nhỏ hơn 10.

• Biến cố *A* là biến cố ngẫu nhiên vì ta không chắc chắn sẽ rút được thẻ ghi số nào. Chẳng hạn, nếu ta rút được thẻ ghi số 2 thì biến cố *A* xảy ra; rút được thẻ ghi số 6 thì biến cố *A* không xảy ra.

Luyện tập 2

Lan tham gia trò chơi *Vòng quay may mắn* như Hình 8.1.

Xét ba biến cố sau:

A: "Lan quay vào ô có số điểm lớn hơn 500 điểm".

B: "Lan quay vào ô có số điểm nhỏ hơn 100 điểm".

C: "Lan quay vào ô có số điểm là số tròn trăm".

Biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?

Hình 8.1

Thử thách nhỏ

Cho hai chiếc túi kín *I*, *II* đựng một số viên bi có cùng kích thước, trong đó tất cả các viên bi ở túi *I* có màu đen. Người chơi lấy ngẫu nhiên từ mỗi túi một viên bi và sẽ thắng cuộc nếu trong hai viên bi lấy ra có viên bi màu đỏ. Trong túi *II* cần có những viên bi màu gì để biến cố "Người chơi thắng" là:

a) Biến cố chắc chắn;

b) Biến cố không thể;

c) Biến cố ngẫu nhiên?

BÀI TẬP

8.1. Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi trong một túi đựng 5 viên bi trắng và 5 viên bi đen có cùng kích thước. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể hay biến cố ngẫu nhiên?

A: "Minh lấy được viên bi màu trắng".

B: "Minh lấy được viên bi màu đen".

C: "Minh lấy được viên bi màu trắng hoặc màu đen".

D: "Minh lấy được viên bi màu đỏ".

8.2. Có hai chiếc hộp, mỗi hộp đựng 6 tấm thẻ ghi các số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi hộp. Thay dấu "?" bằng các từ thích hợp trong các từ sau: chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên.

Biến cố	Loại biến cố
Chênh lệch giữa hai số ghi trên hai tấm thẻ bé hơn 3	?
Tổng các số ghi trên hai tấm thẻ bằng 7	?
Tổng các số ghi trên hai tấm thẻ lớn hơn 1	?
Chênh lệch giữa hai số ghi trên hai tấm thẻ bằng 6	?

8.3. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp {2; 3; 5; 6; 7; 8; 10}. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể hay biến cố ngẫu nhiên?

A: "Số được chọn là số nguyên tố".

B: "Số được chọn là số bé hơn 11".

C: "Số được chọn là số chính phương".

D: "Số được chọn là số chẵn".

E: "Số được chọn là số lớn hơn 1".

Bài 30 LÀM QUEN VỚI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Xác suất của biến cố • Đồng khả năng	• Làm quen với xác suất của biến cố ngẫu nhiên trong một số ví dụ đơn giản.

Trong cuộc sống ta thường gặp những câu mô tả khả năng xảy ra của biến cố ngẫu nhiên, chẳng hạn:

- Nhiều khả năng ngày mai trời sẽ có mưa.
- Ít khả năng xảy ra động đất ở Hà Nội.
- Nếu gieo hai con xúc xắc thì ít khả năng số chấm xuất hiện trên cả hai con xúc xắc đều là 6.

Trong bài này, chúng ta sẽ làm quen với việc đo lường khả năng xảy ra của một biến cố bằng con số.

1 XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Xác suất là gì?

HĐ1 Chọn cụm từ thích hợp (không thể, ít khả năng, nhiều khả năng, chắc chắn) thay vào dấu "?" trong các câu sau:

a) Tôi ...?... đi bộ 20 km mà không nghỉ.

b) ...?... có tuyết rơi ở Hà Nội vào mùa đông.

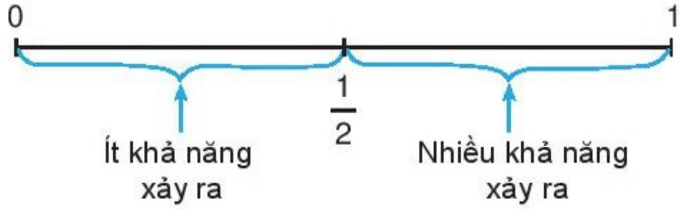
c) Anh An là một học sinh giỏi. Anh An ...?... sẽ đỗ thủ khoa trong kì thi Trung học phổ thông quốc gia tới.

HĐ2 Một hộp đựng 20 viên bi, trong đó 13 viên màu đỏ và 7 viên màu đen có cùng kích thước. Bạn Nam lấy ngẫu nhiên một viên bi từ trong hộp. Hỏi khả năng Nam lấy được viên bi màu nào lớn hơn?

Nếu có thể đo lường được khả năng xảy ra của biến cố "Lấy được viên bi đỏ" và biến cố "Lấy được viên bi đen" bằng một con số rồi so sánh hai số đó với nhau thì ta sẽ có câu trả lời rõ ràng cho câu hỏi trong HĐ2.

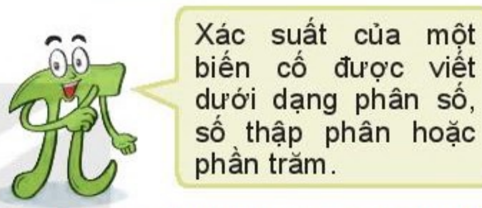
> Khả năng xảy ra của một biến cố được đo lường bởi một số nhận giá trị từ 0 đến 1, gọi là *xác suất của biến cố* đó.

Nhận xét. Xác suất của một biến cố càng gần 1 thì biến cố đó càng có nhiều khả năng xảy ra. Xác suất của một biến cố càng gần 0 thì biến cố đó càng ít khả năng xảy ra.



Ví dụ 1

- Người ta tính được xác suất để trúng giải độc đắc xổ số Vietlott 6/45 (một loại xổ số đang được lưu hành ở Việt Nam) là 0,0000001228 hay 0,00001228%.
- Bản tin dự báo thời tiết ghi: Khả năng (hay xác suất) có mưa là 43%.
- Xác suất để xuất hiện mặt sấp khi gieo một đồng xu cân đối là $\frac{1}{2}$ hay 50%.



Ví dụ 2

Các chuyên gia bóng đá nhận định trong trận bóng đá ngày mai giữa đội *A* và đội *B*, xác suất thắng của đội *A* là 60%, xác suất thua là 35% và xác suất hoà là 5%. Theo nhận định trên, đội nào có khả năng thắng cao hơn?

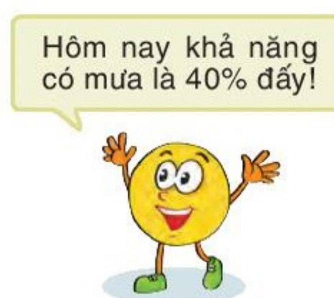
Giải

Xác suất thua của đội *A* là 35%, tức là xác suất thắng của đội *B* là 35%. Xác suất thắng của đội *A* lớn hơn xác suất thắng của đội *B*. Vậy đội *A* có khả năng thắng cao hơn.

Luyện tập 1

Hình 8.2 cho biết thông tin dự báo thời tiết tại thành phố Hà Nội trong 5 ngày (từ 8-5-2021 đến 12-5-2021).

Hình 8.2 (Theo *weather.com*)



Quan sát hình trên, em hãy cho biết ngày nào có khả năng (hay xác suất) mưa nhiều nhất, ít nhất.

2 XÁC SUẤT CỦA MỘT SỐ BIẾN CỐ ĐƠN GIẢN

Xác suất của biến cố chắc chắn, biến cố không thể

Khả năng xảy ra của biến cố chắc chắn là 100%. Vậy biến cố chắc chắn có xác suất bằng 1.

Khả năng xảy ra của biến cố không thể là 0%. Vậy biến cố không thể có xác suất bằng 0.

Ví dụ 3

- Xác suất của biến cố *A*: "Ngày mai, Mặt Trời mọc ở phía Tây" bằng 0 vì *A* là biến cố không thể.
- Xác suất của biến cố *B*: "Tháng Ba có ít hơn 32 ngày" bằng 1 vì *B* là biến cố chắc chắn.

Luyện tập 2

Gieo đồng thời hai con xúc xắc. Tìm xác suất của các biến cố sau:

- Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 13.
- Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 1.

Xác suất của các biến cố đồng khả năng

Gieo một đồng xu cân đối. Xét hai biến cố sau:

A: "Đồng xu xuất hiện mặt ngửa".

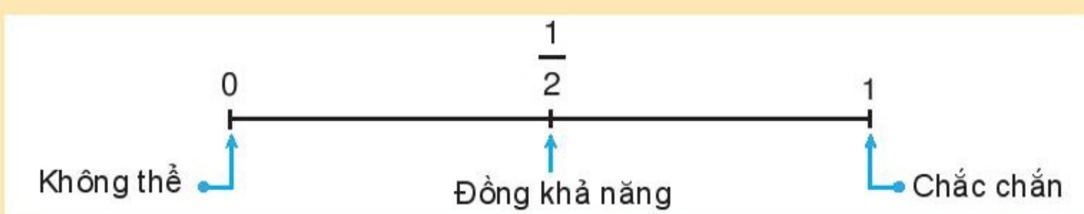
B: "Đồng xu xuất hiện mặt sấp".

Mặt sấp   Mặt ngửa

Do đồng xu cân đối nên biến cố *A* và biến cố *B* có khả năng xảy ra như nhau. Ta nói hai biến cố *A* và *B* là đồng khả năng.

Vì chỉ xảy ra hoặc biến cố *A* hoặc biến cố *B* nên xác suất của biến cố *A* và xác suất của biến cố *B* bằng nhau và bằng $\frac{1}{2}$ (hay 50%).

Nếu chỉ xảy ra hoặc *A* hoặc *B* và hai biến cố *A*, *B* là đồng khả năng thì xác suất của chúng bằng nhau và bằng 0,5.



Ví dụ 4

Trong buổi liên hoan, lớp 7A tổ chức trò chơi *Rút phiếu trúng thưởng*. Cô giáo đã chuẩn bị 10 lá phiếu giống nhau ghi các số từ 1 đến 10, được gấp lại và đặt trong hộp. Mỗi bạn lần lượt rút ngẫu nhiên một lá phiếu và sẽ trúng thưởng nếu rút được phiếu ghi số 5. Bạn Mai rút phiếu đầu tiên. Tìm xác suất để Mai rút được lá phiếu trúng thưởng.

Giải

Xét 10 biến cố sau:

E_1: "Rút được lá phiếu ghi số 1";

E_2: "Rút được lá phiếu ghi số 2";

E_3: "Rút được lá phiếu ghi số 3";

E_4: "Rút được lá phiếu ghi số 4";

E_5: "Rút được lá phiếu ghi số 5";

E_6: "Rút được lá phiếu ghi số 6";

E_7: "Rút được lá phiếu ghi số 7";

E_8: "Rút được lá phiếu ghi số 8";

E_9: "Rút được lá phiếu ghi số 9";

E_{10}: "Rút được lá phiếu ghi số 10".

Vì Mai rút phiếu ngẫu nhiên nên khả năng xảy ra của mỗi biến cố E_1, E_2, ..., E_{10} là như nhau. Ta nói 10 biến cố này đồng khả năng. Mặt khác, trong mỗi lượt rút phiếu luôn xảy ra duy nhất một trong các biến cố này nên xác suất của chúng bằng nhau và bằng $\frac{1}{10}$. Vậy xác suất để Mai rút được lá phiếu trúng thưởng là $\frac{1}{10}$.

Trong một trò chơi hay thí nghiệm, nếu có k biến cố đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong k biến cố này thì xác suất của mỗi biến cố đó đều bằng $\frac{1}{k}$.

Luyện tập 3

Trong trò chơi *Ô cửa bí mật*, có ba ô cửa 1, 2, 3 và người ta đặt phần thưởng sau một ô cửa. Người chơi sẽ chọn ngẫu nhiên một ô cửa trong ba ô cửa và nhận phần thưởng sau ô cửa đó. Tìm xác suất để người chơi chọn được ô cửa có phần thưởng.

Luyện tập 4

Gieo một con xúc xắc được chế tạo cân đối.

Tìm xác suất để số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2.

BÀI TẬP

8.4. Mai và Việt mỗi người gieo một con xúc xắc. Tìm xác suất của các biến cố sau:

a) Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 1;

b) Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn 36.

8.5. Trước trận chung kết bóng đá World Cup năm 2010 giữa hai đội Hà Lan và Tây Ban Nha, để dự đoán kết quả người ta bỏ cùng loại thức ăn vào hai hộp giống nhau, một hộp có gắn cờ Hà Lan, một hộp gắn cờ Tây Ban Nha và cho Paul chọn hộp thức ăn. Người ta cho rằng nếu Paul chọn hộp gắn cờ nước nào thì đội bóng của nước đó thắng. Paul chọn ngẫu nhiên một hộp. Tính xác suất để Paul dự đoán đội Tây Ban Nha thắng.

8.6. Một tổ học sinh của lớp 7B có 5 bạn nam và 5 bạn nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên một bạn lên bảng để kiểm tra bài tập. Xét hai biến cố sau:

A: "Bạn được gọi là bạn nam" và B: "Bạn được gọi là bạn nữ".

a) Hai biến cố A và B có đồng khả năng không? Vì sao?

b) Tìm xác suất của biến cố A và biến cố B.

8.7. Gieo một con xúc xắc được chế tạo cân đối. Tìm xác suất của các biến cố sau:

A: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc nhỏ hơn 7";

B: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 0";

C: "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 6".

LUYỆN TẬP CHUNG

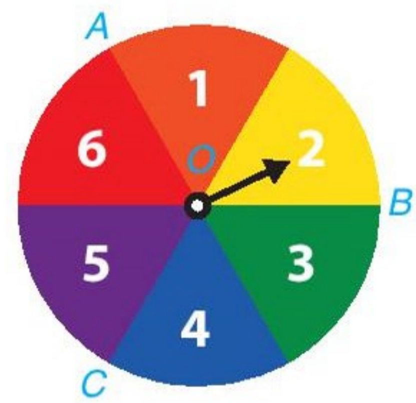
Ví dụ

Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm sáu phần bằng nhau và ghi số 1; 2; 3; 4; 5; 6 (H.8.3), được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm.

Bạn Nam quay tấm bìa.

a) Tìm xác suất của các biến cố sau:

- *A*: "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số bé hơn 7";
- *B*: "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 0";
- *C*: "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 2".



Hình 8.3

b) Biết rằng nếu mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 1 hoặc 2 thì Nam nhận được 100 điểm; dừng ở hình quạt ghi số 3 hoặc 4 thì Nam nhận được 200 điểm; dừng ở hình quạt ghi số 5 hoặc 6 thì Nam nhận được 300 điểm. Xét các biến cố sau:

E: "Nam nhận được 100 điểm";
F: "Nam nhận được 200 điểm";
G: "Nam nhận được 300 điểm".

- Các biến cố *E*, *F*, *G* có đồng khả năng không? Vì sao?
- Tìm xác suất của các biến cố *E*, *F*, *G*.

Giải

a)

- Biến cố *A* là biến cố chắc chắn, do đó có xác suất bằng 1.
- Biến cố *B* là biến cố không thể, do đó có xác suất bằng 0.
- Vì 6 hình quạt có diện tích bằng nhau nên 6 biến cố sau đồng khả năng:

"Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 1"; "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 2";
"Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 3"; "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 4";
"Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 5"; "Mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 6".

Mặt khác, luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong sáu biến cố này.

Vậy xác suất của biến cố *C* là $\frac{1}{6}$.

b)

- Biến cố *E* xảy ra khi mũi tên dừng ở hình quạt *OAB*.

  Biến cố *F* xảy ra khi mũi tên dừng ở hình quạt *OBC*.

  Biến cố *G* xảy ra khi mũi tên dừng ở hình quạt *OCA*.

  Vì ba hình quạt này có diện tích bằng nhau nên ba biến cố *E*, *F*, *G* là đồng khả năng.

- Vì luôn xảy ra duy nhất một biến cố trong ba biến cố này nên xác suất của biến cố *E*, *F*, *G* bằng nhau và bằng $\frac{1}{3}$.

BÀI TẬP

8.8. Một túi đựng các tấm thẻ được ghi số 9; 12; 15; 18; 21; 24. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong túi. Chọn từ thích hợp (chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên) thay vào dấu "?" trong các câu sau:

- Biến cố *A*: "Rút được thẻ ghi số là số chẵn" là biến cố ?.
- Biến cố *B*: "Rút được thẻ ghi số chia hết cho 3" là biến cố ?.
- Biến cố *C*: "Rút được thẻ ghi số chia hết cho 10" là biến cố ?.

8.9. Vuông và Tròn mỗi người gieo một con xúc xắc.
Tìm xác suất để

a) Hiệu giữa số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6.

b) Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều bé hơn 7.

8.10. Trong một chiếc hộp có 15 quả cầu màu xanh, 15 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ trong hộp. Xét hai biến cố sau:

A: "Lấy được quả cầu màu đỏ" và *B*: "Lấy được quả cầu màu xanh".

a) Hai biến cố *A* và *B* có đồng khả năng không? Vì sao?

b) Tìm xác suất của biến cố *A* và biến cố *B*.

8.11. Chọn ngẫu nhiên một số trong bốn số 11; 12; 13 và 14. Tìm xác suất để

a) Chọn được số chia hết cho 5.

b) Chọn được số có hai chữ số.

c) Chọn được số nguyên tố.

d) Chọn được số chia hết cho 6.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VIII

8.12. Một túi đựng các quả cầu có cùng kích thước, được ghi số 5; 10; 15; 20; 30; 35; 40. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong túi. Chọn từ thích hợp (chắc chắn, không thể, ngẫu nhiên) thay vào dấu "?" trong các câu sau:

- Biến cố *A*: “Lấy được quả cầu ghi số là số chính phương” là biến cố ...?
- Biến cố *B*: “Lấy được quả cầu ghi số chia hết cho 3” là biến cố ...?
- Biến cố *C*: “Lấy được quả cầu ghi số chia hết cho 5” là biến cố ...?

8.13. Một thùng kín đựng 5 quả bóng màu đỏ, 10 quả bóng màu xanh, 20 quả bóng màu vàng, có cùng kích thước. Ngọc lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong thùng. Hỏi khả năng Ngọc lấy được quả bóng màu gì lớn nhất?

8.14. Một chiếc hộp đựng 7 tấm thẻ như nhau được ghi số 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tìm xác suất để rút được tấm thẻ:

a) Ghi số nhỏ hơn 10.

b) Ghi số 1.

c) Ghi số 8.

8.15. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm 8 phần có diện tích bằng nhau và ghi số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 như Hình 8.4, được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm.

Hình 8.4

Bạn Việt quay tấm bìa.

a) Tìm xác suất để mũi tên chỉ vào hình quạt:

- Ghi số lẻ.
- Ghi số 6.

b) Biết rằng nếu mũi tên dừng ở hình quạt ghi số 1 hoặc 2 thì Việt nhận được 100 điểm; dừng ở hình quạt ghi số 3 hoặc 4 thì Việt nhận được 200 điểm; dừng ở hình quạt ghi số 5 hoặc 6 thì Việt nhận được 300 điểm; dừng ở hình quạt ghi số 7 hoặc 8 thì Việt nhận được 400 điểm.

Xét các biến cố sau:

A: “Việt nhận được 100 điểm”;

B: “Việt nhận được 200 điểm”;

C: “Việt nhận được 300 điểm”;

D: “Việt nhận được 400 điểm”.

- Các biến cố *A*, *B*, *C*, *D* có đồng khả năng không? Vì sao?
- Tìm xác suất của các biến cố *A*, *B*, *C* và *D*.

Chương IX QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG MỘT TAM GIÁC

HÌNH HỌC PHẲNG

Qua chương IV, các em đã biết được thế nào là hai tam giác bằng nhau, các trường hợp bằng nhau của tam giác và sự đặc biệt của chúng trong tam giác vuông.

Trên cơ sở đó, trong chương IX các em sẽ tìm hiểu về quan hệ giữa các yếu tố trong một tam giác. Đó là quan hệ giữa góc, cạnh; quan hệ giữa các cạnh trong một tam giác. Ngoài các yếu tố về góc, cạnh, các em còn được tìm hiểu về sự đồng quy của các đường đặc biệt trong một tam giác.

Bài 31 QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Góc đối diện cạnh, cạnh đối diện góc trong tam giác • Cạnh huyền	• Nhận biết hai định lí về cạnh và góc đối diện trong tam giác. • Vận dụng vào tam giác vuông để nhận biết được cạnh lớn nhất trong tam giác vuông.

Trong trận bóng đá, trái bóng đang ở vị trí D, ba cầu thủ đứng thẳng hàng tại vị trí A, B, C trên sân với số áo lần lượt là 4, 2, 3 như Hình 9.1. Theo em cầu thủ nào gần trái bóng nhất, cầu thủ nào xa trái bóng nhất? Tại sao? (Biết rằng góc ACD là góc tù)

Hình 9.1

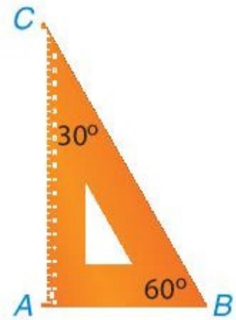
1 GÓC ĐỐI DIỆN VỚI CẠNH LỚN HƠN TRONG MỘT TAM GIÁC

Ta đã biết trong tam giác cân ABC, $AB = AC$, góc đối diện với cạnh AB (góc C), bằng góc đối diện với cạnh AC (góc B). Hỏi trong một tam giác, nếu biết hai cạnh không bằng nhau thì có thể so sánh được hai góc đối diện với hai cạnh đó không?

So sánh hai góc theo cạnh đối diện

HĐ1 Quan sát ê ke có góc 60° (H.9.2a). Kí hiệu đỉnh góc vuông là A, đỉnh góc 60° là B và đỉnh góc 30° là C.

- Sắp xếp độ dài các cạnh theo thứ tự từ bé đến lớn. Sắp xếp độ lớn các góc theo thứ tự từ bé đến lớn.
- Góc lớn nhất đối diện với cạnh nào? Góc bé nhất đối diện với cạnh nào?



Hình 9.2a

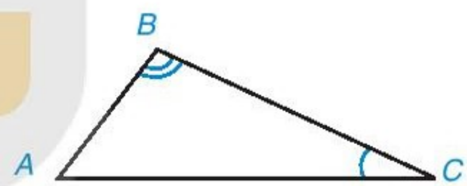
HĐ2 Em hãy vẽ một tam giác ABC có $AB = 3$ cm, $AC = 5$ cm. Quan sát hình vừa vẽ và dự đoán xem trong hai góc B và C, góc nào lớn hơn.

Ta có thể chứng minh được định lí sau:

Định lí 1

> Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.

GT	$\Delta\ ABC$, $AC > AB$.
KL	$\widehat{B} > \widehat{C}$.



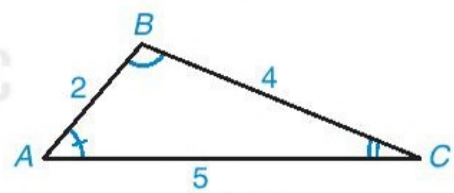
Hình 9.2b

Ví dụ 1

Cho tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $BC = 4$ cm, $AC = 5$ cm (H.9.3).

a) Hãy so sánh góc A và góc C của tam giác ABC.

b) Trong tam giác ABC, góc nào lớn nhất, góc nào nhỏ nhất?



Hình 9.3

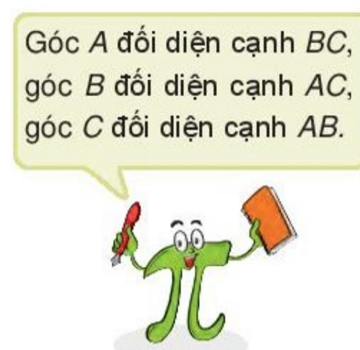
Giải

a) Trong tam giác ABC, vì $AB = 2$ cm, $BC = 4$ cm nên $BC > AB$. Do đó, theo định lí 1 ta có: $\widehat{A} > \widehat{C}$.

b) Sắp xếp các cạnh từ lớn đến bé ta có: $AC > BC > AB$.

Từ đó, theo định lí 1 ta được: $\widehat{B} > \widehat{A} > \widehat{C}$.

Vậy trong tam giác ABC, góc B lớn nhất, góc C nhỏ nhất.



Luyện tập 1

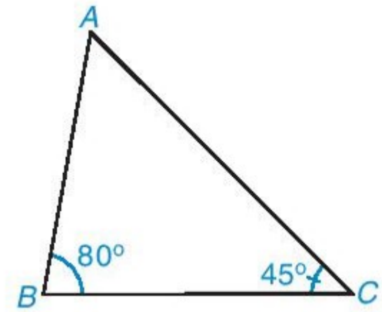
Cho tam giác MNP có độ dài các cạnh: $MN = 3$ cm, $NP = 5$ cm, $MP = 7$ cm. Hãy xác định góc đối diện với từng cạnh rồi sắp xếp các góc của tam giác MNP theo thứ tự từ bé đến lớn.

2 CẠNH ĐỐI DIỆN VỚI GÓC LỚN HƠN TRONG MỘT TAM GIÁC

Cho tam giác *ABC* có $\widehat{B} > \widehat{C}$. Liệu có thể so sánh được các cạnh đối diện tương ứng là *AC* và *AB* mà không cần đo độ dài các cạnh đó không?

So sánh hai cạnh theo góc đối diện

Quan sát tam giác *ABC* trong Hình 9.4a.



Hình 9.4a

HĐ3 Em hãy dự đoán xem giữa hai cạnh đối diện với hai góc *B* và *C* (tức là cạnh *AC* và *AB*) thì cạnh nào lớn hơn.

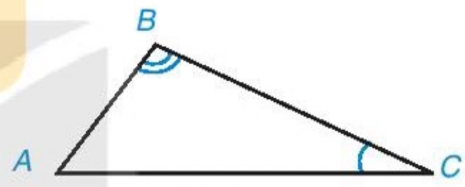
HĐ4 Em hãy đo độ dài hai cạnh *AC* và *AB* để kiểm tra lại dự đoán của mình trong HĐ3.

Người ta chứng minh được định lí sau:

Định lí 2

> Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

GT	$\triangle ABC$, $\widehat{B} > \widehat{C}$.
KL	$AC > AB$.



Hình 9.4b

Ví dụ 2

Trong tam giác *ABC* trên Hình 9.4a, em hãy sắp xếp ba cạnh *AB*, *BC* và *CA* theo thứ tự độ dài từ lớn đến bé.

Giải

Trong tam giác *ABC* (H.9.4a) có $\widehat{B} = 80^\circ$, $\widehat{C} = 45^\circ$.

Vì tổng số đo các góc trong một tam giác bằng 180° nên

$$\widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 180^\circ - (80^\circ + 45^\circ) = 55^\circ.$$

Từ đó trong tam giác *ABC*, ta có $\widehat{B} > \widehat{A} > \widehat{C}$. Theo định lí 2, ta được $AC > BC > AB$.

Luyện tập 2

Cho tam giác *MNP* có $\widehat{M} = 47^\circ$, $\widehat{N} = 53^\circ$. Hãy viết các cạnh của tam giác đó theo thứ tự độ dài từ bé đến lớn.

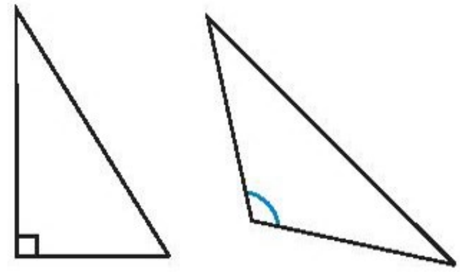
Tranh luận

Cho tam giác *ABC* có góc *A* là góc tù.

Theo em, bạn nào nói đúng? Vì sao?

Nhận xét (H.9.5).

- Trong tam giác vuông, góc vuông là góc lớn nhất nên cạnh đối diện với góc vuông (tức là cạnh huyền) là cạnh lớn nhất.
- Tương tự trong tam giác tù, cạnh đối diện với góc tù là cạnh lớn nhất.



Hình 9.5

Vận dụng

Em hãy trả lời câu hỏi trong *tình huống mở đầu.*

BÀI TẬP

9.1. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 105^o$, $\widehat{B} = 35^o$.

a) Tam giác ABC là tam giác gì?

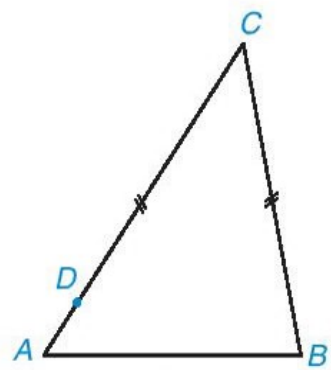
b) Tìm cạnh lớn nhất của tam giác ABC.

9.2. Trong Hình 9.6 có hai đoạn thẳng BC và DC bằng nhau, D nằm giữa A và C. Hỏi kết luận nào trong các kết luận sau là đúng? Tại sao?

a) $\widehat{A} = \widehat{B}$.

b) $\widehat{A} > \widehat{B}$.

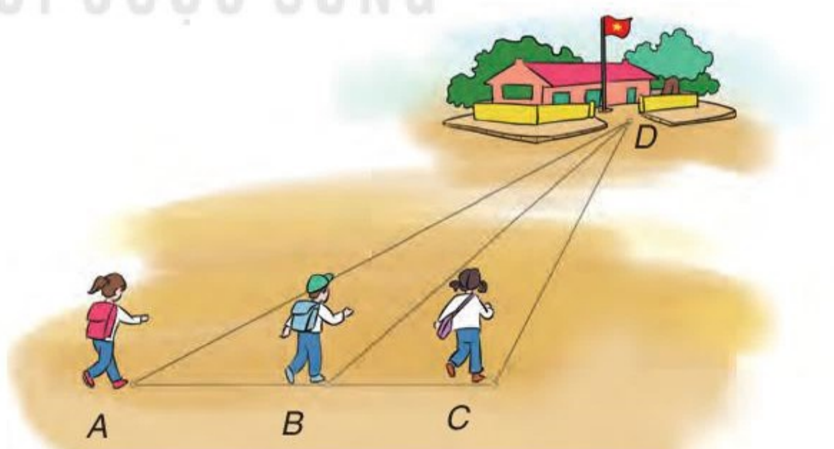
c) $\widehat{A} < \widehat{B}$.



Hình 9.6

9.3. Trong tam giác cân có một góc bằng 96^o, hỏi cạnh lớn nhất của tam giác cân đó là cạnh bên hay cạnh đáy? Vì sao?

9.4. Ba bạn Mai, Việt và Hà đi đến trường tại địa điểm D lần lượt theo ba con đường AD, BD và CD (H.9.7). Biết rằng ba điểm A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng, B nằm giữa A và C, $\widehat{ACD}$ là góc tù. Hỏi bạn nào đi xa nhất, bạn nào đi gần nhất? Vì sao?

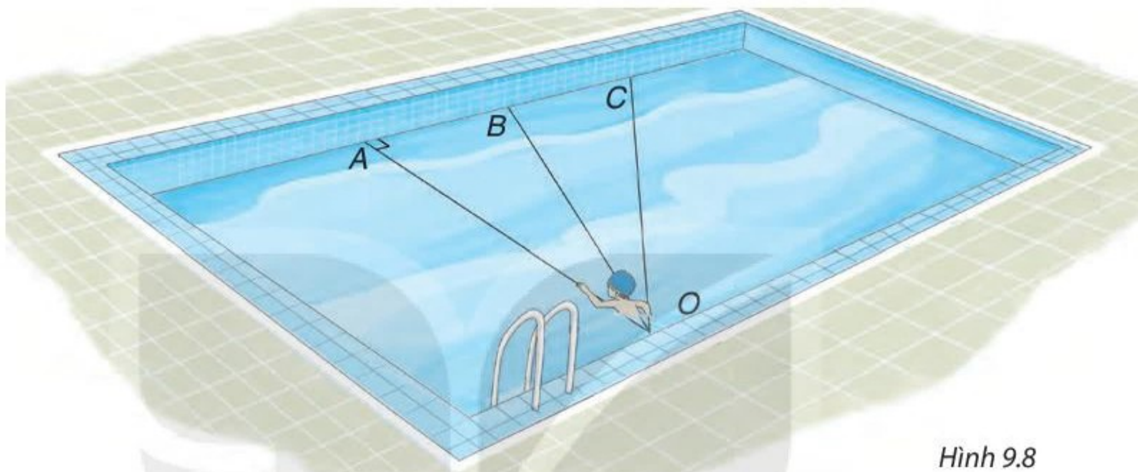


Hình 9.7

9.5. Ba địa điểm A, B, C là ba đỉnh của một tam giác ABC với $\widehat{A}$ tù, $AC = 500$ m. Đặt một loa truyền thanh tại một điểm nằm giữa A và B thì tại C có thể nghe tiếng loa không nếu bán kính để nghe rõ tiếng của loa là 500 m?

Bài 32 QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đường vuông góc • Đường xiên • Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng	• Nhận biết khái niệm đường vuông góc và đường xiên; khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng. • Biết quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên.



Hình 9.8

Bạn Nam tập bơi ở một bể bơi hình chữ nhật, trong đó có ba đường bơi *OA*, *OB* và *OC*. Biết rằng *OA* vuông góc với cạnh của bể bơi (H.9.8).

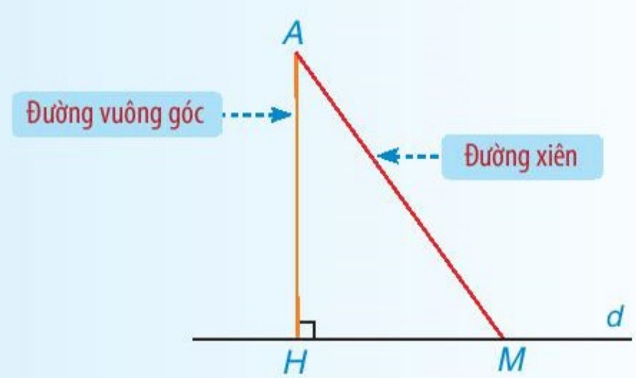
Nếu xuất phát từ điểm *O* và bơi cùng tốc độ, để bơi sang bờ bên kia nhanh nhất thì bạn Nam nên chọn đường bơi nào?

Khái niệm đường vuông góc và đường xiên

Từ một điểm *A* không nằm trên đường thẳng *d*, kẻ đường thẳng vuông góc với *d* tại *H* (H.9.9).

Đoạn thẳng *AH* gọi là *đoạn vuông góc* hay *đường vuông góc kẻ từ điểm A đến đường thẳng d*. Ta gọi *H* là *chân đường vuông góc* hạ từ *A* xuống *d*.

Lấy một điểm *M* trên *d* (*M* khác *H*), kẻ đoạn thẳng *AM*. Đoạn thẳng *AM* gọi là một *đường xiên kẻ từ A đến đường thẳng d*.



Hình 9.9

So sánh đường vuông góc và đường xiên

HĐ Cho điểm A không nằm trên đường thẳng d.

a) Hãy vẽ đường vuông góc AH và một đường xiên AM từ A đến d.

b) Em hãy giải thích vì sao $AH < AM$.

Dùng quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác AHM để giải thích nhé!

Từ HĐ trên, ta suy ra định lí sau:

Định lí

> Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường vuông góc là đường ngắn nhất.

Chú ý. Vì độ dài đoạn thẳng AH là ngắn nhất trong các đoạn thẳng kẻ từ A đến d nên độ dài đoạn thẳng AH được gọi là khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d (H.9.9).

Khi điểm A nằm trên đường thẳng d, người ta coi khoảng cách từ A đến d bằng 0.

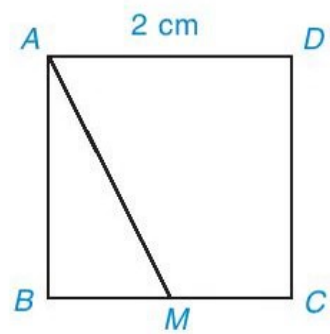
Luyện tập

Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 2 cm, M là một điểm trên cạnh BC như Hình 9.10.

a) Hãy chỉ ra các đường vuông góc và đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng BC.

b) So sánh hai đoạn thẳng AB và AM.

c) Tìm khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng AB.



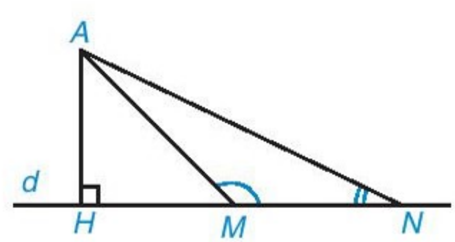
Hình 9.10

Vận dụng

Em hãy trả lời câu hỏi trong *tình huống mở đầu*.

Thử thách nhỏ

a) Quan sát Hình 9.11, ta thấy khi M thay đổi trên d, M càng xa H thì độ dài AM càng lớn, tức là nếu $HM < HN$ thì $AM < AN$. Hãy chứng minh khẳng định này nhờ quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác AMN.



Hình 9.11

b) Xét hình vuông $ABCD$ và một điểm M tuỳ ý nằm trên các cạnh của hình vuông. Hỏi với vị trí nào của M thì AM lớn nhất? Vì sao?

BÀI TẬP

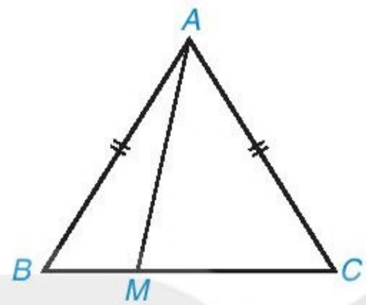
9.6. Chiều cao của tam giác ứng với một cạnh của nó có phải là khoảng cách từ đỉnh đối diện đến đường thẳng chứa cạnh đó không?

9.7. Cho hình vuông $ABCD$. Hỏi trong bốn đỉnh của hình vuông

a) Đỉnh nào cách đều hai điểm A và C?

b) Đỉnh nào cách đều hai đường thẳng AB và AD?

9.8. Cho tam giác cân ABC, $AB = AC$. Lấy điểm M tuỳ ý nằm giữa B và C (H.9.12).

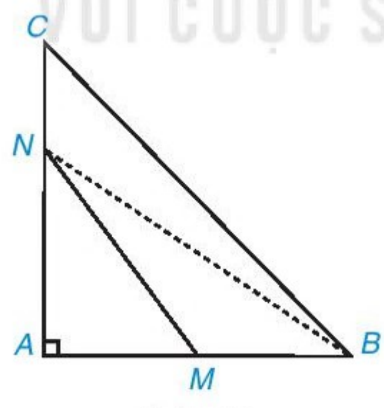


Hình 9.12

a) Khi M thay đổi thì độ dài AM thay đổi. Xác định vị trí của điểm M để độ dài AM nhỏ nhất.

b) Chứng minh rằng với mọi điểm M thì $AM < AB$.

9.9. Cho tam giác ABC vuông tại A. Hai điểm M, N theo thứ tự nằm trên các cạnh AB, AC (M, N không phải là đỉnh của tam giác) (H.9.13). Chứng minh rằng $MN < BC$. (*Gợi ý*. So sánh MN với NB, NB với BC).



Hình 9.13

Bài 33 QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
Bất đẳng thức tam giác	Nhận biết liên hệ về độ dài của ba cạnh trong một tam giác.

Một trạm biến áp và một khu dân cư ở hai bên bờ sông (H.9.14). Trên bờ sông phía khu dân cư, hãy tìm một địa điểm C để dựng một cột điện kéo điện từ cột điện A của trạm biến áp đến cột điện B của khu dân cư sao cho tổng độ dài dây dẫn điện cần sử dụng là ngắn nhất.

Hình 9.14

Bất đẳng thức tam giác

HĐ1 Cho hai bộ ba thanh tre nhỏ có độ dài như sau:

Bộ thứ nhất: 10 cm, 20 cm, 25 cm;

Bộ thứ hai: 5 cm, 15 cm, 25 cm.

Em hãy ghép và cho biết bộ nào ghép được thành một tam giác.

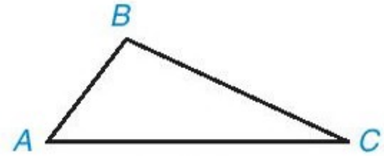
HĐ2 Với bộ ba thanh tre ghép lại được thành một tam giác trong HĐ1, em hãy so sánh độ dài của thanh bất kì với tổng độ dài của hai thanh còn lại.

Ta có thể chứng minh được định lí sau:

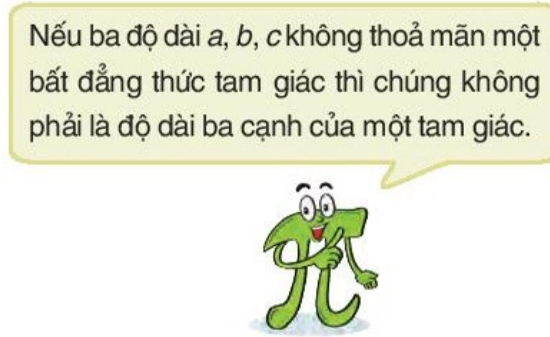
Định lí

> Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kì luôn nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại.

GT	ΔABC
KL	$AB < AC + BC$, $AC < AB + BC$, $BC < AB + AC$.



Hình 9.15



Ba hệ thức $AB < AC + BC$,

$AC < AB + BC$,

$BC < AB + AC$,

gọi là các *bất đẳng thức tam giác.*

Từ Định lí trên, người ta suy ra được tính chất sau:

> Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kì luôn lớn hơn hiệu độ dài hai cạnh còn lại.

Nhận xét. Nếu kí hiệu *a*, *b*, *c* là độ dài ba cạnh tuỳ ý của một tam giác thì từ định lí và tính chất vừa nêu ta có:

$$b - c < a < b + c.$$

Tranh luận

Ý kiến của em thì sao?

Chú ý

Để kiểm tra ba độ dài có là độ dài ba cạnh của một tam giác hay không, ta chỉ cần so sánh độ dài lớn nhất có nhỏ hơn tổng hai độ dài còn lại hoặc độ dài nhỏ nhất có lớn hơn hiệu hai độ dài còn lại hay không.

Ví dụ

Hãy kiểm tra ba độ dài nào sau đây không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác. Với bộ ba còn lại, hãy vẽ tam giác nhận ba độ dài đó làm độ dài ba cạnh.

a) 2 cm, 4 cm, 7 cm.

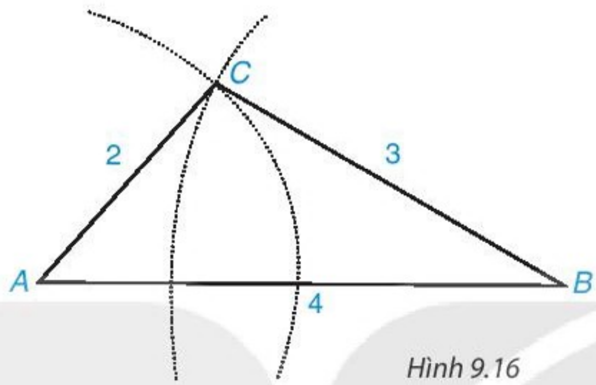
b) 2 cm, 3 cm, 4 cm.

Giải

a) Ta có: 2 + 4 = 6 < 7, ba độ dài 2 cm, 4 cm, 7 cm không thoả mãn một bất đẳng thức tam giác nên không là độ dài ba cạnh của một tam giác.

b) Ta có: 2 > 4 − 3 = 1, ba độ dài 2 cm, 3 cm, 4 cm thoả mãn điều kiện trong chú ý trên nên đây có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Ta dùng thước và compa vẽ được tam giác *ABC* có độ dài ba cạnh là 2 cm, 3 cm, 4 cm như Hình 9.16 nên ba độ dài 2 cm, 3 cm, 4 cm đúng là độ dài ba cạnh của một tam giác.



Hình 9.16

Luyện tập

Hỏi ba độ dài nào sau đây không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác? Vì sao? Hãy vẽ tam giác nhận ba độ dài còn lại làm độ dài ba cạnh.

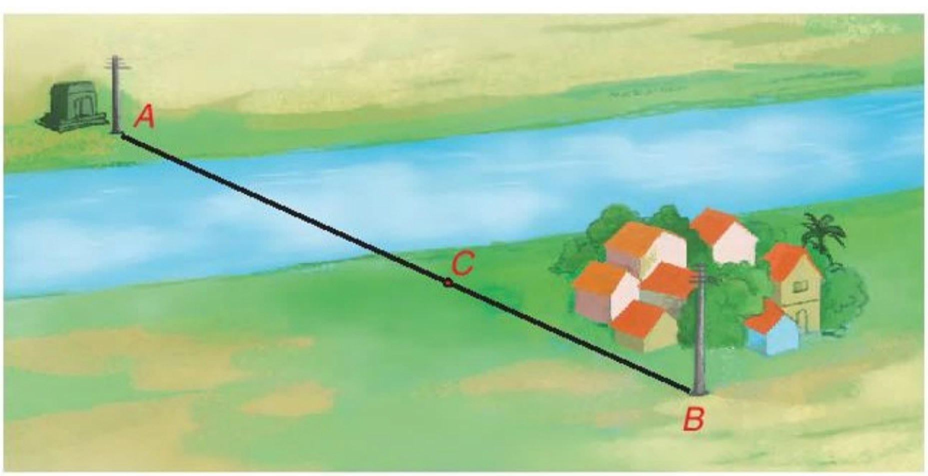
a) 5 cm, 4 cm, 6 cm.

b) 3 cm, 6 cm, 10 cm.

Em hãy dùng Chú ý trên để kiểm tra nhé!

Vận dụng

Trở lại *tình huống mở đầu*, em hãy giải thích vì sao nếu dựng cột điện ở vị trí *C* trên đoạn thẳng *AB* thì tổng độ dài dây dẫn điện cần sử dụng là ngắn nhất (H.9.17).



Hình 9.17

BÀI TẬP

9.10. Cho các bộ ba đoạn thẳng có độ dài như sau:

a) 2 cm, 3 cm, 5 cm;

b) 3 cm, 4 cm, 6 cm;

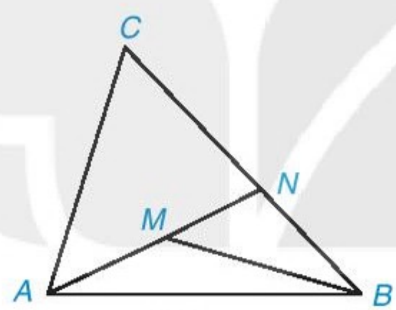
c) 2 cm, 4 cm, 5 cm.

Hỏi bộ ba nào không thể là độ dài ba cạnh của một tam giác? Vì sao? Với mỗi bộ ba còn lại, hãy vẽ một tam giác có độ dài ba cạnh được cho trong bộ ba đó.

9.11. a) Cho tam giác ABC có $AB = 1$ cm và $BC = 7$ cm. Hãy tìm độ dài cạnh CA biết rằng đó là một số nguyên (cm).

b) Cho tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $BC = 6$ cm và BC là cạnh lớn nhất. Hãy tìm độ dài cạnh CA biết rằng đó là một số nguyên (cm).

9.12. Cho điểm M nằm bên trong tam giác ABC. Gọi N là giao điểm của đường thẳng AM và cạnh BC (H.9.18).



Hình 9.18

a) So sánh MB với $MN + NB$, từ đó suy ra $MA + MB < NA + NB$.

b) So sánh NA với $CA + CN$, từ đó suy ra $NA + NB < CA + CB$.

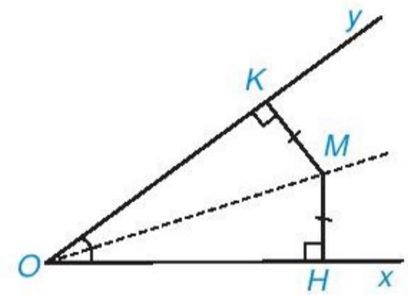
c) Chứng minh $MA + MB < CA + CB$.

9.13. Cho tam giác ABC, điểm D nằm giữa B và C. Chứng minh rằng AD nhỏ hơn nửa chu vi tam giác ABC.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Cho M là một điểm nằm bên trong góc xOy mà khoảng cách từ M đến hai cạnh Ox, Oy của góc bằng nhau. Chứng minh rằng M nằm trên tia phân giác của góc xOy.



Hình 9.19

Giải (H.9.19)

GT	M nằm trong góc xOy, $MH \perp Ox$, $MK \perp Oy$, $MH = MK$.
KL	M nằm trên tia phân giác của góc xOy.

Chứng minh. Hai tam giác vuông OHM và OKM có:

OM chung,

$MH = MK$ (gt).

Vậy $\Delta\, OHM = \Delta\, OKM$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

Do đó $\widehat{MOH} = \widehat{MOK}$, suy ra OM là tia phân giác của góc xOy.

Ví dụ 2

Cho tam giác ABC. Hãy chứng minh $AB + AC > BC$.

Giải (H.9.20)

Trên tia đối của tia AB, lấy điểm D sao cho $AD = AC$. Trong tam giác BCD, ta so sánh BD và BC.

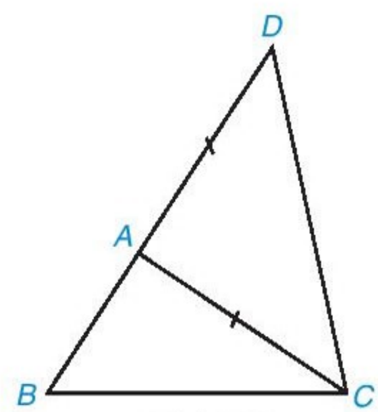
Do tia CA nằm giữa hai cạnh CB và CD của góc BCD nên

$$\widehat{BCD} > \widehat{ACD}. \quad (1)$$

Mặt khác, theo cách dựng, tam giác ACD cân tại A nên

$$\widehat{ACD} = \widehat{ADC} = \widehat{BDC}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BCD} > \widehat{BDC}$. (3)



Hình 9.20

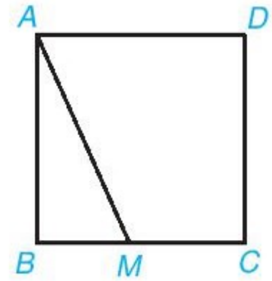
Trong tam giác BCD, từ (3) suy ra:

$$AB + AC = BD > BC$$

(theo định lí về quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác).

BÀI TẬP

9.14. Hãy giải thích: Nếu M là một điểm tuỳ ý nằm trên cạnh BC hoặc CD của hình vuông $ABCD$ thì độ dài đoạn thẳng AM luôn lớn hơn hoặc bằng độ dài cạnh của hình vuông đó (H.9.21).



Hình 9.21

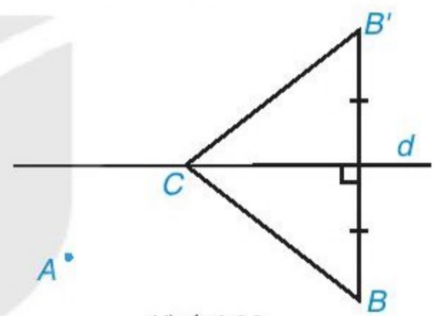
9.15. Hỏi có tam giác nào với độ dài ba cạnh là 2,5 cm; 3,4 cm và 6 cm không? Vì sao?

9.16. Tính chu vi của tam giác cân biết hai cạnh của nó có độ dài là 2 cm và 5 cm.

9.17. Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 7 cm và 2 cm. Tính độ dài cạnh còn lại biết rằng số đo của nó theo xentimét là một số tự nhiên lẻ.

9.18. Biết hai cạnh của tam giác có độ dài a và b. Dựa vào bất đẳng thức tam giác, hãy giải thích tại sao chu vi của tam giác đó lớn hơn $2a$ và nhỏ hơn $2(a + b)$.

9.19. Hai khu vườn A và B nằm về một phía của con kênh d. Hãy xác định bên bờ kênh cùng phía với A và B, một điểm C để đặt máy bơm nước từ kênh tưới cho hai khu vườn sao cho tổng độ dài đường ống dẫn nước từ máy bơm đến hai khu vườn là ngắn nhất (HD: Gọi B' là điểm sao cho d là đường trung trực của BB' (H.9.22). Khi đó $CB = CB'$. Xem Vận dụng, Bài 33).



Hình 9.22

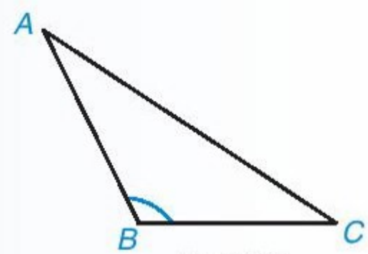
EM CÓ BIẾT?

Cho tam giác ABC. Ta có thể chứng minh bất đẳng thức tam giác $BC < AB + AC$ như sau:

Xét ba trường hợp:

- *Trường hợp 1*: Góc B là góc tù (H.9.23) hoặc góc vuông.

Khi đó, trong tam giác ABC có $\widehat{B}$ là góc lớn nhất nên cạnh đối diện với nó là AC lớn nhất, từ đó $BC < AB + AC$.

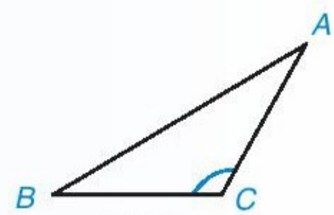


Hình 9.23

- *Trường hợp 2*: Góc C là góc tù (H.9.24) hoặc góc vuông.

Khi đó, $\widehat{C}$ là góc lớn nhất. Tương tự trên, ta có:

$$BC < AB + AC.$$



Hình 9.24

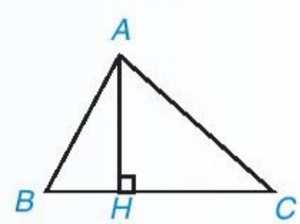
- *Trường hợp 3*: Cả hai góc B và C là góc nhọn.

Kẻ AH vuông góc với BC (H.9.25). Xét hai tam giác vuông ABH và ACH có:

$$BH < AB,\ HC < AC.$$

Suy ra $BC = BH + HC < AB + HC < AB + AC$.

Vậy trong mọi trường hợp ta có $BC < AB + AC$.

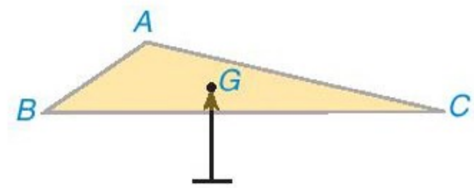


Hình 9.25

Bài 34 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN, BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG MỘT TAM GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đường trung tuyến • Đường phân giác	• Nhận biết đường trung tuyến, đường phân giác của tam giác. • Nhận biết sự đồng quy của ba đường trung tuyến trong một tam giác. • Nhận biết sự đồng quy của ba đường phân giác trong một tam giác.

Hình 9.26 mô phỏng một miếng bìa hình tam giác *ABC* đặt thăng bằng trên giá nhọn tại điểm *G*. Điểm đó được xác định như thế nào và có gì đặc biệt?

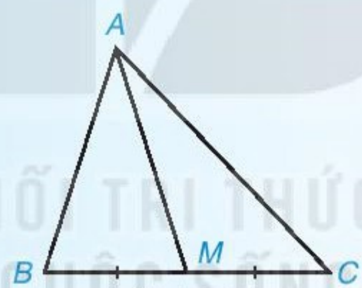


Hình 9.26

1 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN TRONG MỘT TAM GIÁC

Đường trung tuyến của tam giác

Đoạn thẳng *AM* nối đỉnh *A* của tam giác *ABC* với trung điểm *M* của cạnh *BC* gọi là *đường trung tuyến* (xuất phát từ đỉnh *A* hoặc ứng với cạnh *BC*) của tam giác *ABC* (H.9.27).



Hình 9.27

Đôi khi, đường thẳng *AM* cũng được gọi là *đường trung tuyến* của tam giác *ABC*.

Mỗi tam giác có mấy đường trung tuyến?

Sự đồng quy của ba đường trung tuyến

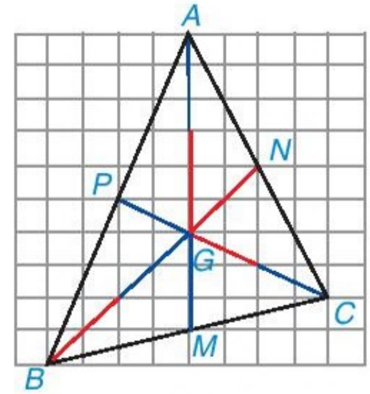
HĐ1 Hãy lấy một mảnh giấy hình tam giác, gấp giấy đánh dấu trung điểm của các cạnh. Sau đó, gấp giấy để được các nếp gấp đi qua đỉnh và trung điểm của cạnh đối diện (tức là các đường trung tuyến của tam giác). Mở tờ giấy ra, quan sát và cho biết ba nếp gấp (ba đường trung tuyến) có cùng đi qua một điểm không (H.9.28).


Hình 9.28

HĐ2 Trên mảnh giấy kẻ ô vuông, mỗi chiều 10 ô, hãy đếm dòng, đánh dấu các đỉnh A, B, C rồi vẽ tam giác ABC (H.9.29).

Vẽ hai đường trung tuyến BN, CP, chúng cắt nhau tại G; tia AG cắt cạnh BC tại M.

- AM có phải là đường trung tuyến của tam giác ABC không?
- Hãy xác định các tỉ số $\frac{GA}{MA}$, $\frac{GB}{NB}$, $\frac{GC}{PC}$.



Hình 9.29

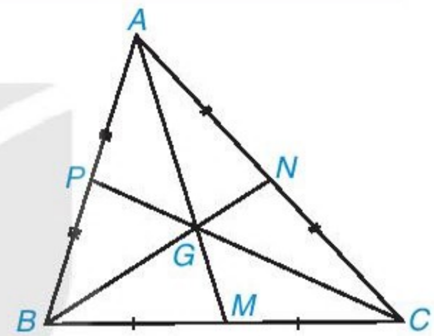
Người ta chứng minh được định lí sau:

Định lí 1

Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm (hay đồng quy tại một điểm). Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.

Chẳng hạn, trong tam giác ABC (H.9.30), các đường trung tuyến AM, BN, CP đồng quy tại điểm G và ta có

$$\frac{GA}{MA}=\frac{GB}{NB}=\frac{GC}{PC}=\frac{2}{3}.$$



Hình 9.30

Chú ý. Điểm đồng quy của ba đường trung tuyến gọi là trọng tâm tam giác.

Ví dụ 1

Cho tam giác ABC với AM là trung tuyến và G là trọng tâm tam giác.

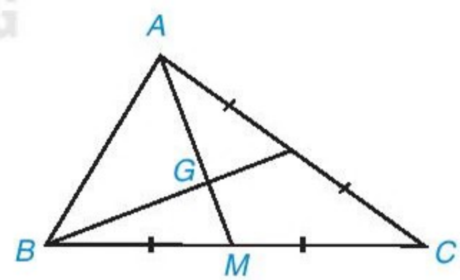
a) Chứng minh $GA = 2GM$.

b) Biết $GM = 2$ cm, tính GA.

Giải (H.9.31)

a)

GT	$\Delta\, ABC$ có trung tuyến AM, trọng tâm G.
KL	$GA = 2GM$.



Hình 9.31

Chứng minh

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên

$\frac{GA}{MA}=\frac{2}{3}$ hay $GA=\frac{2}{3}MA$.

Ta có $GM = MA - GA = MA - \frac{2}{3}MA = \frac{1}{3}MA$.

Vậy $GA=\frac{2}{3}MA = 2\cdot\left(\frac{1}{3}MA\right)=2GM$.

b) Khi $GM = 2$ cm thì $GA = 4$ cm.

Luyện tập 1

Trong tam giác ABC ở Ví dụ 1, cho trung tuyến BN và $GN = 1$ cm. Tính GB và NB.

Tranh luận

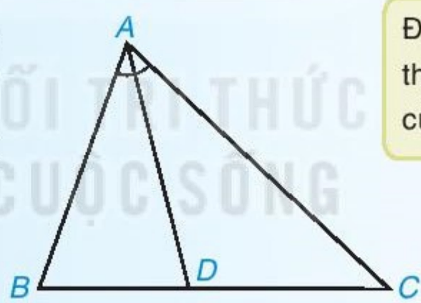
Vận dụng 1

Trong *tình huống mở đầu*, người ta chứng minh được *G* chính là trọng tâm của tam giác *ABC*. Em hãy cắt một mảnh bìa hình tam giác. Xác định trọng tâm của tam giác và đặt mảnh bìa đó lên một giá nhọn tại trọng tâm vừa xác định. Quan sát xem mảnh bìa có thăng bằng không.

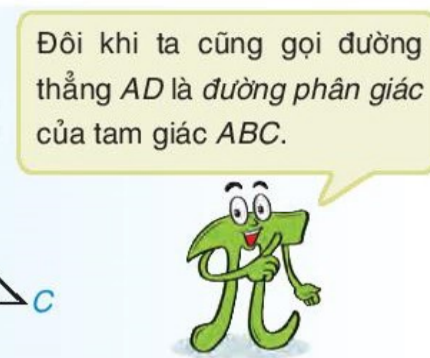
2 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG TAM GIÁC

Đường phân giác của tam giác

Trong tam giác *ABC*, tia phân giác của góc *A* cắt cạnh *BC* tại điểm *D* thì đoạn thẳng *AD* được gọi là *đường phân giác* (xuất phát từ đỉnh *A*) của tam giác *ABC* (H.9.32).



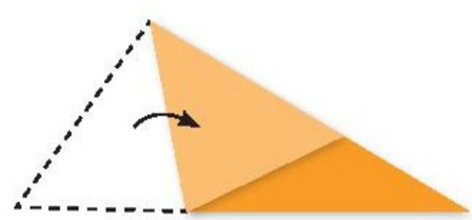
Hình 9.32



❓ Mỗi tam giác có mấy đường phân giác?

Sự đồng quy của ba đường phân giác

HĐ3 Cắt một tam giác bằng giấy. Hãy gấp tam giác vừa cắt để được ba đường phân giác của nó. Mở tờ giấy ra, hãy quan sát và cho biết ba nếp gấp đó có cùng đi qua một điểm không (H.9.33).

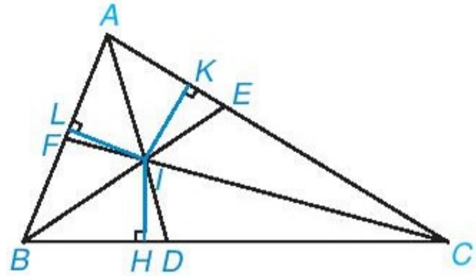

Hình 9.33

Ta có thể chứng minh được định lí sau:

Định lí 2

Ba đường phân giác của một tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó.

Chẳng hạn, trong tam giác *ABC* (H.9.34), các đường phân giác *AD, BE, CF* đồng quy tại *I* và *IH* = *IK* = *IL*.



Hình 9.34

Ví dụ 2

Chứng minh rằng trong tam giác *ABC* cân tại *A*, giao điểm của ba đường phân giác nằm trên đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh *A* (H.9.35).

Giải

GT	Δ *ABC*, *AB* = *AC*, *I* là giao điểm của ba đường phân giác.
KL	*AI* là đường trung tuyến của Δ *ABC*.

Chứng minh

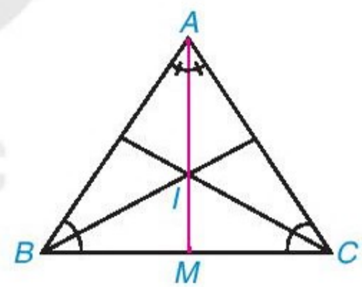
Gọi *M* là giao điểm của đường thẳng *AI* và *BC*.

Hai tam giác *ABM* và *ACM* có:

AB = *AC* (gt),

AM chung,

$\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$ (do *AI* là đường phân giác của góc *BAC*).



Hình 9.35

Do đó Δ *ABM* = Δ *ACM* (c.g.c).

Suy ra *BM* = *CM* hay *M* là trung điểm của *BC*.

Vậy *AI* là đường trung tuyến của tam giác *ABC*.

Luyện tập 2

Cho tam giác *ABC* có hai đường phân giác *AM*, *BN* cắt nhau tại điểm *I*. Hỏi *CI* có là đường phân giác của góc *C* không?

Vận dụng 2

Chứng minh rằng trong tam giác đều, điểm cách đều ba cạnh của tam giác là trọng tâm của tam giác đó.

BÀI TẬP

9.20. Cho tam giác ABC với hai đường trung tuyến BN, CP và trọng tâm G. Hãy tìm số thích hợp đặt vào dấu "?" để được các đẳng thức:

$$BG = ?\ BN,\ CG = ?\ CP;$$
$$BG = ?\ GN,\ CG = ?\ GP.$$

9.21. Chứng minh rằng:

a) Trong một tam giác cân, hai đường trung tuyến ứng với hai cạnh bên là hai đoạn thẳng bằng nhau.

b) Ngược lại, nếu tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó cân.

9.22. Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G. Biết góc GBC lớn hơn góc GCB. Hãy so sánh BM và CN.

9.23. Kí hiệu I là điểm đồng quy của ba đường phân giác trong tam giác ABC. Tính góc BIC khi biết góc BAC bằng 120°.

9.24. Gọi BE và CF là hai đường phân giác của tam giác ABC cân tại A. Chứng minh $BE = CF$.

9.25. Trong tam giác ABC, hai đường phân giác của các góc B và C cắt nhau tại D. Kẻ DP vuông góc với BC, DQ vuông góc với CA, DR vuông góc với AB.

a) Hãy giải thích tại sao $DP = DR$.

b) Hãy giải thích tại sao $DP = DQ$.

c) Từ câu a và b suy ra $DR = DQ$. Tại sao D nằm trên tia phân giác của góc A?

(Đây là một cách chứng minh Định lí 2)

Mọi điểm trên tia phân giác của một góc cách đều hai cạnh của góc đó. Ngược lại, mọi điểm nằm bên trong góc, cách đều hai cạnh của góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó.

Bài 35 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC, BA ĐƯỜNG CAO TRONG MỘT TAM GIÁC

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Đường trung trực • Đường cao	• Nhận biết đường trung trực, đường cao của tam giác. • Nhận biết sự đồng quy của ba đường trung trực trong một tam giác. • Nhận biết sự đồng quy của ba đường cao trong một tam giác.

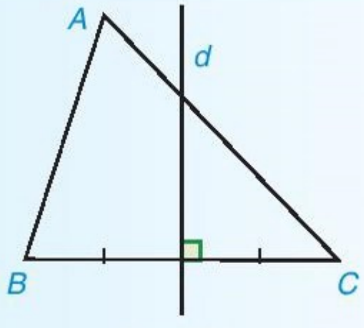
Có thể coi ba ngôi nhà của ba anh em trong một khu vườn là ba đỉnh của một tam giác (không tù). Họ muốn khoan một giếng chung trong vườn cách đều ba ngôi nhà (H.9.36). Em có thể giúp họ chọn địa điểm để khoan giếng không?

Hình 9.36

1 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC TRONG MỘT TAM GIÁC

Đường trung trực của tam giác

Trong một tam giác, đường trung trực của mỗi cạnh gọi là *đường trung trực của tam giác*. Trên Hình 9.37, *d* là đường trung trực ứng với cạnh *BC* của tam giác *ABC*.



Hình 9.37

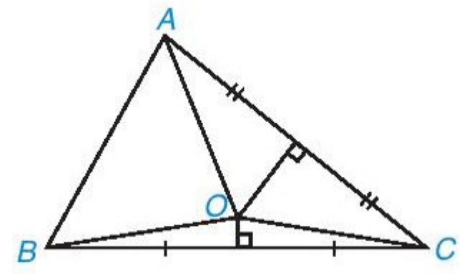
Mỗi tam giác có mấy đường trung trực?

Sự đồng quy của ba đường trung trực

HĐ1 Vẽ tam giác ABC (không tù) và ba đường trung trực của các đoạn thẳng BC, CA, AB. Quan sát hình và cho biết ba đường trung trực đó có cùng đi qua một điểm không.

HĐ2 Dùng tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng, hãy lập luận để suy ra tính chất nói ở HĐ1 bằng cách trả lời các câu hỏi sau:

Cho O là giao điểm các đường trung trực của hai cạnh BC và CA (H.9.38).



Hình 9.38

a) Tại sao $OB = OC$, $OC = OA$?

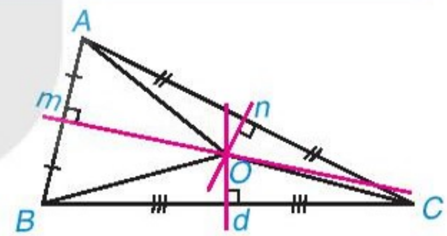
b) Điểm O có nằm trên đường trung trực của cạnh AB không?

Từ HĐ2, ta có định lí sau:

Định lí 1

> Ba đường trung trực của một tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác.

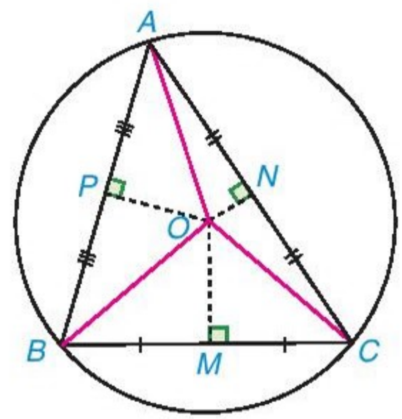
Chẳng hạn, trong tam giác ABC (H.9.39), các đường trung trực d, m, n đồng quy tại O và $OA = OB = OC$.



Hình 9.39

Nhận xét

Vì giao điểm O của ba đường trung trực trong tam giác ABC cách đều ba đỉnh của tam giác đó ($OA = OB = OC$) nên có một đường tròn tâm O đi qua ba đỉnh A, B, C (H.9.40).



Hình 9.40

Ví dụ 1

Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ đường trung tuyến AI của tam giác ABC.

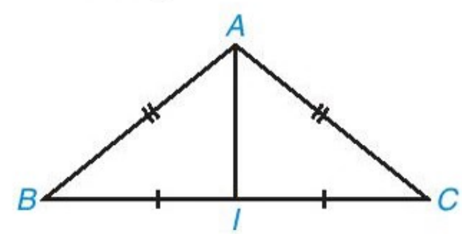
a) Chứng minh AI là đường trung trực của cạnh BC.

b) Điểm cách đều ba đỉnh của tam giác ABC có nằm trên AI không?

Giải (H.9.41)

a)

GT	$\Delta\,ABC$ có $AB = AC$, AI là đường trung tuyến.
KL	AI là đường trung trực của cạnh BC.



Hình 9.41

Chứng minh

Hai tam giác AIB và AIC có:

$AB = AC$ (GT), $IB = IC$ (do AI là trung tuyến); cạnh AI chung. Do đó $\triangle AIB = \triangle AIC$ (c.c.c).

Suy ra $\widehat{AIB} = \widehat{AIC}$, mà $\widehat{AIB}$ và $\widehat{AIC}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{AIB} = \widehat{AIC} = 90^\circ$. Do đó AI là đường trung trực của cạnh BC.

b) Do điểm cách đều ba đỉnh của tam giác ABC nằm trên đường trung trực của BC nên theo câu a, ta có điểm đó nằm trên trung tuyến AI.

Trong tam giác ABC cân tại A, đường trung tuyến AI cũng là đường trung trực của BC.

Luyện tập 1

Chứng minh rằng trong tam giác đều ABC, trọng tâm G cách đều ba đỉnh của tam giác đó.

Vận dụng 1

Em hãy trả lời câu hỏi trong *tình huống mở đầu*.

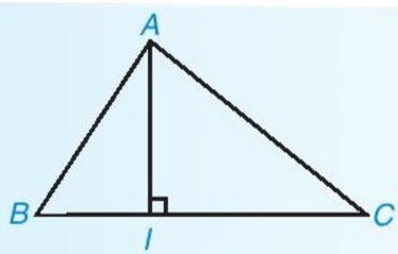
Thử thách nhỏ

Sử dụng tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng, hãy giải thích nếu điểm Q cách đều ba đỉnh của tam giác ABC thì Q phải là giao điểm ba đường trung trực của tam giác ABC.

2 SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG CAO TRONG MỘT TAM GIÁC

Đường cao của tam giác

Trong Hình 9.42, đoạn thẳng AI kẻ từ đỉnh A, vuông góc với cạnh đối diện BC là một *đường cao* của tam giác ABC. Ta còn nói AI là đường cao xuất phát từ đỉnh A (hay đường cao ứng với cạnh BC).



Hình 9.42

Đôi khi ta cũng nói đường thẳng AI là một đường cao của tam giác ABC.

❓ Mỗi tam giác có mấy đường cao?

Sự đồng quy của ba đường cao

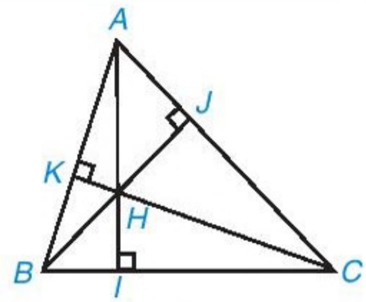
HĐ3 Vẽ tam giác ABC và ba đường cao của nó. Quan sát hình và cho biết, ba đường cao đó có cùng đi qua một điểm không.

Ta có thể chứng minh được định lí sau:

Định lí 2

Ba đường cao của một tam giác đồng quy tại một điểm.

Chẳng hạn, trong tam giác ABC (H.9.43), các đường cao AI, BJ, CK đồng quy tại H.



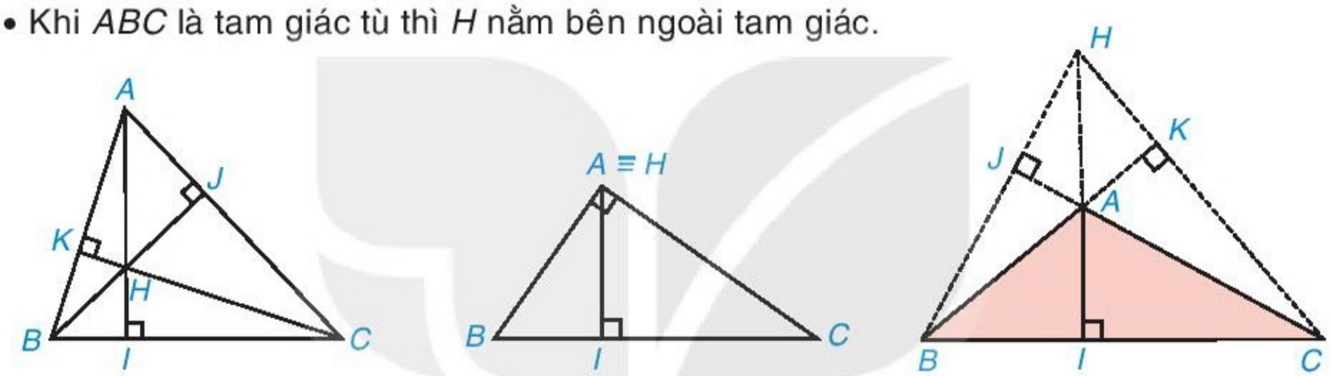
Hình 9.43

Chú ý

a) Điểm đồng quy của ba đường cao của một tam giác gọi là *trực tâm* của tam giác đó.

b) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC (H.9.44), ta có:

- Khi ABC là tam giác nhọn thì H nằm bên trong tam giác.
- Khi ABC là tam giác vuông tại A thì H trùng với A (kí hiệu là $H \equiv A$).
- Khi ABC là tam giác tù thì H nằm bên ngoài tam giác.



Tam giác nhọn *Tam giác vuông (H trùng với A)* *Tam giác tù*

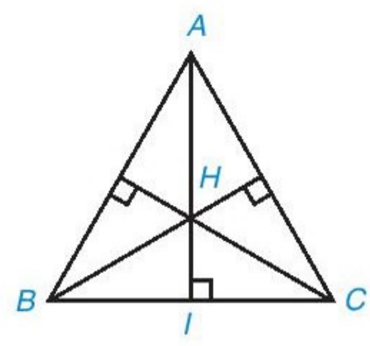
Hình 9.44

Ví dụ 2

Chứng minh trong tam giác đều, trực tâm của nó cách đều ba đỉnh của tam giác.

Giải

GT	Tam giác đều ABC có H là trực tâm.
KL	H cách đều ba đỉnh tam giác ABC.



Hình 9.45

Chứng minh (H.9.45)

Trong tam giác ABC cân tại A, kẻ đường cao AI.

Hai tam giác vuông ABI và ACI có: AI chung, $AB = AC$ (gt).

Do đó $\Delta ABI = \Delta ACI$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông). Suy ra $BI = CI$.

Vậy đường cao AI là đường trung trực của cạnh BC.

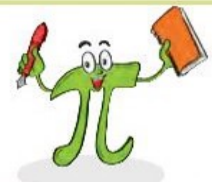
Vì tam giác đều cũng là tam giác cân tại mỗi đỉnh nên ba đường cao cũng là ba đường trung trực của nó. Vậy trực tâm H của tam giác đều cũng là giao điểm của ba đường trung trực nên nó cách đều ba đỉnh của tam giác.

Luyện tập 2

a) Chứng minh rằng trong tam giác *ABC* cân tại *A*, đường trung trực của cạnh *BC* là đường cao và cũng là đường phân giác xuất phát từ đỉnh *A* của tam giác đó.

b) Chứng minh rằng trong tam giác đều, điểm cách đều ba đỉnh cũng cách đều ba cạnh của tam giác.

Trong tam giác cân tại *A*, đường cao xuất phát từ đỉnh *A* đồng thời là đường trung trực, đường phân giác, đường trung tuyến của tam giác đó.



BÀI TẬP

9.26. Gọi *H* là trực tâm của tam giác *ABC* không vuông. Tìm trực tâm của các tam giác *HBC*, *HCA*, *HAB*.

9.27. Cho tam giác *ABC* có $\widehat{A} = 100^{\circ}$ và trực tâm *H*. Tính góc *BHC*.

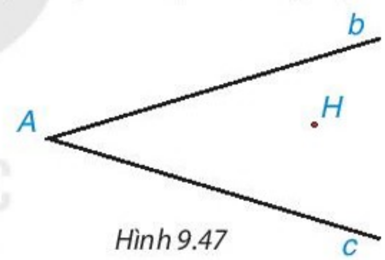
9.28. Xét điểm *O* cách đều ba đỉnh của tam giác *ABC*. Chứng minh rằng nếu *O* nằm trên một cạnh của tam giác *ABC* thì *ABC* là một tam giác vuông.

9.29. a) Có một chi tiết máy (đường viền ngoài là đường tròn) bị gãy (H.9.46). Làm thế nào để xác định được bán kính của đường viền này?

Hình 9.46

b) Trên bản đồ, ba khu dân cư được quy hoạch tại ba điểm *A*, *B*, *C* không thẳng hàng. Hãy tìm trên bản đồ đó một điểm *M* cách đều *A*, *B*, *C* để quy hoạch một trường học.

9.30. Cho hai đường thẳng không vuông góc *b*, *c* cắt nhau tại điểm *A* và cho điểm *H* không thuộc *b* và *c* (H.9.47). Hãy tìm điểm *B* thuộc *b*, điểm *C* thuộc *c* sao cho tam giác *ABC* nhận *H* làm trực tâm.

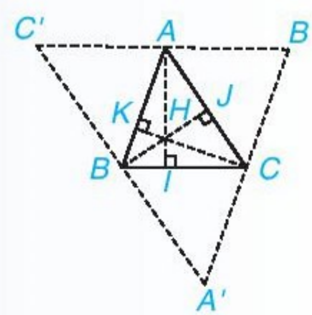


Hình 9.47

EM CÓ BIẾT?

Ta có thể chứng minh trong tam giác *ABC*, ba đường cao *AI*, *BJ*, *CK* đồng quy như sau:

Ở bên ngoài tam giác *ABC*, ghép thêm ba tam giác *CB'A*, *BAC'* và *A'CB* cùng bằng tam giác *ABC* (H.9.48).



Hình 9.48

– Khi đó ba góc tại đỉnh *A* bằng ba góc của tam giác *ABC* nên có tổng số đo bằng 180°, suy ra ba điểm *B'*, *C'* và *A* thẳng hàng.

Do *AB'* = *AC'* = *BC* nên *A* là trung điểm của *B'C'*.

– Đường thẳng *AB* cắt hai đường thẳng *B'C'* và *BC* tạo thành hai góc so le trong bằng nhau nên *B'C'* // *BC*. Vì đường cao *AI* vuông góc với *BC* nên nó vuông góc với *B'C'*, từ đó *AI* là đường trung trực của cạnh *B'C'*.

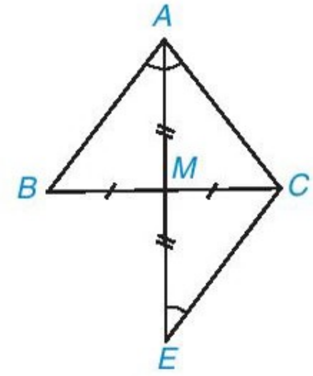
– Tương tự, *BJ*, *CK* lần lượt là trung trực của *A'C'*, *A'B'*. Suy ra *A'B'C'* là tam giác nhận *AI*, *BJ*, *CK* là ba đường trung trực.

Ta đã biết ba đường trung trực của tam giác *A'B'C'* đồng quy nên *AI*, *BJ*, *CK* đồng quy.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Chứng minh rằng tam giác ABC có đường trung tuyến AM cũng là đường phân giác thì ABC là tam giác cân tại A.



Hình 9.49

Giải (H.9.49)

GT	$\triangle ABC$, $BM = CM$ $\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$.
KL	$AB = AC$.

Chứng minh

Trên đường thẳng AM, lấy điểm E sao cho M nằm giữa A, E và $AM = EM$.

Ta có $\triangle BAM = \triangle CEM$ (c.g.c), suy ra $AB = EC$ và $\widehat{BAM} = \widehat{CEM}$.

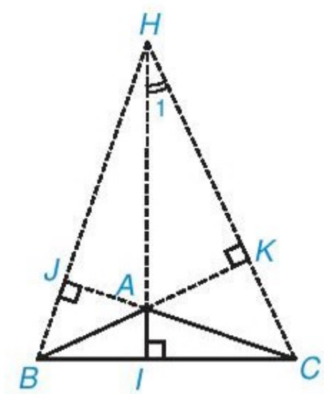
Mặt khác $\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$ (gt), suy ra $\widehat{CEM} = \widehat{CAM}$; từ đó tam giác CAE cân tại C tức là $CE = CA$. Ta đã có $AB = EC$, suy ra $AB = AC$.

Ví dụ 2

Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 135^\circ$, ba đường cao AI, BJ, CK và trực tâm H (H.9.50). Chứng minh rằng:

a) Tam giác AKC vuông cân, từ đó suy ra $AK = CK$;

b) Hai tam giác HAK và BCK bằng nhau, từ đó suy ra $AH = BC$.



Hình 9.50

Giải

GT	AI, BJ, CK là ba đường cao của $\triangle ABC$, $\widehat{BAC} = 135^\circ$, H là trực tâm của $\triangle ABC$.
KL	a) $\triangle AKC$ vuông cân, $AK = CK$. b) $\triangle HAK = \triangle BCK$, $AH = BC$.

Chứng minh

a) Ta có $\widehat{KAC}$ và $\widehat{CAB}$ là hai góc kề bù, $\widehat{BAC} = 135^\circ$, suy ra $\widehat{KAC} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.

Tam giác KAC vuông tại K có:

$$\widehat{KAC} + \widehat{KCA} + \widehat{AKC} = 180^\circ \text{ (tổng ba góc trong tam giác),}$$

hay $45^\circ + \widehat{KCA} + 90^\circ = 180^\circ$, suy ra $\widehat{KCA} = 45^\circ$.

Do đó, tam giác KAC vuông cân tại K, suy ra $AK = CK$.

b) Tam giác AHK vuông tại K nên $\widehat{HAK} + \widehat{H_1} = 90^\circ$.

Tam giác HIC vuông tại I nên $\widehat{HCB} + \widehat{H_1} = 90^\circ$. Do đó $\widehat{HAK} = \widehat{HCB}$.

Hai tam giác HAK và BCK có:

$AK = CK$ (chứng minh câu a);

$\widehat{HAK} = \widehat{HCB}$;

$\widehat{AKH} = \widehat{BKC}$ $(= 90^\circ)$.

Do đó, $\Delta HAK = \Delta BCK$ (g.c.g), suy ra $AH = BC$.

BÀI TẬP

9.31. Chứng minh rằng tam giác có đường trung tuyến và đường cao xuất phát từ cùng một đỉnh trùng nhau là một tam giác cân.

9.32. Cho ba điểm phân biệt thẳng hàng A, B, C. Gọi d là đường thẳng vuông góc với đường thẳng AB tại A. Với điểm M thuộc d, M khác A, vẽ đường thẳng CM. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng CM, cắt d tại N. Chứng minh đường thẳng BM vuông góc với đường thẳng CN.

9.33. Có một mảnh tôn hình tròn cần đục một lỗ ở tâm. Làm thế nào để xác định được tâm của mảnh tôn đó?

9.34. Cho tam giác ABC. Kẻ tia phân giác At của góc tạo bởi tia AB và tia đối của tia AC. Chứng minh rằng nếu đường thẳng chứa tia At song song với đường thẳng BC thì tam giác ABC cân tại A.

9.35. Kí hiệu S_{ABC} là diện tích tam giác ABC. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh $S_{GBC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$.

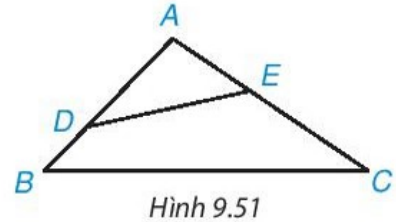
Gợi ý. Sử dụng $GM = \frac{1}{3}AM$ để chứng minh $S_{GBM} = \frac{1}{3} S_{ABM}$, $S_{GCM} = \frac{1}{3} S_{ACM}$.

b) Chứng minh $S_{GCA} = S_{GAB} = \frac{1}{3} S_{ABC}$.

Nhận xét. Từ bài tập trên ta có: $S_{GBC} = S_{GCA} = S_{GAB} = \frac{1}{3} S_{ABC}$, điều này giúp ta cảm nhận tại sao có thể đặt thăng bằng miếng bìa hình tam giác trên giá nhọn đặt tại trọng tâm của tam giác đó.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IX

9.36. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}$ là một góc tù. Lấy điểm D nằm giữa A và B; lấy điểm E nằm giữa A và C (H.9.51). Chứng minh $DE < BC$.

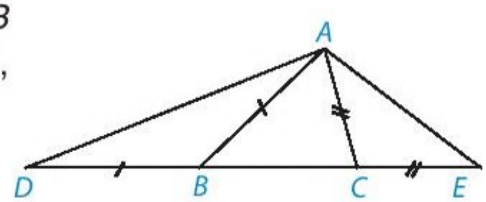


Hình 9.51

9.37. Cho tam giác ABC ($AB > AC$). Trên đường thẳng chứa cạnh BC, lấy điểm D và điểm E sao cho B nằm giữa D và C, C nằm giữa B và E, $BD = BA$, $CE = CA$ (H.9.52).

a) So sánh $\widehat{ADE}$ và $\widehat{AED}$.

b) So sánh các đoạn thẳng AD và AE.

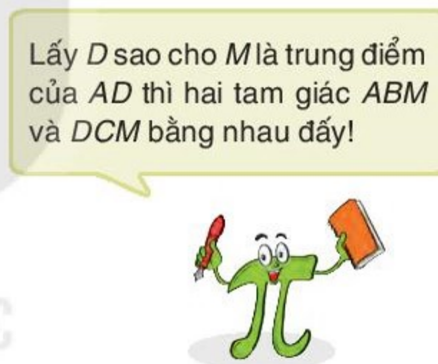


Hình 9.52

9.38. Gọi AI và AM lần lượt là đường cao và đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC. Chứng minh rằng:

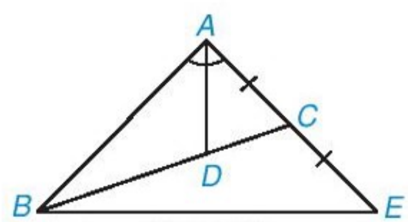
a) $AI < \dfrac{1}{2}(AB + AC)$;

b) $AM < \dfrac{1}{2}(AB + AC)$.



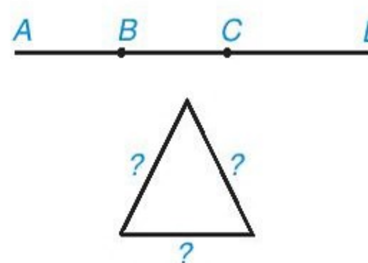
9.39. Cho tam giác ABC có đường phân giác AD, D nằm trên BC sao cho $BD = 2DC$. Trên đường thẳng AC, lấy điểm E sao cho C là trung điểm của AE (H.9.53). Chứng minh rằng tam giác ABE cân tại A.

Gợi ý. D là trọng tâm của tam giác ABE; tam giác này có đường phân giác AD đồng thời là đường trung tuyến.



Hình 9.53

9.40. Một sợi dây thép dài 1,2 m. Cần đánh dấu trên sợi dây thép đó hai điểm để khi uốn gập nó lại tại hai điểm đó sẽ tạo thành tam giác cân có một cạnh dài 30 cm (H.9.54). Em hãy mô tả các cách đánh dấu hai điểm trên sợi dây thép.



Hình 9.54

Chương X

MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

HÌNH HỌC TRỰC QUAN

Trong thực tế đời sống, chúng ta dễ gặp các hình như hộp đựng quà, bể cá cảnh, chiếc đèn lồng, khối rubik,... Đó là những hình ảnh về hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình lăng trụ đứng. Một số đặc điểm cùng với một số bài toán về tính diện tích, thể tích của chúng sẽ được giới thiệu trong chương này.

Bài 36 HÌNH HỘP CHỮ NHẬT VÀ HÌNH LẬP PHƯƠNG

Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Hình hộp chữ nhật • Hình lập phương	• Mô tả một số yếu tố cơ bản (đỉnh, cạnh, góc, đường chéo) của hình hộp chữ nhật, hình lập phương. • Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích xung quanh, thể tích của hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

Hình hộp chữ nhật, hình lập phương là các hình chúng ta thường gặp trong đời sống thực tế và đã được làm quen ở Tiểu học. Trong bài này, chúng ta sẽ tìm hiểu thêm một số yếu tố cơ bản và những vấn đề thực tiễn gắn với việc tính diện tích, thể tích của chúng.

1 HÌNH HỘP CHỮ NHẬT, HÌNH LẬP PHƯƠNG

Một số yếu tố cơ bản của hình hộp chữ nhật, hình lập phương

HĐ1 Hình nào dưới đây là đồ vật hoặc kiến trúc có dạng hình hộp chữ nhật, có dạng hình lập phương?

a)

b)

c)

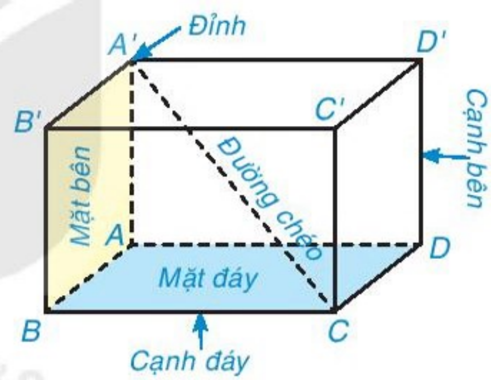
Em hãy tìm thêm một số hình ảnh có dạng hình hộp chữ nhật, hình lập phương trong thực tế.

HĐ2 Quan sát Hình 10.1.

① Nêu tên các đỉnh, cạnh, đường chéo của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

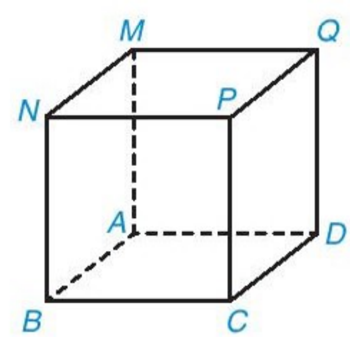
Hình hộp chữ nhật có bao nhiêu đỉnh? Có bao nhiêu cạnh? Có bao nhiêu đường chéo?

② Gọi tên các mặt bên, mặt đáy của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.



Hình 10.1

HĐ3 Quan sát Hình 10.2 và gọi tên đỉnh, cạnh, đường chéo, mặt đáy, mặt bên của hình lập phương $MNPQ.ABCD$.



Hình 10.2

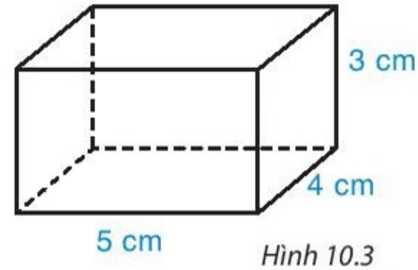
Nhận xét

Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình chữ nhật, 8 đỉnh, 12 cạnh, 4 đường chéo, các cạnh bên song song và bằng nhau.

Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình vuông.

Thực hành

Sử dụng bìa cứng, cắt và gấp một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước như Hình 10.3 theo hướng dẫn sau:

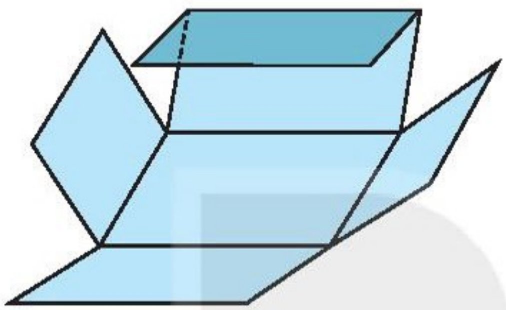


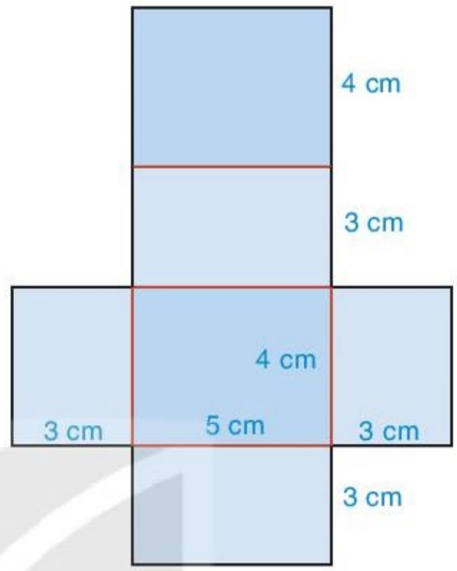
Hình 10.3

Bước 1. Vẽ hình khai triển của hình hộp chữ nhật theo kích thước đã cho như Hình 10.4.

Bước 2. Cắt theo viền.

Bước 3. Gấp theo đường màu cam để được hình hộp chữ nhật (H.10.5).


Hình 10.5



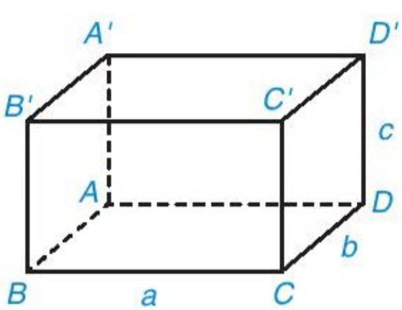
Hình 10.4

Vận dụng 1 Hãy cắt và gấp hình lập phương có cạnh 4 cm.

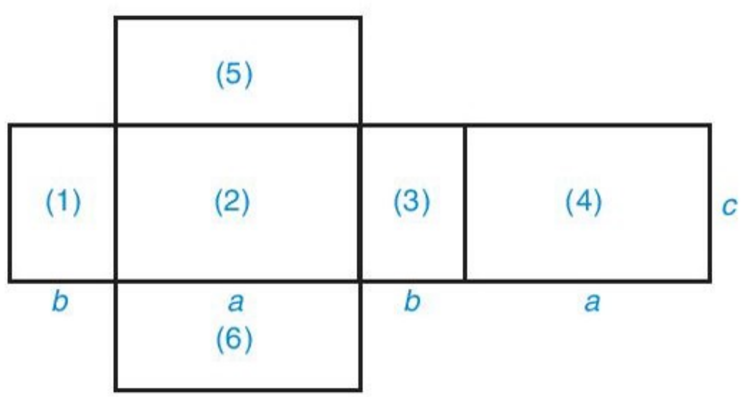
2 DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT, HÌNH LẬP PHƯƠNG

Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật, hình lập phương

HĐ4 Quan sát hình hộp chữ nhật (H.10.6a) và hình khai triển của nó (H.10.6b). Hãy chỉ ra sự tương ứng giữa các mặt của hình hộp chữ nhật với các hình chữ nhật ở hình khai triển. Hình chữ nhật nào ở hình khai triển là các mặt bên, là các mặt đáy?



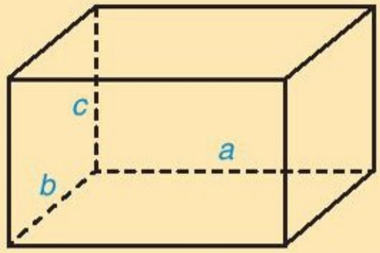
a)



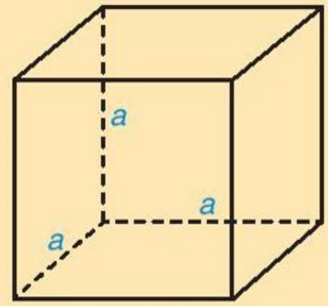
b)

Hình 10.6

HĐ5 Tính tổng diện tích các hình chữ nhật (1), (2), (3), (4). So sánh kết quả vừa tìm với tích của chu vi đáy và chiều cao của hình hộp chữ nhật.



Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật: $S_{xq} = 2(a + b)c$.



Diện tích xung quanh của hình lập phương: $S_{xq} = 4a^2$.

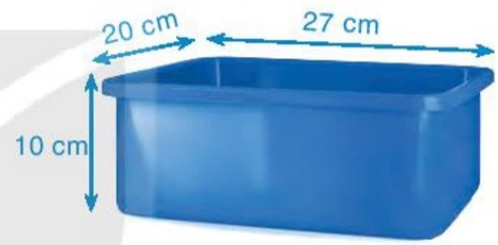
Chú ý. Khi tính diện tích, thể tích của một hình, các kích thước của nó phải cùng đơn vị độ dài.

Ví dụ 1

Một chiếc khay nhựa đựng đồ có dạng hình hộp chữ nhật như Hình 10.7. Dựa vào kích thước trên hình (coi mép khay nhựa không đáng kể), em hãy tính:

a) Diện tích xung quanh của chiếc khay.

b) Diện tích nhựa để làm chiếc khay trên.



Hình 10.7

Giải

a) Diện tích xung quanh của chiếc khay dạng hình hộp chữ nhật là:

$$2 \cdot (27 + 20) \cdot 10 = 940\ (\text{cm}^2).$$

b) Diện tích nhựa làm chiếc khay trên bằng tổng diện tích của các mặt xung quanh và mặt đáy. Diện tích mặt đáy của chiếc khay là:

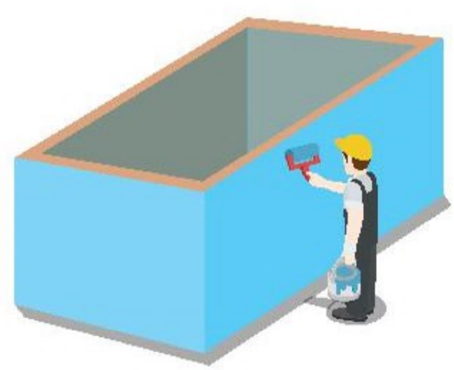
$$27 \cdot 20 = 540\ (\text{cm}^2).$$

Diện tích nhựa để làm chiếc khay là:

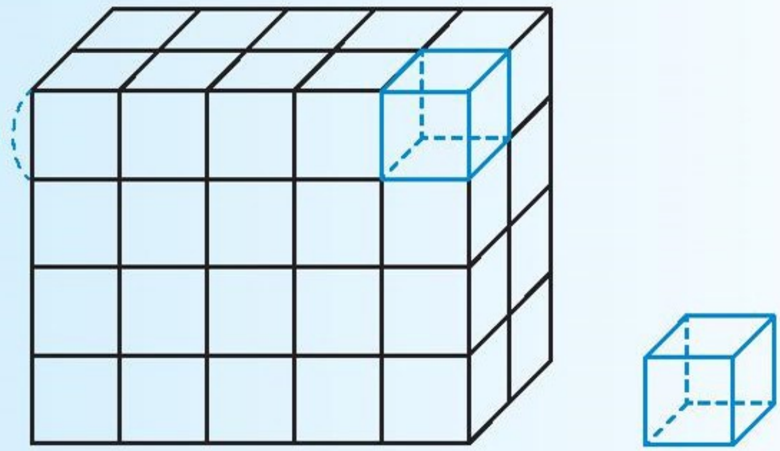
$$940 + 540 = 1\,480\ (\text{cm}^2).$$

Luyện tập 1

Bác Tú thuê thợ sơn xung quanh bốn mặt ngoài của thành bể nước có dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 3 m, chiều rộng 2 m, chiều cao 1,5 m với giá 20 000 đồng/m^2. Hỏi bác Tú phải trả chi phí là bao nhiêu?



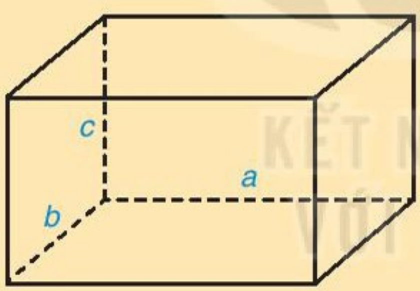
Thể tích của hình hộp chữ nhật, hình lập phương



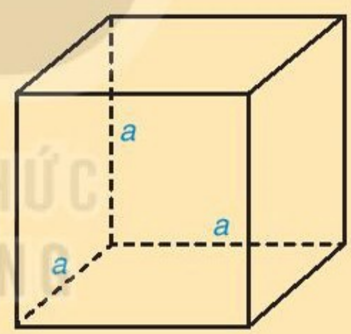
Hình 10.8

Người ta xếp các hộp đựng đồ chơi dạng hình lập phương nhỏ có cạnh 1 dm vào một chiếc hộp carton có dạng hình hộp chữ nhật (H.10.8). Ta thấy có 4 lớp hình lập phương, mỗi lớp có $2 \cdot 5$ hình lập phương. Mỗi hình lập phương nhỏ cạnh 1 dm có thể tích là 1 dm^3 nên thể tích của hình hộp chữ nhật là $2 \cdot 5 \cdot 4 = 40$ (dm^3).

Ta có công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật, hình lập phương:



Thể tích hình hộp chữ nhật $V = abc$.



Thể tích hình lập phương $V = a^3$.

Ví dụ 2

Tính thể tích hộp sữa có dạng hình hộp chữ nhật như Hình 10.9.

Hình 10.9

Giải

Thể tích hộp sữa hình hộp chữ nhật là:

$$V = 10 \cdot 10 \cdot 15 = 1\,500 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Luyện tập 2

Một hình lập phương có cạnh bằng a cm, diện tích xung quanh bằng 100 cm^2. Hỏi thể tích của hình lập phương đó bằng bao nhiêu?

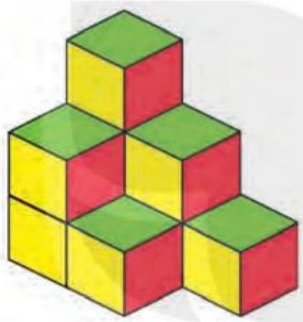
Vận dụng 2

Một chiếc thùng giữ nhiệt (H.10.10) có lòng trong có dạng một hình hộp chữ nhật với chiều dài 50 cm, chiều rộng 30 cm, chiều cao 30 cm. Tính dung tích của thùng giữ nhiệt đó.

Hình 10.10

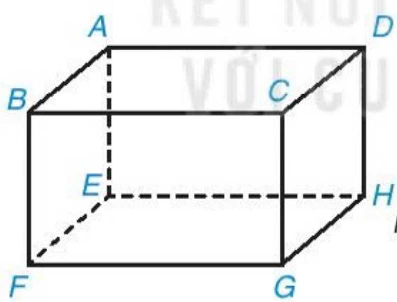
BÀI TẬP

10.1. Có bao nhiêu hình lập phương nhỏ trong Hình 10.11?



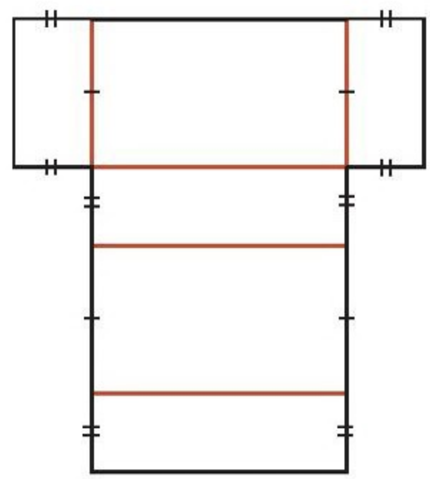
Hình 10.11

10.2. Gọi tên các đỉnh, cạnh, đường chéo, mặt của hình hộp chữ nhật trong Hình 10.12.



Hình 10.12

10.3. Vẽ lên một miếng bìa hình khai triển của hình hộp chữ nhật (tương tự hình bên) với kích thước tuỳ chọn. Cắt rời hình đã vẽ rồi gấp theo đường màu cam để được một hình hộp chữ nhật.



10.4. Một xe đông lạnh có thùng hàng dạng hình hộp chữ nhật, kích thước lòng thùng hàng dài 5,6 m, rộng 2 m, cao 2 m. Tính thể tích của lòng thùng hàng.

10.5. Một hộp sữa tươi có dạng hình hộp chữ nhật với dung tích 1 lít, chiều cao 20 cm, chiều dài 10 cm.

a) Tính chiều rộng của hộp sữa.

b) Tính diện tích vật liệu dùng để làm vỏ hộp sữa? (Coi như phần mép hộp không đáng kể).

10.6. Một bể nước có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 2 m. Lúc đầu bể không có nước. Sau khi đổ vào bể 120 thùng nước, mỗi thùng chứa 20 lít nước thì mực nước của bể dâng cao 0,8 m.

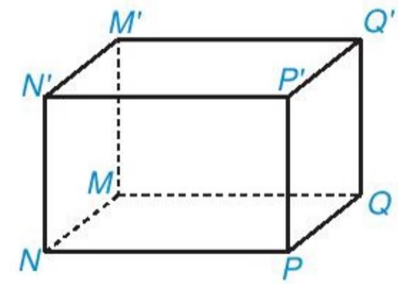
a) Tính chiều rộng của bể nước.

b) Người ta đổ thêm 60 thùng nước nữa thì đầy bể. Hỏi bể cao bao nhiêu mét?

LUYỆN TẬP

Ví dụ 1

Quan sát Hình 10.13 và kể tên các đỉnh, cạnh, đường chéo của hình hộp chữ nhật *MNPQ.M'N'P'Q'*.



Hình 10.13

Giải. Các đỉnh là: *M, N, P, Q, M', N', P', Q'*.

Các cạnh là: *MN, NP, PQ, QM, M'N', N'P', P'Q', Q'M', MM', NN', PP', QQ'*.

Các đường chéo: *MP', NQ', PM', QN'*.

Ví dụ 2

Một chiếc thùng rác làm bằng inox có kích thước như Hình 10.14. Hỏi thể tích của thùng là bao nhiêu (coi độ dày của tấm inox không đáng kể)?

Hình 10.14

Giải

Thể tích của thùng rác là:

$$V = 30 \cdot 24 \cdot 61 = 43\,920 \text{ (cm}^3).$$

Ví dụ 3

Bạn Thanh làm một chiếc hộp đựng đồ hình lập phương cạnh 30 cm với khung bằng thép, đáy và các mặt xung quanh bọc vải (H.10.15). Hỏi diện tích vải dùng để làm chiếc hộp đó là bao nhiêu (coi phần các mép vải khâu nối không đáng kể)?

Hình 10.15

Giải

Diện tích xung quanh của hình lập phương là:

$$S_{xq} = 4 \cdot 30^2 = 3\,600 \text{ (cm}^2).$$

Diện tích đáy của hình lập phương là:

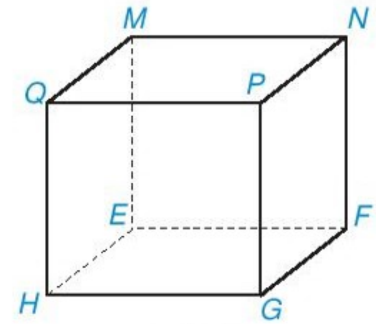
$$S_{đáy} = 30^2 = 900 \text{ (cm}^2).$$

Diện tích vải bạn Thanh cần dùng để làm chiếc hộp đó là:

$$3\,600 + 900 = 4\,500 \text{ (cm}^2).$$

BÀI TẬP

10.7. Kể tên các đỉnh, cạnh và đường chéo của hình lập phương *MNPQ.EFGH* ở Hình 10.16.



Hình 10.16

10.8. Một chiếc hộp đựng đồ đa năng có dạng hình hộp chữ nhật với khung bằng thép, bên ngoài phủ vải và kích thước như Hình 10.17.

a) Tính thể tích của hộp.

b) Tính diện tích vải phủ bề mặt ngoài của chiếc hộp.

Hình 10.17

10.9. Một chiếc khay làm đá để trong tủ lạnh có 18 ngăn nhỏ hình lập phương với cạnh 2 cm (H.10.18). Hỏi tổng thể tích của toàn bộ các viên đá lạnh đựng đầy trong khay là bao nhiêu?


Hình 10.18

10.10. Một cái thùng hình lập phương cạnh 7 dm có chứa nước, độ sâu của nước là 4 dm. Người ta thả 25 viên gạch dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 2 dm, chiều rộng 1 dm và chiều cao 0,5 dm vào thùng. Hỏi nước trong thùng dâng lên cách miệng thùng bao nhiêu đềximét (giả sử toàn bộ gạch ngập trong nước và chúng hút nước không đáng kể)?

Bài 37 HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC VÀ HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC

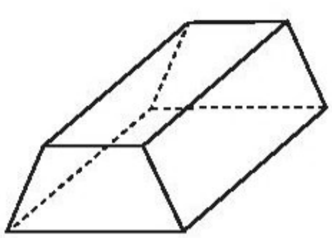
Khái niệm, thuật ngữ	Kiến thức, kĩ năng
• Hình lăng trụ đứng tam giác • Hình lăng trụ đứng tứ giác	• Mô tả hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác và tạo lập hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác. • Tính diện tích xung quanh, thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác. • Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính thể tích, diện tích xung quanh của một hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác.

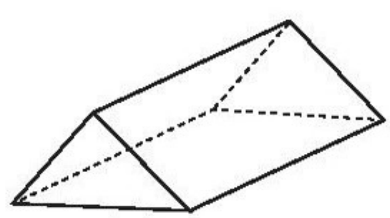
Trong thực tế, có nhiều vật dụng có hình dạng là hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác. Chẳng hạn, ở hình vẽ bên, lịch để bàn, chiếc chặn giấy có dạng hình lăng trụ đứng tam giác. Bài học này giúp các em biết cách mô tả, tính diện tích xung quanh, thể tích của các hình đó.

1 HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC, HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC

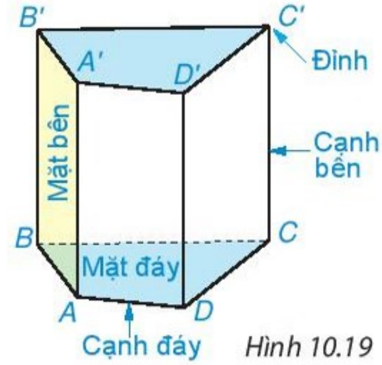
Một số yếu tố cơ bản của hình lăng trụ đứng tam giác, tứ giác

HĐ1 Trong thực tế, ta gặp những vật thể có hình dạng sau đây. Hãy quan sát và nhận xét một vài đặc điểm chung của các hình đó:

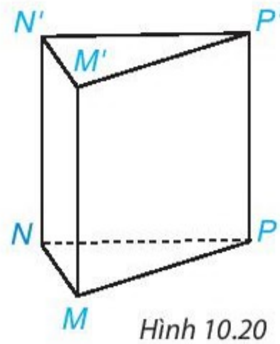




HĐ2 Một số yếu tố của hình lăng trụ đứng tứ giác được chỉ rõ trong Hình 10.19. Em hãy nêu các yếu tố tương tự của hình lăng trụ đứng tam giác trong Hình 10.20 và cho một vài nhận xét về các yếu tố đó.



Hình 10.19

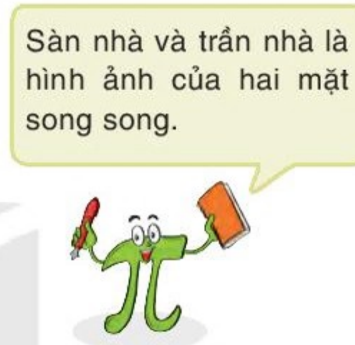


Hình 10.20

Nhận xét. Trong hình lăng trụ đứng tam giác (tứ giác):

- Hai mặt đáy song song với nhau.
- Các mặt bên là những hình chữ nhật.
- Các cạnh bên song song và bằng nhau.

Độ dài một cạnh bên gọi là chiều cao của lăng trụ đứng.



Ví dụ 1

Hãy cho biết đỉnh, cạnh đáy, cạnh bên, mặt đáy, mặt bên của hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ trong Hình 10.21.

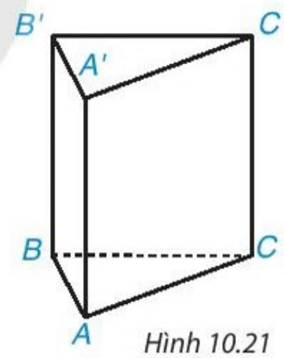
Giải. Các đỉnh: A, B, C, A', B', C'.

Các cạnh đáy: AB, BC, CA, $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$.

Các cạnh bên: AA', BB', CC'.

Các mặt đáy là các tam giác ABC và $A'B'C'$.

Các mặt bên là các hình chữ nhật $ABB'A'$, $ACC'A'$, $BCC'B'$.

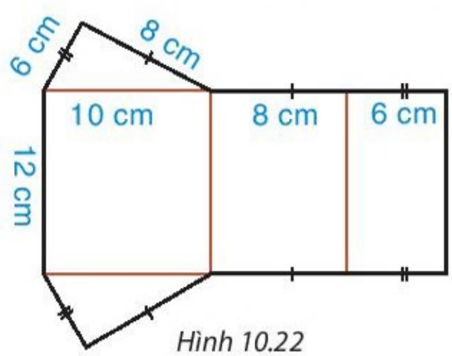


Hình 10.21

Thực hành

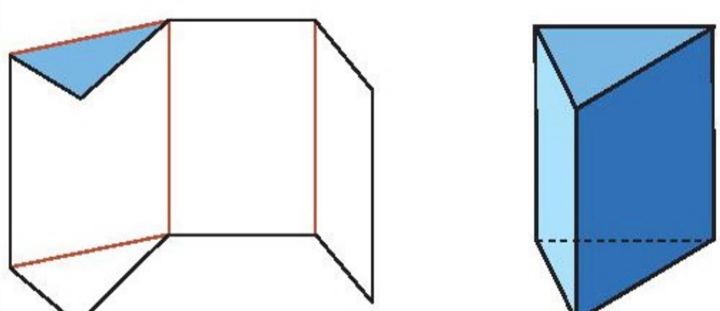
Cắt và gấp một miếng bìa thành hình lăng trụ đứng tam giác theo hướng dẫn sau:

Bước 1. Vẽ hình khai triển theo mẫu và cắt theo viền (H.10.22).



Hình 10.22

Bước 2. Gấp theo nét màu cam. Ta được hình lăng trụ (H.10.23).

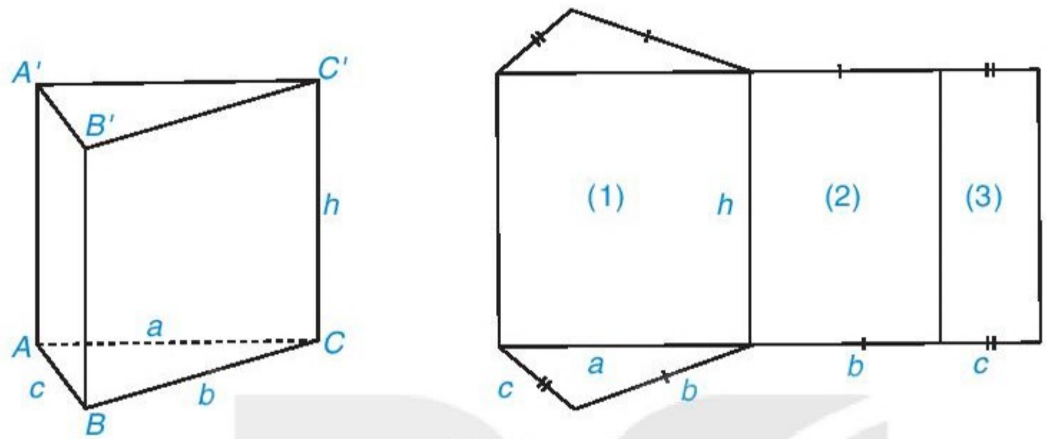


Hình 10.23

2 DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC, HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác

HĐ3 Quan sát hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ và hình khai triển của nó. Hãy chỉ ra sự tương ứng giữa các mặt bên với các hình chữ nhật của hình khai triển.



Hình 10.24

HĐ4 Tính tổng diện tích các hình chữ nhật (1), (2), (3) và so sánh với tích của chu vi đáy với chiều cao của hình lăng trụ đứng ở hình trên.

Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác:

$$S_{xq} = C \cdot h,$$

trong đó S_{xq} : Diện tích xung quanh của hình lăng trụ,

C : Chu vi một đáy của hình lăng trụ,

h : Chiều cao của lăng trụ.

Ví dụ 2

Một quyển lịch để bàn (H.10.25) gồm các tờ lịch được đặt trên một giá đỡ bằng bìa có dạng hình lăng trụ đứng tam giác. Tính diện tích bìa dùng để làm giá đỡ của quyển lịch.

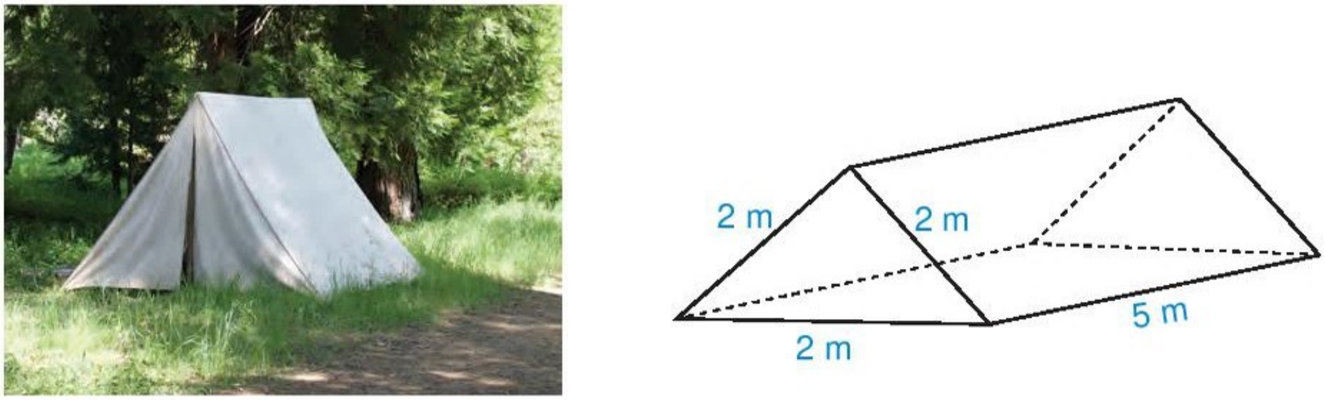
Hình 10.25

Giải

Diện tích bìa dùng để làm giá đỡ của quyển lịch là diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng tam giác:

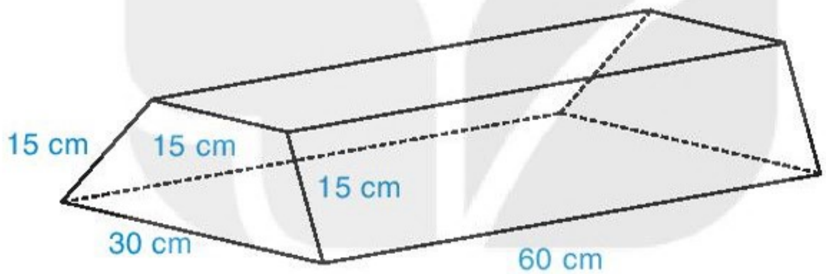
$S_{xq} = C \cdot h = (20 + 20 + 7) \cdot 25 = 47 \cdot 25 = 1\ 175\ (cm^2)$.

Luyện tập 1 Một lều chữ *A* dạng hình lăng trụ đứng có kích thước như Hình 10.26. Tính diện tích vải để làm hai mái và trải đáy của lều.



Hình 10.26

Vận dụng Một khúc gỗ dùng để chặn bánh xe (giúp xe không bị trôi khi dừng đỗ) có dạng hình lăng trụ đứng, đáy là hình thang cân có kích thước như Hình 10.27. Người ta sơn xung quanh khúc gỗ này (không sơn hai đầu hình thang cân). Mỗi mét vuông sơn chi phí hết 20 000 đồng. Hỏi sơn xung quanh như vậy hết bao nhiêu tiền?



Hình 10.27

Thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác, lăng trụ đứng tứ giác

Tương tự như hình hộp chữ nhật, hình lập phương, thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác được tính bằng tích của diện tích đáy và chiều cao của nó.

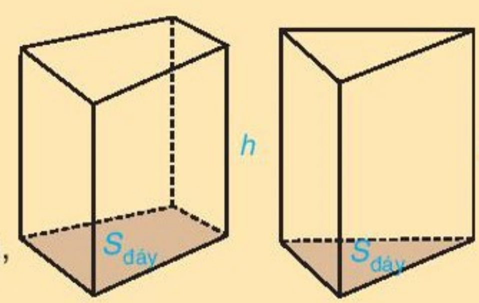
Thể tích của hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác:

$$V = S_{đáy} \cdot h,$$

trong đó V: Thể tích của hình lăng trụ đứng,

$S_{đáy}$: Diện tích một đáy của hình lăng trụ đứng,

h: Chiều cao của hình lăng trụ đứng.



Ví dụ 3

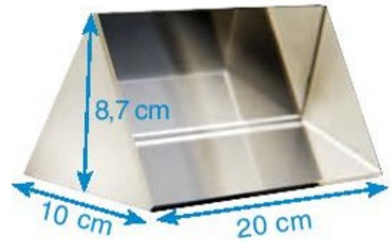
Một lăng kính được làm bằng thuỷ tinh có dạng một hình lăng trụ đứng tam giác như Hình 10.28. Tính thể tích thuỷ tinh dùng để làm lăng kính.

Giải

Diện tích tam giác đáy là $S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8{,}7 = 43{,}5$ (cm^2).

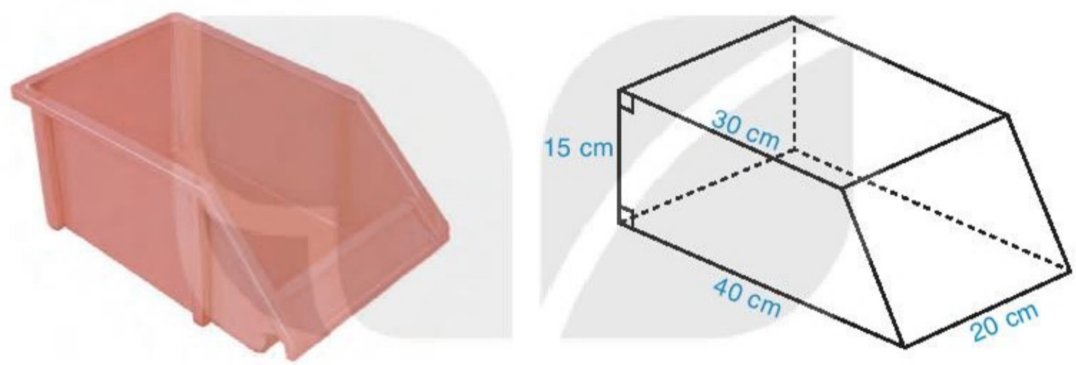
Thể tích thuỷ tinh dùng làm lăng kính là:

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 43{,}5 \cdot 20 = 870 \ (\text{cm}^3).$$



Hình 10.28

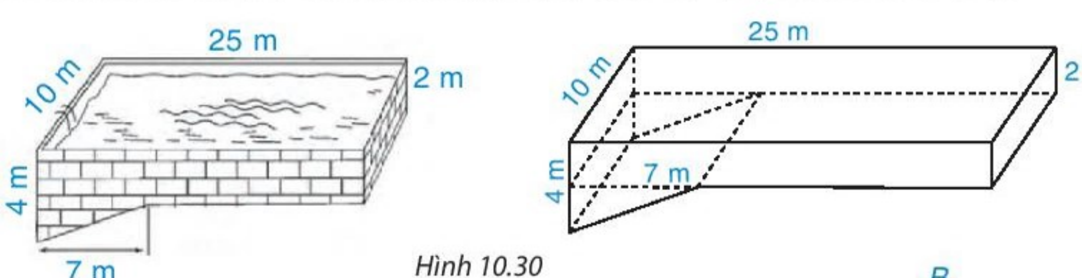
Luyện tập 2 Một chiếc khay đựng linh kiện bằng nhựa, có dạng hình lăng trụ đứng đáy là hình thang vuông với độ dài hai cạnh đáy là 30 cm, 40 cm và các kích thước như Hình 10.29. Tính thể tích của khay.



Hình 10.29

Thử thách nhỏ

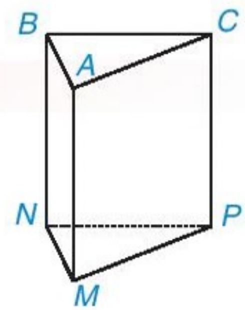
Một bể bơi có hình dạng và kích thước như Hình 10.30. Hình dạng của bể bơi được ghép bởi một hình hộp chữ nhật và một hình lăng trụ đứng tam giác. Khi bể bơi đầy ắp nước thì nó chứa bao nhiêu mét khối nước (bỏ qua độ dày của thành bể).



Hình 10.30

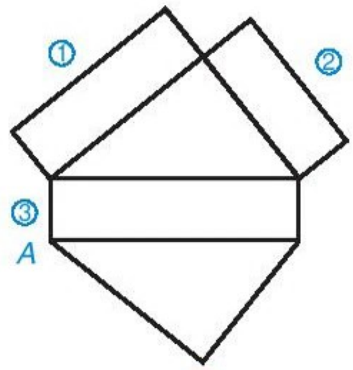
BÀI TẬP

10.11. Quan sát và gọi tên các mặt đáy, mặt bên, cạnh đáy, cạnh bên của hình lăng trụ đứng tam giác ở Hình 10.31.



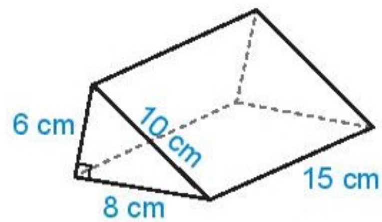
Hình 10.31

10.12. Quan sát Hình 10.32 và cho biết cạnh nào trong các cạnh ①, ②, ③ ghép với cạnh *AB* để có được hình lăng trụ đứng.



Hình 10.32

10.13. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình lăng trụ đứng trong Hình 10.33.

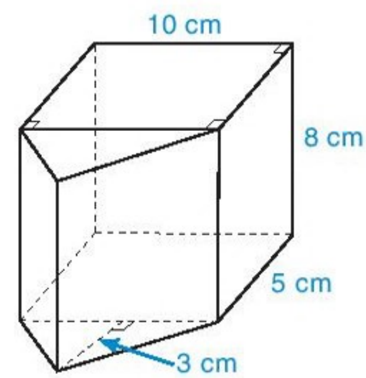


Hình 10.33

10.14. Thùng một chiếc máy nông nghiệp có dạng hình lăng trụ đứng tứ giác như Hình 10.34. Đáy của hình lăng trụ đứng này (mặt bên của thùng) là một hình thang vuông có độ dài đáy lớn 3 m, đáy nhỏ 1,5 m. Hỏi thùng có dung tích bao nhiêu mét khối?

Hình 10.34

10.15. Một hình gồm hai hình lăng trụ đứng ghép lại với các kích thước như ở Hình 10.35. Tính thể tích của hình ghép.

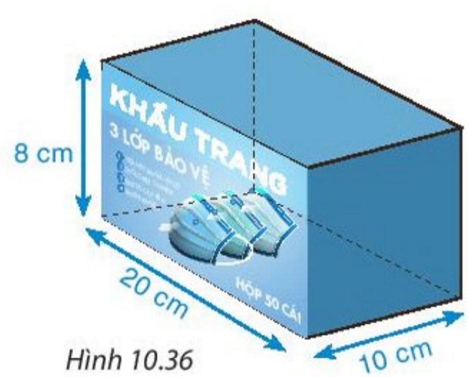


Hình 10.35

10.16. Một hộp đựng khẩu trang y tế được làm bằng bìa cứng có dạng một hình hộp chữ nhật, kích thước như Hình 10.36.

a) Hãy tính thể tích của hộp.

b) Tính diện tích bìa cứng dùng để làm hộp (bỏ qua mép dán).

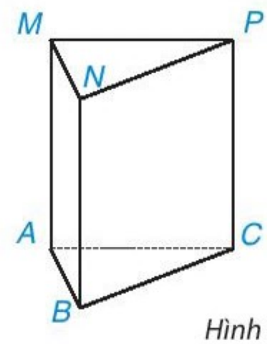


Hình 10.36

LUYỆN TẬP

Ví dụ 1

Gọi tên đỉnh, cạnh, mặt bên, mặt đáy của hình lăng trụ đứng tam giác ở Hình 10.37.



Hình 10.37

Giải

Các đỉnh của hình lăng trụ là: *A, B, C, M, N, P*.

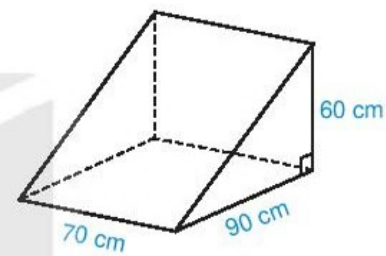
Các cạnh của hình lăng trụ là: *AB, BC, CA, MN, NP, PM, AM, BN, CP*.

Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình chữ nhật *ABNM, BCPN, ACPM*.

Các mặt đáy của hình lăng trụ là các tam giác *ABC* và *MNP*.

Ví dụ 2

Ông Khôi làm một khối gỗ hình lăng trụ đứng tam giác, kích thước như Hình 10.38, để chèn bánh xe. Tính thể tích của khối gỗ.



Hình 10.38

Giải

Thể tích của khối gỗ là:

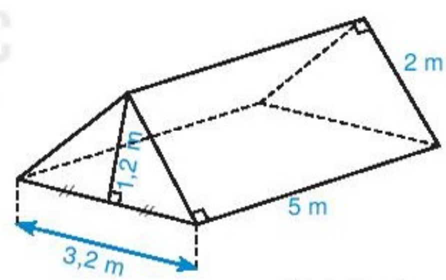
$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 90 \cdot 70 = 189\,000\ (\text{cm}^3) = 0{,}189\ (\text{m}^3).$$

Ví dụ 3

Chi đội của bạn Trang dựng một lều ở trại hè có dạng lăng trụ đứng tam giác với kích thước như Hình 10.39.

a) Tính thể tích khoảng không bên trong lều.

b) Biết lều phủ vải bạt 4 phía, trừ mặt tiếp đất. Tính diện tích vải bạt cần phải có để dựng lều.



Hình 10.39

Giải

a) Diện tích đáy lăng trụ là: $S_{\text{đáy}} = (3{,}2 \cdot 1{,}2) : 2 = 1{,}92\ (\text{m}^2)$.

Thể tích khoảng không bên trong lều là: $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = 1{,}92 \cdot 5 = 9{,}6\ (\text{m}^3)$.

b) Diện tích vải bạt cần có để dựng lều chính là diện tích toàn phần của lăng trụ trừ đi diện tích mặt bên có kích thước là 5 m và 3,2 m.

Diện tích xung quanh lăng trụ là: $S_{xq} = C \cdot h = (2 + 2 + 3{,}2) \cdot 5 = 36\ (\text{m}^2)$.

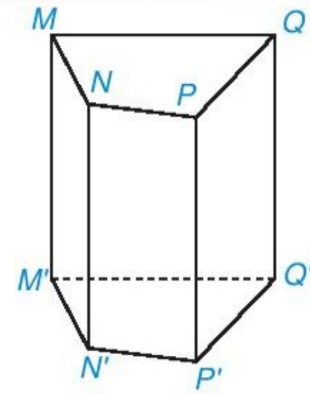
Diện tích toàn phần của hình lăng trụ là: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 36 + 2 \cdot 1{,}92 = 39{,}84\ (\text{m}^2)$.

Diện tích mặt bên kích thước 5 m và 3,2 m là: $5 \cdot 3{,}2 = 16\ (\text{m}^2)$.

Vậy diện tích vải bạt cần có để dựng lều là: $39{,}84 - 16 = 23{,}84\ (\text{m}^2)$.

BÀI TẬP

10.17. Viết tên đỉnh, cạnh, mặt bên, mặt đáy của hình lăng trụ đứng tứ giác ở Hình 10.40.

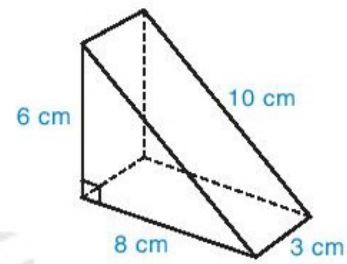


Hình 10.40

10.18. Một cái bánh ngọt có dạng hình lăng trụ đứng tam giác, kích thước như Hình 10.41.

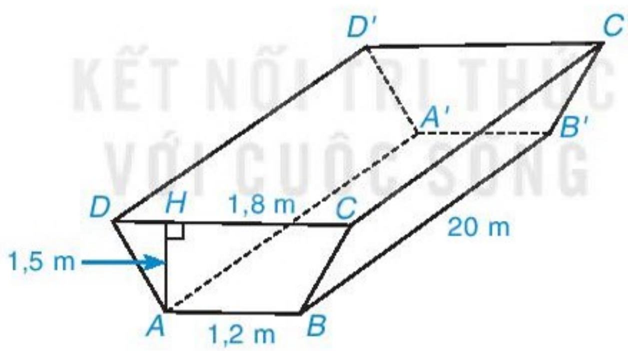
a) Tính thể tích cái bánh.

b) Nếu phải làm một chiếc hộp để đựng vừa khít cái bánh này thì diện tích vật liệu cần dùng là bao nhiêu (coi mép dán không đáng kể)?



Hình 10.41

10.19. Người ta đào một đoạn mương có dạng hình lăng trụ đứng tứ giác như Hình 10.42. Biết mương có chiều dài 20 m, sâu 1,5 m, bề mặt có chiều rộng 1,8 m và đáy mương rộng 1,2 m. Tính thể tích đất phải đào lên.



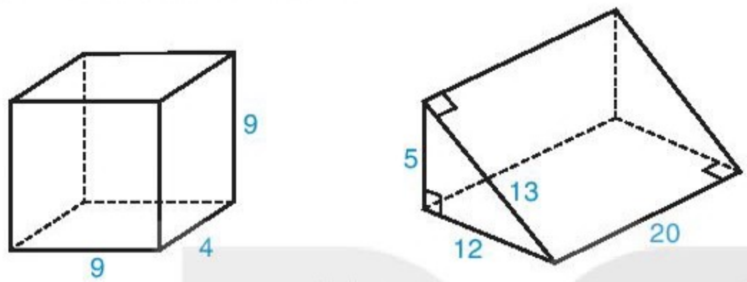
Hình 10.42

10.20. Người ta làm một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật bằng bìa với chiều dài 20 cm, chiều rộng 14 cm và chiều cao 15 cm.

a) Tính thể tích của cái hộp.

b) Tính diện tích bìa dùng để làm cái hộp.

10.21. Tính thể tích, diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật và hình lăng trụ trong Hình 10.43.



Hình 10.43

10.22. Người ta xếp một số viên gạch dạng hình hộp chữ nhật tạo thành một khối hình lập phương cạnh 20 cm như Hình 10.44.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của khối gạch hình lập phương.

b) Tìm kích thước mỗi viên gạch.

Hình 10.44

10.23. Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 5 m, chiều rộng 4 m và chiều cao 3 m. Người ta muốn lăn sơn tường và trần nhà. Hỏi diện tích cần lăn sơn là bao nhiêu mét vuông, biết rằng tổng diện tích các cửa bằng 5,8 m^2 ?

10.24. Một bể cá dạng hình hộp chữ nhật làm bằng kính (không có nắp) có chiều dài 80 cm, chiều rộng 50 cm, chiều cao 45 cm. Mực nước ban đầu trong bể cao 35 cm.

a) Tính diện tích kính dùng để làm bể cá đó.

b) Người ta cho vào bể một hòn đá trang trí chìm hẳn trong nước thì mực nước của bể dâng lên thành 37,5 cm. Tính thể tích hòn đá.

10.25. Một chiếc cốc có dạng hình trụ, chứa đầy nước. Hỏi nếu bỏ vào cốc 5 viên đá dạng hình lập phương có cạnh 2 cm thì lượng nước trào ra ngoài là bao nhiêu?

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM

ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ TRONG ĐỜI SỐNG

Mục tiêu

- Biết chuyển đổi một số đơn vị đo chiều dài và khối lượng thông dụng.
- Thực hành tính toán việc tăng, giảm theo giá trị phần trăm của một mặt hàng.
- Thực hành tính lãi suất tiết kiệm và làm quen với Quy tắc 72 trong tài chính.

1 CHUYỂN ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO LƯỜNG

Ở Việt Nam và nhiều nước khác, chúng ta thường dùng Hệ đo lường quốc tế SI, với các đơn vị đo chiều dài là mét, milimét, xentimét, đềximét, kilômét,... và các đơn vị đo khối lượng là kilôgam, yến, tạ, tấn,... Tuy nhiên ở Mỹ và một số quốc gia khác, người ta lại dùng Hệ đo lường Mỹ.

Trong mục này ta sẽ tìm hiểu đơn vị đo chiều dài và khối lượng trong Hệ đo lường Mỹ và cách chuyển đổi chúng về các đơn vị đo lường quen thuộc trong hệ SI.

CHUYỂN ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO CHIỀU DÀI

Inch viết tắt là in, là đơn vị đo chiều dài phổ biến ở Mỹ, Anh và một số nước khác; mỗi inch bằng 2,54 cm. Ngoài ra, người ta còn dùng các đơn vị đo độ dài khác như **foot** viết tắt là ft (1 ft = 12 in); **yard** viết tắt là yd (1 yd = 3 ft); **mile** viết tắt là mi (1 mi = 1 760 yd). Trong vận chuyển đường biển hoặc đường hàng không, người ta thường dùng đơn vị **hải lí**, viết tắt là nmi hoặc NM (từ tiếng Anh tương ứng là nautical mile) (1 nmi = 1 852 m).

HĐ1 Tượng Nữ thần Tự do ở Mỹ cao 151 ft 1 in (không kể bệ tượng).

(Theo *nps.gov*)

Hãy tính chiều cao của tượng Nữ thần Tự do theo đơn vị mét (làm tròn đến hàng đơn vị).

CHUYỂN ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO KHỐI LƯỢNG

Pound hay **cân Anh**, viết tắt là lb, là một đơn vị đo khối lượng truyền thống của Anh, Mỹ và một số quốc gia khác. Hiện nay giá trị được quốc tế công nhận là mỗi pound bằng 0,45359237 kg và bằng 16 ounce.

HĐ2 Dưới đây là một số thông tin về khối lượng của tượng Nữ thần Tự do.

Khối lượng đồng dùng trong bức tượng	60 000 lb
Khối lượng thép dùng trong bức tượng	250 000 lb
Tổng khối lượng bức tượng	450 000 lb

(Theo *nps.gov*)

Hãy đổi các thông tin khối lượng trên sang đơn vị tấn (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Vận dụng 1

Dưới đây là một số thông số kĩ thuật của một dòng máy bay.

Chiều dài	206 ft 1 in
Sải cánh	197 ft 3 in
Chiều cao	55 ft 10 in
Khối lượng rỗng	284 000 lb
Khối lượng cất cánh tối đa	560 000 lb
Tầm bay với cấu hình bình thường	7 635 nmi
Độ cao bay vận hành	43 000 ft

(Theo *flugzeuginfo.net*)

Hãy đổi các thông số kĩ thuật trên sang các đơn vị đo lường quen thuộc là mét (riêng tầm bay đổi sang kilômét) và kilôgam (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

2 ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ TRONG TÀI CHÍNH

HĐ3 Thực hành tính toán việc tăng, giảm theo giá trị phần trăm của một mặt hàng

Trong đợt khuyến mại, một cửa hàng quần áo giảm giá 15% tất cả các sản phẩm.

a) Viết công thức tính giá mới của một mặt hàng theo giá cũ.

b) Nếu một chiếc áo phông có giá niêm yết là 300 nghìn đồng thì giá của nó sau khi giảm là bao nhiêu?

HĐ4 Quy tắc 72 trong tài chính

Trong tài chính, Quy tắc 72 là quy tắc tính nhẩm dùng để ước tính khoảng thời gian cần thiết để số vốn đầu tư ban đầu có thể tăng lên gấp đôi dựa vào mức lãi suất hằng năm cố định. Quy tắc này cho bởi công thức $t = \frac{72}{r}$, trong đó t là thời gian tính bằng năm, r% mỗi năm là lãi suất kép (tức là cứ sau mỗi năm số tiền lãi của năm đó lại được cộng vào số tiền gốc cũ để được số tiền gốc mới, dùng để tính lãi cho năm tiếp theo).

a) Một khoản đầu tư sẽ tăng gấp đôi trong bao lâu nếu lãi suất kép là 6% mỗi năm?

b) Bác Nam có 100 triệu đồng và bác muốn đầu tư để tăng gấp đôi số tiền của mình sau 5 năm. Hỏi lãi suất kép cho khoản đầu tư đó phải là bao nhiêu?

Vận dụng 2

Lãi suất kì hạn 12 tháng của một ngân hàng là 5,6%/năm.

a) Viết công thức tính số tiền lãi thu được sau một năm theo số tiền gửi.

b) Bác Hà gửi 120 triệu đồng với kì hạn 12 tháng ở ngân hàng đó. Hỏi sau một năm bác Hà nhận được bao nhiêu tiền cả gốc lẫn lãi?

c) Giả sử lãi suất không thay đổi, hãy dùng Quy tắc 72 ước lượng số năm cần gửi tiết kiệm để số tiền gửi của bác Hà tăng gấp đôi.

VÒNG QUAY MAY MẮN

Mục tiêu

- Làm quen với các biến cố và nhận ra được biến cố có xảy ra hay không.
- Cảm nhận được xác suất xảy ra mỗi biến cố nhiều hay ít.

Chuẩn bị: Một miếng bìa cứng hình tròn được chia thành sáu phần bằng nhau, có ghi tên các phần thưởng, được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm như Hình T.1.

Luật chơi: Quay miếng bìa, nếu mũi tên chỉ vào ô màu xanh thì Vuông thắng cuộc, nếu mũi tên chỉ vào ô màu hồng thì Tròn thắng cuộc. Người thắng cuộc nhận được phần thưởng ghi trong ô mũi tên chỉ vào.

Hình T.1

CÁC BƯỚC THỰC HIỆN

Bước 1. Em đọc luật chơi trên và thảo luận xem:

- Hai biến cố "Vuông thắng", "Tròn thắng" có đồng khả năng không?
- Xác suất Vuông, Tròn nhận được phần thưởng nào là cao nhất (rubik, áo phông hay hộp bút)?

Bước 2. Chia lớp thành từng cặp để chơi. Một bạn đóng vai Vuông, một bạn đóng vai Tròn. Mỗi cặp thực hiện chơi 10 lần. Mỗi lần chơi xác định xem bạn nào thắng, phần thưởng là gì và ghi kết quả theo mẫu Bảng T.1.

Lần chơi	Người thắng	Phần thưởng
1	Vuông	Áo phông
...	...	...
10	Tròn	Rubik

Bảng T.1

Bước 3. Thống kê lại kết quả chơi của cả lớp theo mẫu Bảng T.2 và Bảng T.3.

Kết quả	Vuông thắng	Tròn thắng
Số lần	...	...

Bảng T.2

Phần thưởng Vuông, Tròn nhận được	Rubik	Áo phông	Hộp bút
Số lần	...	...	...

Bảng T.3

Bước 4.

- Từ dữ liệu Bảng T.2, em hãy tính xác suất thực nghiệm của các sự kiện "Vuông thắng", "Tròn thắng".
- Từ dữ liệu Bảng T.3, em hãy cho biết phần thưởng nào Vuông và Tròn được nhận là nhiều nhất.
- So sánh kết quả thu được với nội dung thảo luận trong Bước 1 và rút ra kết luận.

HỘP QUÀ VÀ CHÂN ĐẾ LỊCH ĐỂ BÀN CỦA EM

Mục tiêu

Vận dụng các kiến thức đã học về một số hình khối trong thực tiễn vào giải quyết một số tình huống trong thực tiễn như mĩ thuật, thủ công,...

HĐ1 CHIẾC HỘP ĐỰNG QUÀ

Chuẩn bị

- Vật liệu: Một mảnh bìa carton hoặc một tờ bìa màu cứng.
- Dụng cụ: Bút, thước thẳng, kéo, keo dán hoặc băng dính.
- Địa điểm thực hiện: Ở lớp học hoặc ở nhà.

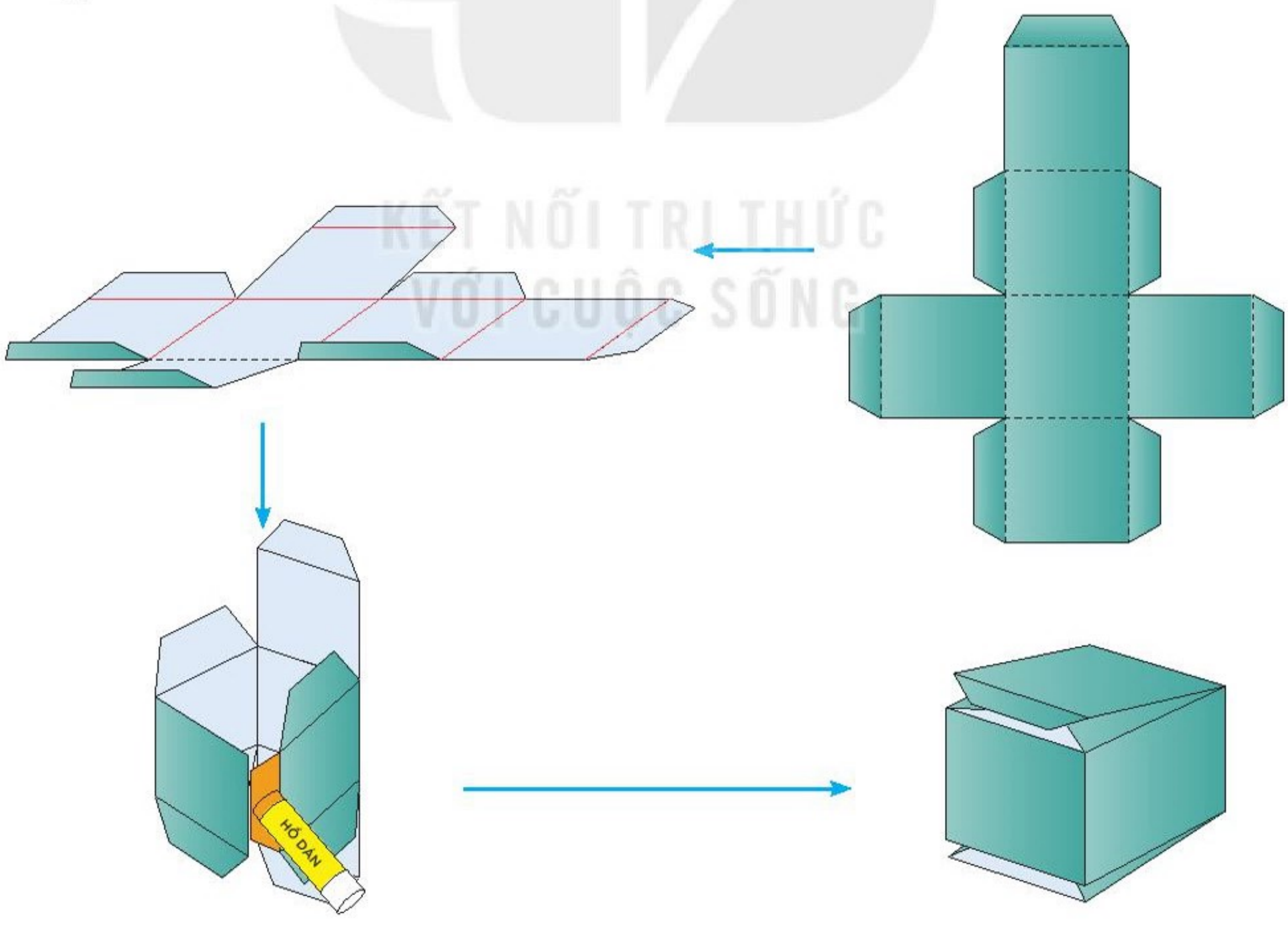
Hướng dẫn thực hiện

Bước 1. Vẽ rồi cắt hình khai triển của hình lập phương kèm theo mép của hộp.

Bước 2. Gấp theo các đường nét đứt.

Bước 3. Dán các mép của từng mặt vào với nhau (trừ nắp của hộp).

Bước 4. Gấp nắp dưới và nắp trên của hộp. Trang trí theo ý thích để được hộp đựng quà đẹp hơn.



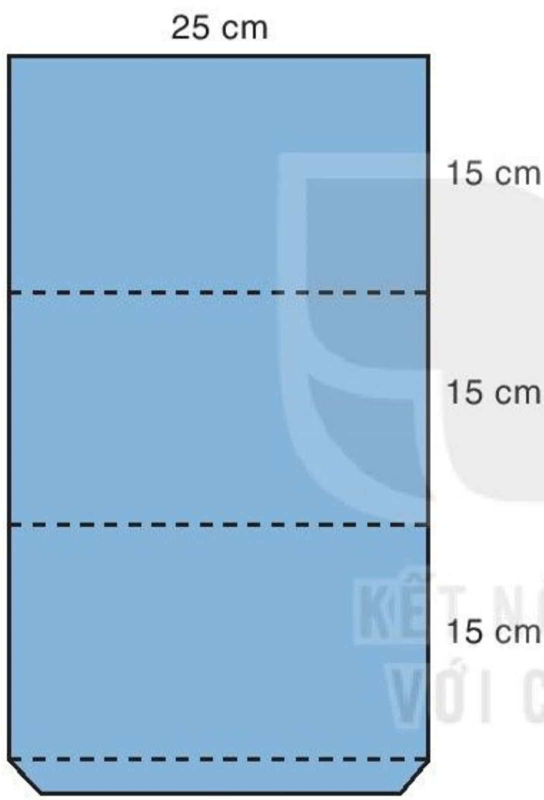
HĐ2 CHÂN ĐẾ LỊCH ĐỂ BÀN

Chuẩn bị

- Vật liệu: Bìa màu cứng.
- Dụng cụ: Kéo, thước, keo dán.
- Địa điểm thực hiện: Ở lớp học hoặc ở nhà.

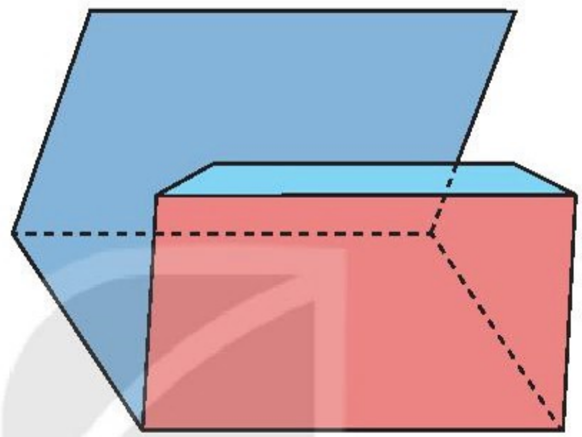
Hướng dẫn thực hiện

Bước 1. Vẽ phác trên bìa cứng như Hình T.2. Sau đó, dùng kéo cắt theo đường viền.



Hình T.2

Bước 2. Gấp phần bìa vừa cắt theo các đường nét đứt (H.T.3).



Hình T.3

Bước 3. Dùng keo dán hai mép để được chân đế lịch để bàn (H.T.4).

Hình T.4

Bước 4. Em có thể dán thời gian biểu, thời khoá biểu, nhắc việc của bản thân,... lên mặt ngoài của chân đế (H.T.5).

Hình T.5

BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

SỐ VÀ ĐẠI SỐ

1. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sqrt{25}+(2^2\cdot 3)^2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^2+2020^0+\left|-\frac{1}{4}\right|$;

b) $\frac{3^2-0,25\cdot(7,5-5,1)}{-6,2+2\cdot(0,5+1,6)}$.

2. Tính một cách hợp lí.

a) $\frac{5}{11}-\frac{10}{19}+1,5+\frac{17}{11}-\frac{9}{19}$.

b) $2\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)-2\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{2}{3}\right)^2$.

3. a) Tìm x, biết $\frac{2}{5}x+\frac{3}{2}=\frac{3}{5}-\left(-\frac{1}{4}\right)$.

b) Có hay không số x thoả mãn điều kiện: $|x|+\frac{1}{5}=-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$?

c) Hãy *ước tính* (không tra bảng hay dùng máy tính) số dương x (lấy đến 1 chữ số sau dấu phẩy) sao cho $x^2=13$. Sau đó dùng máy tính cầm tay (hoặc tra bảng) để tính x, chính xác đến hàng phần chục để kiểm tra xem con số em ước tính chênh lệch bao nhiêu so với kết quả tính bằng máy tính.

4. Hai người thợ cùng làm tổng cộng được 136 sản phẩm (thời gian làm như nhau). Hỏi mỗi người thợ làm được bao nhiêu sản phẩm, biết rằng người thợ thứ nhất làm một sản phẩm mất 9 phút, còn người thứ hai làm một sản phẩm mất 8 phút?

5. Ba khối 6, 7, 8 của một trường Trung học cơ sở tham gia quyên góp vở tặng các bạn vùng khó khăn. Biết rằng số vở quyên góp được của ba khối theo thứ tự tỉ lệ thuận với 8, 7, 6 và số vở khối 8 quyên góp được ít hơn số vở khối 6 quyên góp được là 80 quyển. Hỏi mỗi khối quyên góp được bao nhiêu quyển vở?

6. Cho hai đa thức $A=6x^3-4x^2-12x-7$ và $B=2x^2-7$.

a) Xác định hệ số cao nhất và hệ số tự do trong mỗi đa thức đã cho.

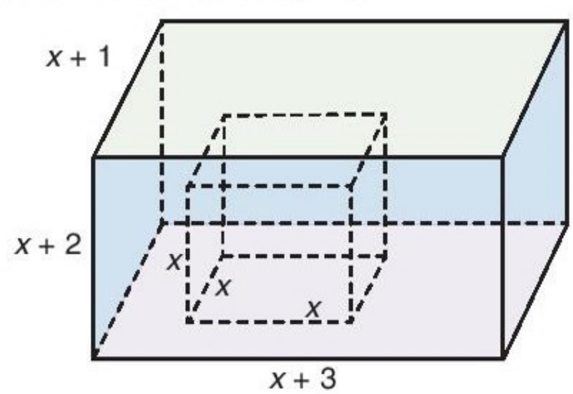
b) Tính giá trị của đa thức $A+B$ tại $x=-2$.

c) Chứng minh rằng $x=0$, $x=-1$ và $x=2$ là ba nghiệm của đa thức $A-B$.

d) Thực hiện phép nhân $A\cdot B$ bằng hai cách.

e) Tìm đa thức R có bậc nhỏ hơn 2 sao cho hiệu $A-R$ chia hết cho B.

7. Người ta đổ đầy nước vào một cái bể hình hộp chữ nhật, sau đó nhấn chìm một khối lập phương (đặc) có độ dài các cạnh bằng x (dm) vào trong bể. Biết rằng chiều rộng, chiều dài và chiều cao của bể lần lượt bằng $x+1$, $x+3$ và $x+2$ (xem hình bên).



a) Tìm đa thức biểu thị thể tích nước còn lại trong bể.

b) Xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức trong câu a.

c) Sử dụng kết quả câu a để tính lượng nước còn lại trong bể (đơn vị: dm^3) khi $x = 7$ dm.

HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

8. Cho tam giác ABC. Gọi D là trung điểm của AB. Trên tia đối của tia DC, lấy điểm M sao cho $DM = DC$.

a) Chứng minh rằng $\Delta ADM = \Delta BDC$. Từ đó suy ra $AM = BC$ và $AM \parallel BC$.

b) Gọi E là trung điểm của AC. Trên tia đối của tia EB lấy điểm N sao cho $EN = EB$. Chứng minh rằng $AN \parallel BC$.

c) Chứng minh rằng ba điểm M, A, N thẳng hàng và A là trung điểm của đoạn MN.

9. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A. Gọi H là trung điểm của BC.

a) Chứng minh $AH \perp BC$.

b) Trên tia đối của tia BC lấy điểm M; trên tia đối của tia CB lấy điểm N sao cho $BM = CN$. Chứng minh rằng $\Delta ABM = \Delta ACN$.

c) Gọi I là điểm trên AM, K là điểm trên AN sao cho $BI \perp AM$; $CK \perp AN$. Chứng minh rằng tam giác AIK cân tại A, từ đó suy ra $IK \parallel MN$.

10. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi D là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BD = BA$ và H là trung điểm của AD. Tia BH cắt AC tại E. Tia DE cắt tia BA tại M. Chứng minh rằng:

a) $\Delta ABH = \Delta DBH$;

b) Tam giác AED cân;

c) $EM > ED$;

d) Tam giác BCM là tam giác đều và $CE = 2EA$, biết $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

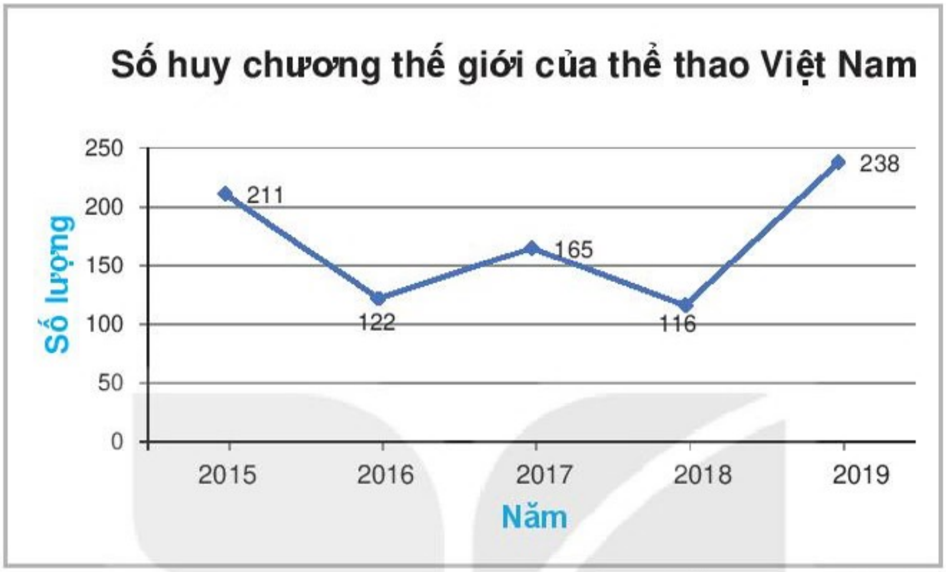
11. Bình thu thập số liệu về số học sinh phổ thông của cả nước từ năm 2015 đến năm 2020 và vẽ được biểu đồ sau:

a) Số học sinh phổ thông cả nước từ năm 2015 đến năm 2020 có xu thế tăng hay giảm?

b) Hãy lập bảng thống kê về số lượng học sinh phổ thông của cả nước từ năm 2015 đến năm 2020.

c) Theo em, Bình đã dùng cách nào trong các cách thu thập dữ liệu đã học để có được số liệu trên?

12. Biểu đồ sau đây cho biết tổng số huy chương thế giới mà thể thao Việt Nam giành được trong các năm từ 2015 đến 2019:

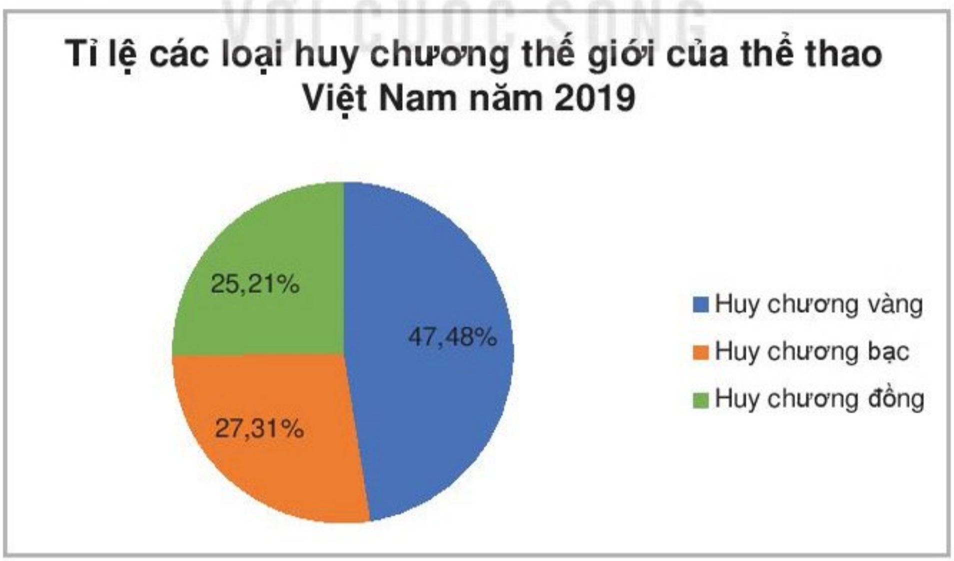


(Theo *Tổng cục Thống kê*)

a) Lập bảng thống kê về số huy chương thế giới mà thể thao Việt Nam đạt được từ năm 2015 đến năm 2019.

b) Trong các năm trên, năm nào thể thao Việt Nam giành được ít huy chương thế giới nhất?

c) Tỉ lệ các loại huy chương thế giới của thể thao Việt Nam trong năm 2019 được cho trong biểu đồ sau:



(Theo *Tổng cục Thống kê*)

Tính số lượng mỗi loại huy chương thế giới mà thể thao Việt Nam giành được trong năm 2019.

13. Trong trò chơi *Vòng quay may mắn*, người chơi sẽ quay một bánh xe hình tròn. Bánh xe được chia làm 12 hình quạt bằng nhau như hình bên. Trong mỗi hình quạt có ghi số điểm mà người chơi sẽ nhận được. Có hai hình quạt ghi 100 điểm; hai hình quạt ghi 200 điểm; hai hình quạt ghi 300 điểm; hai hình quạt ghi 400 điểm; một hình quạt ghi 500 điểm; hai hình quạt ghi 1 000 điểm và một hình quạt ghi 2 000 điểm. Khi bánh xe dừng lại, mũi tên (đặt cố định ở phía trên) chỉ vào hình quạt nào thì người chơi nhận được số điểm ghi trong hình quạt đó.

Bạn Mai tham gia trò chơi và quay một lần. Tính xác suất để mũi tên chỉ vào hình quạt:

a) Có số điểm nhỏ hơn 2 000;

b) Có số điểm nhỏ hơn 100;

c) Có số điểm lớn hơn 300;

d) Có số điểm là 2 000.

BẢNG TRA CỨU THUẬT NGỮ

BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ

THUẬT NGỮ	GIẢI THÍCH
Bậc của đa thức khác đa thức không	Bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó
Bất đẳng thức tam giác	Bất đẳng thức $AB < AC + BC$ (hoặc $AC < AB + BC$, $BC < AB + AC$), trong đó AB, AC và BC là ba cạnh của tam giác ABC
Biến	Chữ (dùng để thay cho các số) trong một biểu thức đại số
Biến cố	Các hiện tượng, sự kiện trong tự nhiên, cuộc sống
Biến cố chắc chắn	Biến cố biết trước được luôn xảy ra
Biến cố không thể	Biến cố biết trước được không bao giờ xảy ra
Biến cố ngẫu nhiên	Biến cố không thể biết trước được có xảy ra hay không
Biểu thức đại số	Biểu thức có chứa chữ (dùng để thay cho các số)
Đa thức một biến (đa thức)	Tổng của những đơn thức của cùng một biến
Đa thức A chia hết cho đa thức B (B khác đa thức không)	Có đa thức Q sao cho $A = B \cdot Q$
Đơn thức một biến (đơn thức)	Biểu thức đại số có dạng tích của một số thực với một luỹ thừa của biến
Đường cao (trong tam giác)	Đường thẳng (đoạn thẳng) hạ từ một đỉnh của tam giác và vuông góc với cạnh đối diện
Đường phân giác (trong tam giác)	Tia phân giác của một góc trong tam giác
Đường trung trực (trong tam giác)	Đường trung trực của một cạnh trong tam giác
Đường trung tuyến (trong tam giác)	Đường thẳng (đoạn thẳng) nối một đỉnh của tam giác với trung điểm của cạnh đối diện
Hai đại lượng tỉ lệ thuận	Hai đại lượng x và y liên hệ với nhau theo công thức $y = kx$, trong đó k là một số khác 0
Hai đại lượng tỉ lệ nghịch	Hai đại lượng x và y liên hệ với nhau theo công thức $y = \frac{a}{x}$, trong đó a là một số khác 0
Hệ số cao nhất	Hệ số của hạng tử có bậc cao nhất trong một đa thức
Hệ số tự do	Hạng tử không chứa biến trong một đa thức
Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d	Độ dài đoạn vuông góc hạ từ điểm A đến đường thẳng d
Trực tâm	Giao điểm ba đường cao của một tam giác
Trọng tâm	Giao điểm ba đường trung tuyến của một tam giác
Xác suất của biến cố	Số nhận giá trị từ 0 đến 1, biểu thị khả năng xảy ra của biến cố đó

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: ĐẶNG THỊ MINH THU – NGUYỄN TRỌNG THIỆP
Biên tập mĩ thuật: NGUYỄN BÍCH LA
Thiết kế sách: PHẠM VIỆT QUANG
Trình bày bìa: NGUYỄN BÍCH LA – NGUYỄN HỒNG SƠN
Minh hoạ: LÊ THẾ HẢI – NGUYỄN HỒNG SƠN
Sửa bản in: PHAN THỊ THANH BÌNH
Chế bản: CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

TOÁN 7 - TẬP HAI
Mã số: G1HH7T002H22
In ... bản, (QĐ ...) khổ 19 x 26,5 cm.
Đơn vị in: ...
Địa chỉ: ...
Số ĐKXB: 146-2022/CXBIPH/17-48/GD.
Số QĐXB: .../QĐ - GD - HN ngày ... tháng ... năm ....
In xong và nộp lưu chiểu tháng ... năm 20...
Mã số ISBN: Tập một: 978-604-0-30715-6
Tập hai: 978-604-0-30716-3

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 7 – KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

1. Ngữ văn 7, tập một
2. Ngữ văn 7, tập hai
3. Toán 7, tập một
4. Toán 7, tập hai
5. Khoa học tự nhiên 7
6. Công nghệ 7
7. Lịch sử và Địa lí 7
8. Mĩ thuật 7
9. Âm nhạc 7
10. Giáo dục công dân 7
11. Tin học 7
12. Hoạt động trải nghiệm, hướng nghiệp 7
13. Giáo dục thể chất 7
14. Tiếng Anh 7 – Global Success – SHS

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
- **Cửu Long:** CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

ISBN 978-604-0-30716-3
9 786040 307163
Giá: 17.000 đ